

# 山东省济南市部分学校 2024 届第二学期高三年级期终教学质量监控测数学试题

注意事项:

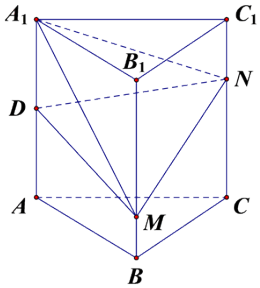
1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ , 则集合  $\complement_U(A \cup B) = (\quad)$

- A.  $\{1, 2, 6\}$       B.  $\{1, 3, 6\}$       C.  $\{1, 6\}$       D.  $\{6\}$

2. 如图, 正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  各条棱的长度均相等,  $D$  为  $AA_1$  的中点,  $M, N$  分别是线段  $BB_1$  和线段  $CC_1$  的动点 (含端点), 且满足  $BM = C_1N$ , 当  $M, N$  运动时, 下列结论中不正确的是



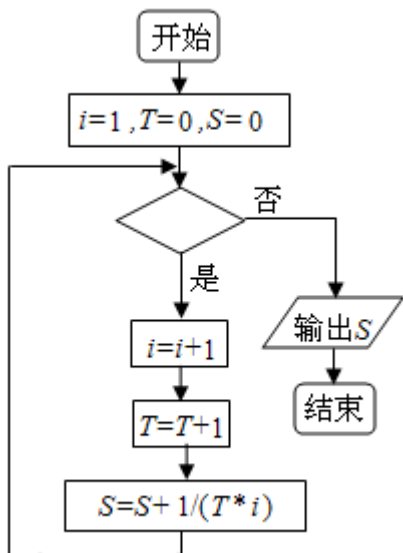
- A. 在  $\triangle DMN$  内总存在与平面  $ABC$  平行的线段
- B. 平面  $DMN \perp$  平面  $BCC_1B_1$
- C. 三棱锥  $A_1 - DMN$  的体积为定值
- D.  $\triangle DMN$  可能为直角三角形

3. 函数  $f(x) = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$  的定义域为  $(\quad)$

- A.  $[\frac{3}{2}, 3) \cup (3, +\infty)$       B.  $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

- C.  $[\frac{3}{2}, +\infty)$       D.  $(3, +\infty)$

4. 一个算法的程序框图如图所示, 若该程序输出的结果是  $\frac{3}{4}$ , 则判断框中应填入的条件是  $(\quad)$



- A.  $i > 5?$       B.  $i < 5?$       C.  $i > 4?$       D.  $i < 4?$

5. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = \sqrt{3}$ , 且  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $-\frac{1}{2}$       D.  $\frac{3}{2}$

6. 定义域为  $R$  的偶函数  $f(x)$  满足任意  $x \in R$ , 有  $f(x+2) = f(x) - f(1)$ , 且当  $x \in [2, 3]$  时,

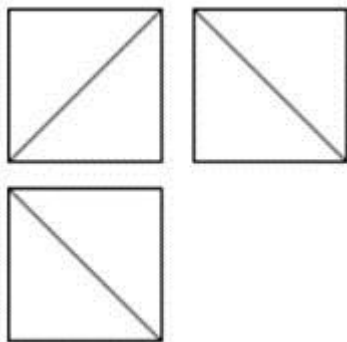
$f(x) = -2x^2 + 12x - 18$ . 若函数  $y = f(x) - \log_a(x+1)$  至少有三个零点, 则  $a$  的取值范围是 (  $\quad$  )

- A.  $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$       B.  $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$       C.  $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$       D.  $\left(0, \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

7. 双曲线  $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$  的一条渐近线方程为  $x + 2y = 0$ , 那么它的离心率为 (  $\quad$  )

- A.  $\sqrt{3}$       B.  $\sqrt{5}$       C.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

8. 一个正方体被一个平面截去一部分后, 剩余部分的三视图如下图, 则截去部分体积与剩余部分体积的比值为 (  $\quad$  )



- A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{1}{7}$       C.  $\frac{1}{6}$       D.  $\frac{1}{5}$

9. 已知  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , 则  $\sin(\pi + \alpha) = (\quad)$

- A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       B.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$       C.  $\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$

10. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_8 = 16, a_6 = 1$ , 则数列  $\{a_n\}$  的公差为  $(\quad)$

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $-\frac{2}{3}$

11. 已知正三角形  $ABC$  的边长为 2,  $D$  为边  $BC$  的中点,  $E, F$  分别为边  $AB, AC$  上的动点, 并满足  $|\overrightarrow{AE}| = 2|\overrightarrow{CF}|$ , 则  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF}$  的取值范围是  $(\quad)$

- A.  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{16}]$       B.  $(-\infty, \frac{1}{16}]$       C.  $[-\frac{1}{2}, 0]$       D.  $(-\infty, 0]$

12. 已知命题  $p: \exists x \in R, \text{使} \sin x < \frac{1}{2}x \text{ 成立}$ . 则  $\neg p$  为  $(\quad)$

- A.  $\forall x \in R, \sin x \geq \frac{1}{2}x \text{ 均成立}$       B.  $\forall x \in R, \sin x < \frac{1}{2}x \text{ 均成立}$   
 C.  $\exists x \in R, \text{使} \sin x \geq \frac{1}{2}x \text{ 成立}$       D.  $\exists x \in R, \text{使} \sin x = \frac{1}{2}x \text{ 成立}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边长分别为  $a, b, c$ , 已知  $a^2 - c^2 = 2b$ , 且  $\sin A \cos C = 3 \cos A \sin C$ , 则  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. (5分) 国家禁毒办于 2019 年 11 月 5 日至 12 月 15 日在全国青少年毒品预防教育数字化网络平台上开展 2019 年全国青少年禁毒知识答题活动, 活动期间进入答题专区, 点击“开始答题”按钮后, 系统自动生成 20 道题. 已知某校高二年级有甲、乙、丙、丁、戊五位同学在这次活动中答对的题数分别是 17, 20, 16, 18, 19, 则这五位同学答对题数的方差是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 设  $F_1, F_2$  分别为椭圆  $F: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左、右两个焦点, 过  $F_1$  作斜率为 1 的直线, 交  $\Gamma$  于  $A, B$  两点, 则

$|\overrightarrow{AF_2}| + |\overrightarrow{BF_2}| = \underline{\hspace{2cm}}$

16. 五声音阶是中国古乐基本音阶, 故有成语“五音不全”. 中国古乐中的五声音阶依次为: 宫、商、角、徵、羽, 如果把这五个音阶全用上, 排成一个五个音阶的音序, 且要求宫、羽两音阶不相邻且在角音阶的同侧, 可排成  $\underline{\hspace{2cm}}$  种不同的音序.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

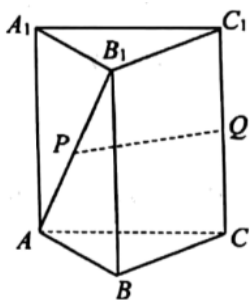
17. (12分) 设椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  的右焦点为  $F$ , 过  $F$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 点  $M$  的坐标为  $(2, 0)$ .

(1) 当直线  $l$  的倾斜角为  $45^\circ$  时, 求线段  $AB$  的中点的横坐标;

(2) 设点  $A$  关于  $x$  轴的对称点为  $C$ , 求证:  $M, B, C$  三点共线;

(3) 设过点  $M$  的直线交椭圆于  $G, H$  两点, 若椭圆上存在点  $P$ , 使得  $\vec{OG} + \vec{OH} = \lambda \vec{OP}$  (其中  $O$  为坐标原点), 求实数  $\lambda$  的取值范围.

18. (12分) 如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $CA = CB$ , 点  $P, Q$  分别为  $AB_1, CC_1$  的中点. 求证:



(1)  $PQ \parallel$  平面  $ABC$ ;

(2)  $PQ \perp$  平面  $ABB_1A_1$ .

19. (12分) 已知函数  $f(x) = x^2 - a \ln x - 1 (a \in R)$

(1) 若函数  $f(x)$  有且只有一个零点, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若函数  $g(x) = e^x + x^2 - ex - f(x) - 1 \geq 0$  对  $x \in [1, +\infty)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

20. (12分) 设函数  $f(x) = me^x - x^2 + 3$ , 其中  $m \in R$ .

(I) 当  $f(x)$  为偶函数时, 求函数  $h(x) = xf(x)$  的极值;

(II) 若函数  $f(x)$  在区间  $[-2, 4]$  上有两个零点, 求  $m$  的取值范围.

21. (12分) 已知函数  $f(x) = \ln x - xe^x + ax (a \in R)$ .

(1) 若函数  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上单调递减, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $a = 1$ , 求  $f(x)$  的最大值.

22. (10分) 已知  $O$  为坐标原点, 单位圆与角  $x$  终边的交点为  $P$ , 过  $P$  作平行于  $y$  轴的直线  $l$ , 设  $l$  与  $\frac{\pi}{3}$  终边所在直线的交点为  $Q$ ,  $f(x) = \vec{OP} \cdot \vec{OQ}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的最小正周期;

(2) 求函数  $f(x)$  在区间  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  上的值域.

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据集合的混合运算，即可容易求得结果.

【详解】

$Q A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，故可得  $\complement_U(A \cup B) = \{6\}$ .

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的混合运算，属基础题.

2、D

【解析】

A 项用平行于平面 ABC 的平面与平面 MDN 相交，则交线与平面 ABC 平行；

B 项利用线面垂直的判定定理；

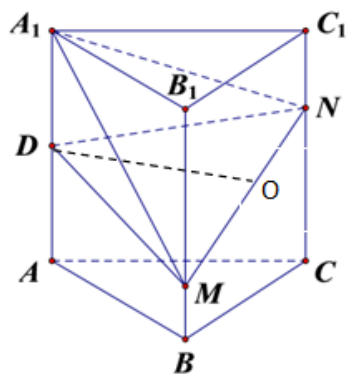
C 项三棱锥  $A_1 - DMN$  的体积与三棱锥  $N - A_1DM$  体积相等，三棱锥  $N - A_1DM$  的底面积是定值，高也是定值，则体积是定值；

D 项用反证法说明三角形 DMN 不可能是直角三角形.

【详解】

A 项，用平行于平面 ABC 的平面截平面 MND，则交线平行于平面 ABC，故正确；

B 项，如图：





当 M、N 分别在  $BB_1$ 、 $CC_1$  上运动时,若满足  $BM=CN$ ,则线段 MN 必过正方形  $BCC_1B_1$  的中心 O,由 DO 垂直于平面  $BCC_1B_1$  可得平面  $DMN \perp$  平面  $BCC_1B_1$ , 故正确;

C 项,当 M、N 分别在  $BB_1$ 、 $CC_1$  上运动时, $\Delta A_1DM$  的面积不变,N 到平面  $A_1DM$  的距离不变,所以棱锥  $N-A_1DM$  的体积不变,即三棱锥  $A_1-DMN$  的体积为定值,故正确;

D 项,若  $\Delta DMN$  为直角三角形,则必是以  $\angle MDN$  为直角的直角三角形,但 MN 的最大值为  $BC_1$ ,而此时 DM, DN 的长大于  $BB_1$ ,所以  $\Delta DMN$  不可能为直角三角形,故错误.

故选 D

### 【点睛】

本题考查了命题真假判断、棱柱的结构特征、空间想象力和思维能力,意在考查对线面、面面平行、垂直的判定和性质的应用,是中档题.

3、A

### 【解析】

根据幂函数的定义域与分母不为零列不等式组求解即可.

### 【详解】

因为函数  $y = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$ ,  $\therefore \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$ ,

解得  $x \geq \frac{3}{2}$  且  $x \neq 3$ ;

$\therefore$  函数  $y(x) = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$  的定义域为  $[\frac{3}{2}, 3) \cup (3, +\infty)$ , 故选 A.

### 【点睛】

定义域的三种类型及求法: (1) 已知函数的解析式, 则构造使解析式有意义的不等式(组)求解; (2) 对实际问题: 由实际意义及使解析式有意义构成的不等式(组)求解; (3) 若已知函数  $y=f(x)$  的定义域为  $[a, b]$ , 则函数  $y=f(f(x))$  的定义域由不等式  $a \leq f(x) \leq b$  求出.

4、D

### 【解析】

首先判断循环结构类型, 得到判断框内的语句性质, 然后对循环体进行分析, 找出循环规律, 判断输出结果与循环次数以及 i 的关系, 最终得出选项.

### 【详解】

经判断此循环为“直到型”结构, 判断框为跳出循环的语句,



第一次循环:  $S = 0 + \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2}$ ,  $i = 1 + 1 = 2$ ;

第二次循环:  $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$ ,  $i = 2 + 1 = 3$ ;

第三次循环:  $S = \frac{2}{3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$ ,  $i = 3 + 1 = 4$ ,

此时退出循环, 根据判断框内为跳出循环的语句,  $\therefore i < 4?$ , 故选 D.

**【点睛】**

题主要考查程序框图的循环结构流程图, 属于中档题. 解决程序框图问题时一定要注意以下几点: (1) 不要混淆处理框和输入框; (2) 注意区分程序框图是条件分支结构还是循环结构; (3) 注意区分当型循环结构和直到型循环结构; (4) 处理循环结构的问题时一定要正确控制循环次数; (5) 要注意各个框的顺序, (6) 在给出程序框图求解输出结果的试题中只要按照程序框图规定的运算方法逐次计算, 直到达到输出条件即可.

5、A

**【解析】**

根据向量的运算法则展开后利用数量积的性质即可.

**【详解】**

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (2\mathbf{a} - \mathbf{b}) = 2\mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 - 3 + 1 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}.$$

故选: A.

**【点睛】**

本题主要考查数量积的运算, 属于基础题.

6、B

**【解析】**

由题意可得  $f(x)$  的周期为 2, 当  $x \in [2, 3]$  时,  $f(x) = -2x^2 + 12x - 18$ , 令  $g(x) = \log_a(x+1)$ , 则  $f(x)$  的图像和  $g(x)$  的图像至少有 3 个交点, 画出图像, 数形结合, 根据  $g(2) > f(2)$ , 求得  $a$  的取值范围.

**【详解】**

$f(x)$  是定义域为  $\mathbf{R}$  的偶函数, 满足任意  $x \in \mathbf{R}$ ,

$$f(x+2) = f(x) - f(1), \text{ 令 } x = -1, f(1) = f(-1) - f(1),$$

$$\text{又 } f(-1) = f(1), \therefore f(1) = 0, f(x+2) = f(x),$$

$\therefore f(x)$  为周期为 2 的偶函数,

$$\text{当 } x \in [2, 3] \text{ 时, } f(x) = -2x^2 + 12x - 18 = -2(x-3)^2,$$

当  $x \in [0, 1], x+2 \in [2, 3], f(x) = f(x+2) = -2(x-1)^2$ ,

当  $x \in [-1, 0], -x \in [0, 1], f(x) = f(-x) = -2(x+1)^2$ ,

作出  $f(x), g(x)$  图像, 如下图所示:

函数  $y = f(x) - \log_a(x+1)$  至少有三个零点,

则  $f(x)$  的图像和  $g(x)$  的图像至少有 3 个交点,

Q  $f(x) \leq 0$ , 若  $a > 1$ ,

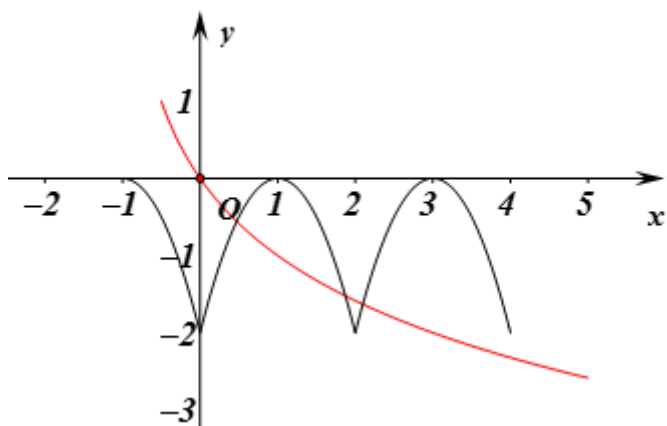
$f(x)$  的图像和  $g(x)$  的图像只有 1 个交点, 不合题意,

所以  $0 < a < 1$ ,  $f(x)$  的图像和  $g(x)$  的图像至少有 3 个交点,

则有  $g(2) > f(2)$ , 即  $\log_a(2+1) > f(2) = -2, \therefore \log_a 3 > -2$ ,

$$\therefore \frac{1}{a^2} > 3, a^2 < \frac{1}{3}, \text{Q } 0 < a < 1, \therefore 0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故选: B.



【点睛】

本题考查函数周期性及其应用, 解题过程中用到了数形结合方法, 这也是高考常考的热点问题, 属于中档题.

7、D

【解析】

根据双曲线  $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$  的一条渐近线方程为  $x + 2y = 0$ , 列出方程, 求出  $m$  的值即可.

【详解】

∵ 双曲线  $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$  的一条渐近线方程为  $x + 2y = 0$ ,

可得  $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{2}$ ,  $\therefore m = 4$ ,

$\therefore$  双曲线的离心率  $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .

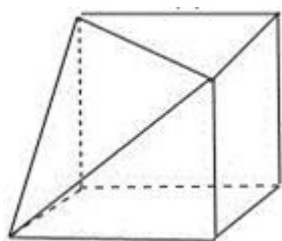
故选: D.

**【点睛】**

本小题主要考查双曲线离心率的求法, 属于基础题.

8、D

**【解析】**



试题分析: 如图所示, 截去部分是正方体的一个角, 其体积是正方体体积的  $\frac{1}{6}$ , 剩余部分体积是正方体体积的  $\frac{5}{6}$ , 所以截

去部分体积与剩余部分体积的比值为  $\frac{1}{5}$ , 故选 D.

考点: 本题主要考查三视图及几何体体积的计算.

9、B

**【解析】**

利用诱导公式以及同角三角函数基本关系式化简求解即可.

**【详解】**

$$\text{Q } \cos \alpha = -\frac{1}{3}, \quad \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$$

$$\therefore \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\therefore \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

本题正确选项: B

**【点睛】**

本题考查诱导公式的应用, 同角三角函数基本关系式的应用, 考查计算能力.

10、D

**【解析】**

根据等差数列公式直接计算得到答案.

**【详解】**

依题意,  $S_8 = \frac{8(a_1 + a_8)}{2} = \frac{8(a_3 + a_6)}{2} = 16$ , 故  $a_3 + a_6 = 4$ , 故  $a_3 = 3$ , 故  $d = \frac{a_6 - a_3}{3} = -\frac{2}{3}$ , 故选: D.

**【点睛】**

本题考查了等差数列的计算, 意在考查学生的计算能力.

11、A

**【解析】**

建立平面直角坐标系, 求出直线  $AB: y = \sqrt{3}(x+1)$ ,  $AC: y = -\sqrt{3}(x-1)$

设出点  $E(m, \sqrt{3}(m+1)), F(n, -\sqrt{3}(n-1))$ , 通过  $|\vec{AE}| = 2|\vec{CF}|$ , 找出  $m$  与  $n$  的关系.

通过数量积的坐标表示, 将  $\vec{DE} \cdot \vec{DF}$  表示成  $m$  与  $n$  的关系式, 消元, 转化成  $m$  或  $n$  的二次函数, 利用二次函数的相关知识, 求出其值域, 即为  $\vec{DE} \cdot \vec{DF}$  的取值范围.

**【详解】**

以 D 为原点, BC 所在直线为  $x$  轴, AD 所在直线为  $y$  轴建系,

设  $A(0, \sqrt{3}), B(-1, 0), C(1, 0)$ , 则直线  $AB: y = \sqrt{3}(x+1)$ ,  $AC: y = -\sqrt{3}(x-1)$

设点  $E(m, \sqrt{3}(m+1)), F(n, -\sqrt{3}(n-1))$ ,  $-1 \leq m < 0, 0 < n \leq 1$

所以  $\vec{AE} = (m, \sqrt{3}m), \vec{CF} = (n-1, -\sqrt{3}(n-1))$

由  $|\vec{AE}| = 2|\vec{CF}|$  得  $m^2 = 4(n-1)^2$ , 即  $m = 2(n-1)$ ,

所以  $\vec{DE} \cdot \vec{DF} = mn - 3(m+1)(n-1) = -4n^2 + 7n - 3 = -4(n - \frac{7}{8})^2 + \frac{1}{16}$ ,

由  $-1 \leq m = 2(n-1) < 0$  及  $0 < n \leq 1$ , 解得  $\frac{1}{2} \leq n < 1$ , 由二次函数  $y = -4(n - \frac{7}{8})^2 + \frac{1}{16}$  的图像知,  $y \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{16}]$ , 所以

$\vec{DE} \cdot \vec{DF}$  的取值范围是  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{16}]$ . 故选 A.

**【点睛】**

本题主要考查解析法在向量中的应用, 以及转化与化归思想的运用.

12、A

**【解析】**

试题分析: 原命题为特称命题, 故其否定为全称命题, 即  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \geq \frac{x}{2}$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/778056131015007002>