专题 1.1 有理数相关概念

目录

正数和负数.....1
有理数概念及其分类.....2
有理数的分类.....2
有理数的应用.....6
数轴的定义.....9
数轴上表示有理数.....10
数轴上表示有理数（带字母）.....12
数轴的性质.....13
数轴上的应用.....14
相反数的定义.....17
相反数的性质.....18
相反数与数轴.....18
绝对值的定义.....20
含字母的绝对值化简.....21
非负性.....23
绝对值求值.....24

正数和负数

具有相反意义的量的表示

在表示具有相反意义的量时，把其中一个量规定为正的，用__正数__来表示，而把与这个量意义相反的量规定为__负__的，用__负数__来表示.

【例1】在数 -1，0，-3.05，$-\pi$，$+2$，$-\frac{1}{2}$ 中，负数有(　　)

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【解答】解：在数 -1，0，-3.05，$-\pi$，$+2$，$-\frac{1}{2}$ 中，负数有 -1，-3.05，$-\pi$，$-\frac{1}{2}$，共 4 个.

故选：D.

【变式训练1】中国是最早采用正负数表示相反意义的量的国家．某仓库运进小麦 6 吨，记为 +6 吨，那么仓库运出小麦 8 吨应记为(　　)吨.

A．+8　　B．−8　　C．±8　　D．−2

【解答】解：∵仓库运进小麦 6 吨，记为 +6 吨，

∴仓库运出小麦 8 吨应记为 −8 吨，

故选：*B*．

【变式训练2】若收入 3 元记为 +3，则支出 2 元记为(　　)

A．−2　　B．−1　　C．1　　D．2

【解答】解：由题意知，收入 3 元记为 +3，则支出 2 元记为 −2，

故选：*A*．

【变式训练3】冬残奥会举办最理想的温度是 $-17^{\circ}\mathrm{C}$ 至 $10^{\circ}\mathrm{C}$，若 $10^{\circ}\mathrm{C}$ 表示零上 $10^{\circ}\mathrm{C}$，那么 $-17^{\circ}\mathrm{C}$ 表示(　　)

A．零上 $17^{\circ}\mathrm{C}$　　B．零上 $27^{\circ}\mathrm{C}$　　C．零下 $17^{\circ}\mathrm{C}$　　D．零下 $-17^{\circ}\mathrm{C}$

【解答】解：$-17^{\circ}\mathrm{C}$ 表示零下 $17^{\circ}\mathrm{C}$，

故选：*C*．

有理数概念及其分类

有理数的概念：__整数__和__分数__统称为有理数．

【例2】下列各数中属于负整数的是(　　)

A．0　　B．3　　C．−5　　D．−1.2

【解答】解：*A*、0 为整数，故选项不符合题意；

B、3 为负正整数，故选项不符合题意；

C、−5 为负整数，故选项符合题意；

D、−1.2 为负分数，故选项不符合题意．

故选：*C*．

【变式训练1】在 −3.5，$\frac{22}{7}$，0.161161116…，$\frac{\pi}{2}$ 中，有理数有(　　)个．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【解答】解：*A*，−3.5 是负分数，故是有理数；

B，$\frac{22}{7}$是正分数，故为有理数；

C，0.161161116…是无限不循环小数，是无理数，故不是有理数；

D，$\frac{\pi}{2}$是含有π的数，是无理数，故不是有理数，

所以有理数有两个，

故选：B．

【变式训练2】在$\frac{1}{2}$，-2，$+3.5$，0，-0.7，5，$-\frac{1}{3}$中，负分数有(　　)

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

【解答】解：在$\frac{1}{2}$，-2，$+3.5$，0，-0.7，5，$-\frac{1}{3}$中，

负分数有-0.7，$-\frac{1}{3}$，共有2个，

故选：B．

【变式训练3】下列说法中，正确的是(　　)

A．正有理数和负有理数统称有理数

B．正分数、零、负分数统称分数

C．零不是自然数，但它是有理数

D．一个有理数不是整数就是分数

【解答】解：A．正有理数，零和负有理数统称有理数，故本选项不合题意；

B．正分数和负分数统称分数，故本选项不合题意；

C．零是自然数，也是有理数，故本选项不合题意；

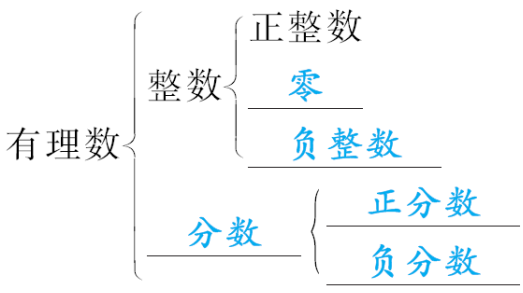
D．一个有理数不是整数就是分数，说法正确，故本选项符合题意．

故选：D．

有理数的分类

有理数的分类：

①按定义，有理数可分为：

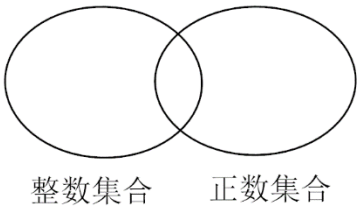


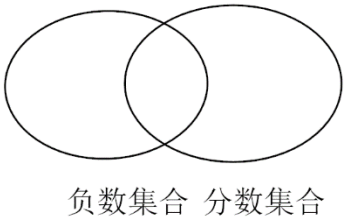
②按正、负，有理数可分为：

有理数
- 正有理数
  - 正整数
  - 正分数
- 零
- 负有理数
  - 负整数
  - 负分数

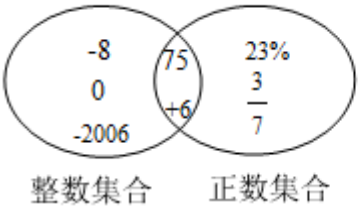
【例3】将下列各数填在相应的圆圈里：

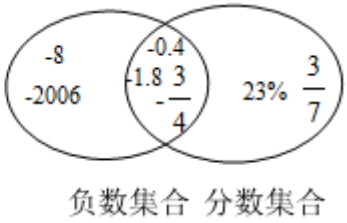
+6，−8，75，−0.4，0，23%，$\frac{3}{7}$，−2006，−1.8，$-\frac{3}{4}$.





【解答】解：如图：





【变式训练1】把下列各数分别填在相应的集合内：

−11，4.8，73，−2.7，$\frac{1}{6}$，3.1415926，$-\frac{3}{4}$，$\frac{7}{3}$，

正分数集合：{ 4.8，$\frac{1}{6}$，3.1415926，$\frac{7}{3}$ …}；

负分数集合：{____…}；

非负整数集合：{____…}；

非正整数集合：{____…}.

【解答】解：正分数集合：{4.8，$\frac{1}{6}$，3.1415926，$\frac{7}{3}$…}；

负分数集合：{−2.7，$-\frac{3}{4}$…}；

非负整数集合：{73，0…}；

非正整数集合：{−11，0…}．

故答案为：4.8，$\frac{1}{6}$，3.1415926，$\frac{7}{3}$；

-2.7，$-\frac{3}{4}$；

73，0；

−11，

【变式训练2】把下列各数分别填入相应的集合里．

0，$-\frac{22}{4}$，5，3.14，π，−3，$0.1\dot{5}$．

（1）整数集合：{__0，5，__−3__…}；

（2）分数集合：{____…}；

（3）有理数集合：{____…}；

（4）非负数集合：{____…}．

【解答】解：（1）整数集合：{0，5，−3…}；

（2）分数集合：{$-\frac{22}{4}$，3.14，$0.1\dot{5}$…}；

（3）有理数集合：{0，$-\frac{22}{4}$，5，3.14，−3，$0.1\dot{5}$…}；

（4）非负数集合：{0，5，3.14，π，$0.1\dot{5}$…}．

故答案为：0，5，−3；$-\frac{22}{4}$，3.14，$0.1\dot{5}$；0，$-\frac{22}{4}$，5，3.14，−3，$0.1\dot{5}$；0，5，3.14，π，$0.1\dot{5}$．

【变式训练3】把下列各数分别填入相应的集合：

+6，0，−8，π，−4.8，−7，$\frac{22}{7}$，0.6，$-\frac{5}{8}$．

整数集合{__+6，0，__−8，__−7__}；

分数集合{____}；

正有理数集合{____}；

负有理数集合{____}；

非负有理数集合{____}；

自然数集合{____}.

【解答】解：整数集合{+6，0，−8，−7}；

分数集合{−4.8，$\frac{22}{7}$，0.6，$-\frac{5}{8}$}；

正有理数集合{+6，$\frac{22}{7}$，0.6}；

负有理数集合{−8，−4.8，−7，$-\frac{5}{8}$}；

非负有理数集合{+6，0，$\frac{22}{7}$，0.6}；

自然数集合{+6，0}.

故答案为：+6，0，−8，−7；−4.8，$\frac{22}{7}$，0.6，$-\frac{5}{8}$；+6，$\frac{22}{7}$，0.6；−8，−4.8，−7，$-\frac{5}{8}$；+6，0，$\frac{22}{7}$，0.6；+6，

有理数的应用

【例4】某工艺厂计划一周生产工艺品2800个，平均每天生产400个，但实际每天生产量与计划相比有出入．下表是某周的生产情况（超产记为正、减产记为负）：

星期	一	二	三	四	五	六	日
增减（单位：个）	+6	−2	−6	+16	−11	+15	−8

（1）请求出该工艺厂在本周实际生产工艺品的数量；

（2）已知该厂实行每周计件工资制，每生产一个工艺品可得70元，若超额完成任务，则超过部分每个另奖60元，少生产一个扣100元．试求该工艺厂在这一周应付出的工资总额．

【解答】解：（1）∵计划一周生产工艺品2800个，

∴这周生产的数量$=2800+(+6-2-6+16-11+15-8)=2810$（个）；

（2）∵由（1）可知本周比计划多生产10个，

∴这一周应付出的工资$=2810\times70+60\times10=197300$（元）.

【变式训练1】*A*水果超市最近新进了一批百香果，每斤进价10元，为了合理定价，在第一周试行机动价格，卖出时每斤以15元为标准，超出15元的部分记为正，不足15元的部分记为负，超市记录第一周百香果的售价情况和售出情况：

星期	一	二	三	四	五	六	日
每斤价格相对于标准价格（元）	+1	−2	0	−1	+2	+5	−4
售出斤数	20	35	10	30	15	5	50

（1）第一周星期三超市售出的百香果单价为__15__元，这天的利润是____元.

（2）第一周超市出售此种百香果的收益如何？（盈利或亏损的钱数）

（3）超市为了促销这种百香果，决定从下周一起推出两种促销方式：

方式一：购买不超过 5 斤百香果，每斤 20 元，超出 5 斤的部分，每斤降价 4 元；

方式二：每斤售价 17 元.

林老师决定下周在 A 水果超市购买 40 斤百香果，通过计算说明应选择上述两种促销方式中的哪种方式购买更省钱.

【解答】解：(1) ∵卖出时每斤以 15 元为标准，表格中的数据表示超出 15 元的部分记为正，不足 15 元的部分记为负，

∴星期三超市售出的百香果单价为 15 元，

这天的利润是 $10\times(15-10)=50$（元），

故答案为：15，

（2）$1\times20-2\times35+0\times10-1\times30+2\times15+5\times5-4\times50=-225$（元），

$(15-10)\times(20+35+10+30+15+5+50)=5\times165=825$（元），

$(-225)+825=600$（元）；

所以第一周超市出售此种百香果盈利 600 元；

（3）方式一：$20\times5+(40-5)\times(20-4)=660$（元），

方式二：$40\times17=680$（元），

∵$660<680$，

∴选择方式一购买更省钱.

【变式训练2】体育课上，某小组的 8 名男同学进行了 100 米测验，达标成绩为 15 秒，下表是这个小组 8 名男生的成绩记录（“+”表示成绩大于 15 秒）.

−0.6	+0.8	−1.2	−0.9	0	+0.6	−0.4	−0.3

（1）这个小组男生的最好成绩是多少？

（2）这个小组男生的达标率为多少？

（3）这个小组男生的平均成绩是多少秒？

【解答】解：（1）$15-1.2=13.8$（秒）.

故这个小组男生的最好成绩是 13.8 秒；

（2）$\frac{6}{8}\times100\%=75\%$.

故这个小组男生的达标率为 75%；

（3）$-0.6+0.8-1.2-0.9+0+0.6-0.4-0.3=-2$，

$15+(-2)\div8=14.75$（秒）.

答：这个小组男生的平均成绩是 14.75 秒.

【变式训练3】某粮仓原有大米 148 吨，某一周该粮仓大米的进出情况如下表：（当天运进大米 8 吨，记作 +8 吨：当天运出大米 8 吨，记作 −8 吨. ）

某粮仓大米一周进出情况表（单位：吨）						
星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
−32	+26	−23	−16	m	+26	−21

（1）若经过这一周，该粮仓存有大米 98 吨，求 m 的值，并说明星期五该粮仓是运进还是运出大米，运进或运出大米多少吨？

（2）若大米进出库的装卸费用为每吨 15 元，求这一周该粮仓需要支付的装卸总费用.

【解答】解：（1）$148-32+26-23-16+m+26-21=98$，

解得 $m=-10$.

答：星期五该粮仓是运出大米，运出大米 10 吨；

（2）$|-32|+26+|-23|+|-16|+|-10|+26+|-21|=154$，

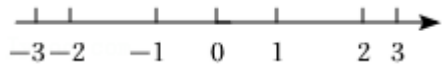
$154\times15=2310$（元）.

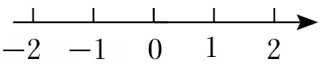
答：这一周该粮仓需要支付的装卸总费用为 2310 元.

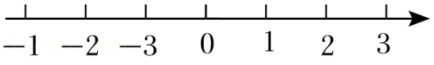
数轴的定义

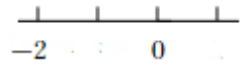
1．定义：规定了__原点__、__正方向__、__单位长度__的直线．
2．三要素：(1)原点：在直线上任取一个点表示数__0__，这个点叫做原点．
(2)正方向：通常规定直线上向右的方向为_正方向_，向左的方向为_负方向_．
(3)单位长度：选取适当的长度为单位长度，直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示1，2，3，…从原点向左，用类似方法依次表示－1，－2，－3，…

【例5】如图是一些同学在作业中所画的数轴，其中，画图正确的是(　　)

A．

B．

C．

D．

【解答】解：*A*、刻度不均匀，故错误；

B、正确；

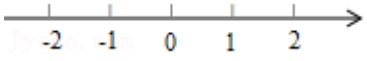
C、数据顺序不对，故错误；

D、没有正方向，故错误．

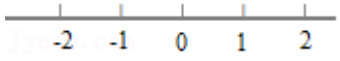
故选：*B*．

【变式训练1】在下列图中，正确画出的数轴是(　　)

A．

B．

C．

D．

【解答】*A*、单位长度不一致，故该选项不符合题意；

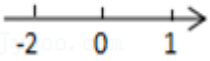
B、有原点，正方向，单位长度，故该选项符合题意；

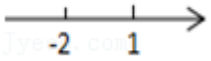
C、没有原点，故该选项不符合题意；

D、没有正方向，故该选项不符合题意．

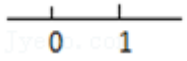
故选：*B*．

【变式训练2】如图所示，下列数轴的画法正确的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

【解答】解：A、单位长度不一致，故此选项不符合题意；

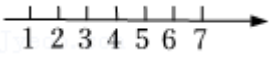
B、缺少原点，故此选项不符合题意；

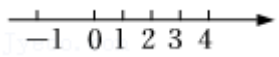
C、规定了原点，单位长度，正方向的直线叫做数轴，故此选项符合题意；

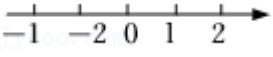
D、缺少正方向，故此选项不符合题意；

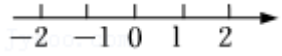
故选：C.

【变式训练3】下列各图是四位同学所画的数轴，其中正确的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

【解答】解：$\because A$选项中数轴缺少原点，

$\therefore A$选项不合题意，

$\because B$选项单位长度不一致，

$\therefore B$选项正确，

$\because C$选项中负方向-1和-2标错了，

$\therefore C$选项不合题意，

$\because D$选项中符合数轴的三要素，

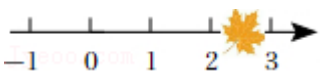
$\therefore D$选项不合题意.

故选：D.

数轴上表示有理数

任何一个有理数都可以用数轴上的一个点来表示.

【例6】如图，数轴上一个点被叶子盖住了，这个点表示的数可能是(　　)

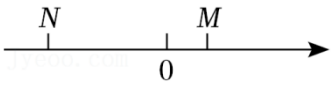


A．2.3　　B．-1.3　　C．3.7　　D．1.3

【解答】解：叶子盖住的点位于 2 和 3 之间，四个选项中的数只有 2.3 这个适合这个位置，

故选：A．

【变式训练1】如图，在数轴上有M、N两点，则两点表示的数字之和不可能(　　)



A．2　　B．-4　　C．-3.45　　D．-7

【解答】解：设点M、N在数轴上所表示的数为m，n，且$n<0<m$，

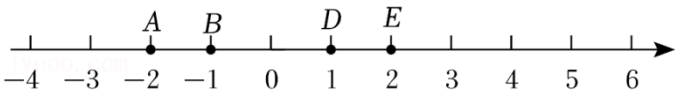
由于点N离原点的距离比点M到原点的距离要大，

$\therefore 0<m<-n$，

$\therefore m+n<0$，即两点表示的数字之和不可能为正数．

故选：A．

【变式训练2】数$-\frac{3}{2}$在数轴上的位置可以是(　　)



A．点A与点B之间　B．点B与点O之间　C．点O与点D之间　D．点D与点E之间

【解答】解：$\because -\frac{3}{2}<0$，是负数，

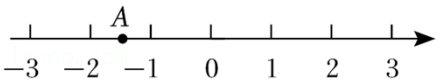
$\therefore$在原点左侧，

$\because -2<-\frac{3}{2}<-1$，

$\therefore$数$-\frac{3}{2}$在数轴上的位置可以是点A与点B之间，

故选：A．

【变式训练3】如图，点A是数轴上一点，则点A表示的数可能为(　　)



A．-1.5　　B．-2.5　　C．2.5　　D．1.5

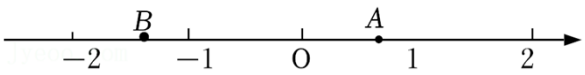
【解答】解：根据图示可得点A表示的数在-2和-1之间，四个选项中只能是-1.5．

故选：A．

数轴上表示有理数（带字母）

(1)正数__大于__0，负数__小于__0，正数大于__负数__.
(2)数轴上两个点表示的数，右边的总比左边的__大__.

【例7】如图，数轴上 A，B 两点所对应的有理数分别为 a 和 b，则 $a-b$ 的结果可能是(　　)



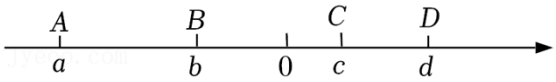
A．-1　　B．1　　C．2　　D．3

【解答】解：由图可知，$-2<b<-1<0.5<a<1$，

$\therefore a-b$ 的结果可能是 C.

故选：C.

【变式训练1】如图，点 A，B，C，D 四个点在数轴上表示的数分别为 a，b，c，d，则下列结论中，错误的是(　　)



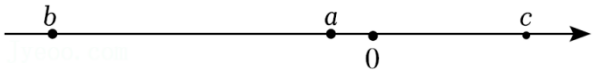
A．$a+c<0$　　B．$b-a>0$　　C．$ac>0$　　D．$\frac{b}{d}<0$

【解答】解：根据数轴上点的位置得：$a<b<0<c<d$，$|c|<|b|<|d|<|a|$，

$\therefore a+c<0$，$b-a>0$，$ac<0$，$\frac{b}{d}<0$.

故选：C.

【变式训练2】有理数 a、b、c 在数轴上所对应的点如图所示，则下列结论正确的是(　　)



A．$a+b>0$　　B．$a-b>0$　　C．$a+c<0$　　D．$b+c>0$

【解答】解：由数轴可知 $b<-c<a<0<c<-b$，

A、$a+b<0$，故 A 不符合题意.

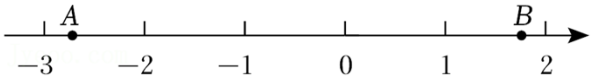
B、$a-b>0$，故 B 符合题意.

C、$a+c>0$，故 C 不符合题意.

D、$b+c<0$，故D不符合题意．

故选：B．

【变式训练3】如图，若数轴上A，B两点对应的有理数分别为a，b，则$a+b$的值可能是(　　)



A．2　　B．1　　C．-1　　D．-2

【解答】解：由图可知，$-3<a<-2$，$1<b<2$，

$\therefore a+b$的结果可能是-1．

故选：C．

数轴的性质

(1)正数__大于__0，负数__小于__0，正数大于__负数__．
(2)数轴上两个点表示的数，　右边的总比左边的__大__．

【例8】一只蚂蚁沿数轴从原点向右移动了3个单位长度到达点A，则点A表示的数是(　　)

A．3　　B．-3　　C．0　　D．±3

【解答】解：$\because$由题意知蚂蚁沿数轴从原点向右移动了3个单位长度到达点A，首先点A表示的数是正数，又与原点相距三个单位长度，

$\therefore$点A表示的数是3，

故选：A．

【变式训练1】下列各数在数轴上所对应的点与原点的距离最远的是(　　)

A．2　　B．1　　C．-1.5　　D．-3

【解答】解：A．2到原点的距离是2个长度单位，不符合题意；

B．1到原点的距离是1个长度单位，不符合题意；

C．-1.5到原点的距离是1.5个长度单位，不符合题意；

D．-3到原点的距离是3个长度单位，符合题意；

$\therefore$在数轴上所对应的点与原点的距离最远的点表示的数是-3．

故选：D．

【变式训练2】数轴上表示数为a和$a-4$的点到原点的距离相等，则a的值为(　　)

A．-2　　B．2　　C．4　　D．不存在

【解答】解：由题意知：

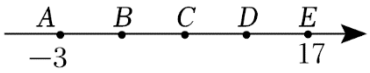
a与$a-4$互为相反数，

$\therefore a+a-4=0$，

解得：$a=2$．

故选：B．

【变式训练3】如图，A，B，C，D，E为某未标出原点的数轴上的五个点，且$AB=BC=CD=DE$，则点C所表示的数是(　　)



A．2　　B．7　　C．11　　D．12

【解答】解：$\because AE=17-(-3)=20$，

又$\because AB=BC=CD=DE$，$AB+BC+CD+DE=AE$，

$\therefore DE=\frac{1}{4}AE=5$，

$\therefore D$表示的数是$17-5=12$，C表示的数是$17-5\times2=7$，

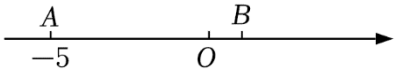
故选：B．

数轴上的应用

【例9】如图，点O为数轴的原点，点A，B均在数轴上，点B在点A的右侧，点A表示的数是-5，$AB=\frac{6}{5}OA$．

（1）求点B表示的数；

（2）将点B在数轴上平移3个单位，得到点C，点M是AC的中点，求点M表示的数．



【解答】解：（1）$\because AB=\frac{6}{5}OA$，$OA=5$，

$\therefore AB=6$，

$\therefore BO=AB-AO=6-5=1$，

则点 B 表示的数是 1；

（2）当点 B 向左平移时，$CB=3$，

$\therefore$ 点 C 表示的数是 -2，

$\because$ 点 M 是 AC 的中点，

$\therefore$ 点 M 表示的数是 $\dfrac{-5+(-2)}{2}=-3.5$；

当点 B 向右平移时，$CB=3$，

$\therefore C$ 表示的数是 4，

$\because$ 点 M 是 AC 的中点，

$\therefore M$ 表示的数是 $\dfrac{-5+4}{2}=-\dfrac{1}{2}$，

所以点 M 表示的数是 -3.5 或 $-\dfrac{1}{2}$.

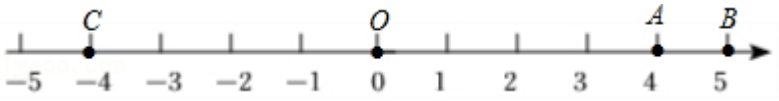
【变式训练1】在今年 720 特大洪水自然灾害中，一辆物资配送车从仓库 O 出发，向东走了 4 千米到达学校 A，又继续走了 1 千米到达学校 B．然后向西走了 9 千米到达学校 C，最后回到仓库 O．解决下列问题：

（1）以仓库 O 为原点，以向东为正方向，用 1 个单位长度表示 1 千米，画出数轴．并在数轴上表示 A、B、C 的位置；

（2）结合数轴计算：学校 C 在学校 A 的什么方向，距学校 A 多远？

（3）若该配送车每千米耗油 0.1 升，在这次运送物资回仓的过程中共耗油多少升？

【解答】解：（1）如图，



（2）$4-(-4)=8$（千米），

答：学校 C 在学校 A 的西边，距学校 A8 千米；

（3）$4+1+9+4=18$（千米），

$18\times0.1=1.8$（升），

答：共耗油 1.8 升.

【变式训练2】出租车司机小刘某天上午营运全是在南北走向的某条大街上进行的，如果规定向北为正，向南为负，他这天上午的行程是（单位：千米）：$+12$，-8，$+10$，-13，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/778107032106006121