福建省晋江市子江中学 2023-2024 学年高三第六次模拟考试数学试卷

注意事项

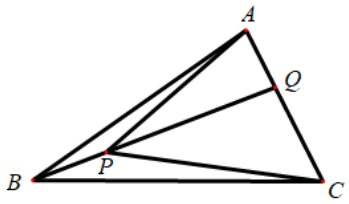
1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.如图，在ΔABC中，点Q为线段AC上靠近点A的三等分点，点P为线段BQ上靠近点B的三等分点，则$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=$（　　）



A．$\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$　　B．$\frac{5}{9}\overrightarrow{BA}+\frac{7}{9}\overrightarrow{BC}$　　C．$\frac{1}{9}\overrightarrow{BA}+\frac{10}{9}\overrightarrow{BC}$　　D．$\frac{2}{9}\overrightarrow{BA}+\frac{7}{9}\overrightarrow{BC}$

2．已知定义在R上的奇函数$f(x)$满足：$f(x+2e)=-f(x)$（其中$e=2.71828$L），且在区间$[e,2e]$上是减函数，令$a=\frac{\ln 2}{2}$，$b=\frac{\ln 3}{3}$，$c=\frac{\ln 5}{5}$，则$f(a)$，$f(b)$，$f(c)$的大小关系（用不等号连接）为（　　）

A．$f(b)>f(a)>f(c)$　　B．$f(b)>f(c)>f(a)$

C．$f(a)>f(b)>f(c)$　　D．$f(a)>f(c)>f(b)$

3．已知集合$A=\{x|y=\lg(2-x)\}$，集合$B=\left\{x\left|\frac{1}{4}\le 2^x\le 4\right.\right\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{x|x>-2\}$　　B．$\{x|-2<x<2\}$　　C．$\{x|-2\le x<2\}$　　D．$\{x|x<2\}$

4．已知函数$f(x)=\begin{cases}\sin\frac{(x-1)\pi}{2},1\le x\le 3\\ 2f(x-2),3<x\le 100\end{cases}$，若函数$f(x)$的极大值点从小到大依次记为$a_1,a_2\cdots a_n$，并记相应的极大值为$b_1,b_2,\cdots b_n$，则$\sum_{i=1}^{n}(a_i+b_i)$的值为（　　）

A．$2^{50}+2449$　　B．$2^{50}+2549$　　C．$2^{49}+2449$　　D．$2^{49}+2549$

5．已知双曲线$C:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{3}=1(a>0)$的一个焦点与抛物线$x^2=8y$的焦点重合，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．3　　D．4

6．已知函数 $f(x)=(2a+2)\ln x+2ax^2+5$.设 $a<-1$，若对任意不相等的正数 x_1，x_2，恒有 $\left|\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}\right|\geq 8$，则实数 *a* 的取值范围是（　　）

A．$(-3,-1)$　　B．$(-2,-1)$

C．$(-\infty,-3]$　　D．$(-\infty,-2]$

7．已知 $p:|x+1|>2$ ，$q:x>a$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，则 a 的取值范围是（　　）

A．$a\leq 1$　　B．$a\leq -3$　　C．$a\geq -1$　　D．$a\geq 1$

8．为了得到函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，只需把函数 $y=\sin 2x$ 的图象上所有的点（　　）

A．向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度　　B．向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

C．向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度　　D．向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

9．已知 $\overrightarrow{AB}=(2,-1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,\lambda)$，若 $\cos\angle BAC=\frac{\sqrt{10}}{10}$，则实数 λ 的值是（　　）

A．-1　　B．7　　C．1　　D．1 或 7

10．设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则“$a_1+a_3<2a_2$”是“$S_{2n-1}<0$”的（　　）

A．充分不必要　　B．必要不充分

C．充要　　D．既不充分也不必要

11．已知命题 $p:\exists x_0>2,x_0^3-8>0$，那么 $\neg p$ 为（　　）

A．$\exists x_0>2,{x_0}^3-8\leq 0$　　B．$\forall x>2,x^3-8\leq 0$

C．$\exists x_0\leq 2,{x_0}^3-8\leq 0$　　D．$\forall x\leq 2,x^3-8\leq 0$

12．已知定义在 $[1,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(3x)=3f(x)$，且当 $1\leq x\leq 3$ 时，$f(x)=1-|x-2|$，则方程 $f(x)=f(2019)$ 的最小实根的值为（　　）

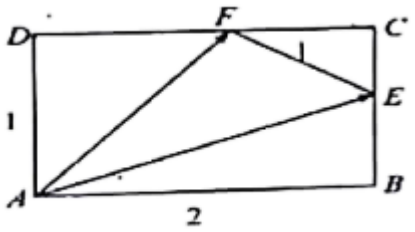
A．168　　B．249　　C．411　　D．561

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．假如某人有壹元、贰元、伍元、拾元、贰拾元、伍拾元、壹佰元的纸币各两张，要支付贰佰壹拾玖（219）元的货款，则有_____种不同的支付方式.

14．在三棱锥 $S-ABC$ 中，SA，SB，SC 两两垂直且 $SA=SB=SC=2$，点 M 为 $S-ABC$ 的外接球上任意一点，则 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 的最大值为_____.

15．在矩形 *ABCD* 中，$AB=2$，$AD=1$，点 *E*，*F* 分别为 *BC*，*CD* 边上动点，且满足 $EF=1$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的最大值为_____.



16．在△*ABC* 中，∠*BAC*＝$60°$，*AD* 为∠*BAC* 的角平分线，且 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$，若 *AB*＝2，则 *BC*＝_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设函数 $f\left(x\right)=\ln x-a\left(\sqrt{x}-1\right)$.

（1）若函数 $y=f\left(x\right)$ 在 $(1,+\infty)$ 是单调递减的函数，求实数 a 的取值范围；

（2）若 $n>m>0$，证明：$2+\ln n<2\sqrt{\frac{n}{m}}+\ln m$.

18．（12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的两个焦点是 F_1，F_2，$M\left(\sqrt{2},1\right)$ 在椭圆 C 上，且 $\left|MF_1\right|+\left|MF_2\right|=4$，$O$ 为坐标原点，直线 l 与直线 OM 平行，且与椭圆交于 A，B 两点.连接 MA、MB 与 x 轴交于点 D，E.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）求证：$\left|\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}\right|$ 为定值.

19．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以原点 O 为极点，以 x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{6})=2$.

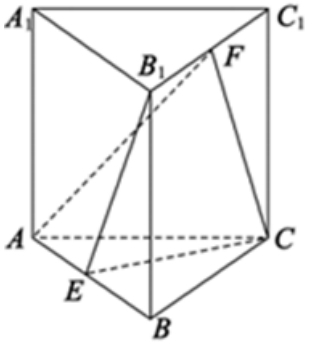
（1）求曲线 C_1 的普通方程与曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）设 A,B 为曲线 C_1 上位于第一，二象限的两个动点，且 $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$，射线 OA,OB 交曲线 C_2 分别于 D,C，求 $\triangle AOB$ 面积的最小值，并求此时四边形 $ABCD$ 的面积.

20．（12 分）如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1=2$，E，F 分别为 AB，B_1C_1 的中点.

（1）求证：$B_1E//$平面ACF；

（2）求平面CEB_1与平面ACF所成二面角（锐角）的余弦值.

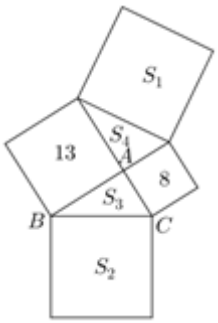


21.（12分）某健身馆为响应十九届四中全会提出的“聚焦增强人民体质，健全促进全民健身制度性举措”，提高广大市民对全民健身运动的参与程度，推出了健身促销活动，收费标准如下：健身时间不超过1小时免费，超过1小时的部分每小时收费标准为20元（不足1小时的部分按1小时计算）.现有甲、乙两人各自独立地来该健身馆健身，设甲、乙健身时间不超过1小时的概率分别为$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{6}$，健身时间1小时以上且不超过2小时的概率分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，且两人健身时间都不会超过3小时.

（1）设甲、乙两人所付的健身费用之和为随机变量ξ（单位：元），求ξ的分布列与数学期望$E(\xi)$；

（2）此促销活动推出后，健身馆预计每天约有300人来参与健身活动，以这两人健身费用之和的数学期望为依据，预测此次促销活动后健身馆每天的营业额.

22.（10分）某市计划在一片空地上建一个集购物、餐饮、娱乐为一体的大型综合园区，如图，已知两个购物广场的占地都呈正方形，它们的面积分别为13公顷和8公顷；美食城和欢乐大世界的占地也都呈正方形，分别记它们的面积为S_1公顷和S_2公顷；由购物广场、美食城和欢乐大世界围成的两块公共绿地都呈三角形，分别记它们的面积为S_3公顷和S_4公顷.



（1）设$\angle BAC=\theta$，用关于θ的函数$S(\theta)$表示$S_1+S_2+S_3+S_4$，并求$S(\theta)$在区间$(0,\pi)$上的最大值的近似值（精确到0.001公顷）；

（2）如果$S_1+S_2+S_3+S_4=52$，并且$S_1<S_2$，试分别求出S_1、S_2、S_3、S_4的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BQ}$，将 $\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$ 代入化简即可.

【详解】

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{BQ}$$

$$=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AQ})$$

$$=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}-\frac{2}{9}(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA})=\frac{5}{9}\overrightarrow{BA}+\frac{7}{9}\overrightarrow{BC}.$$

故选：B.

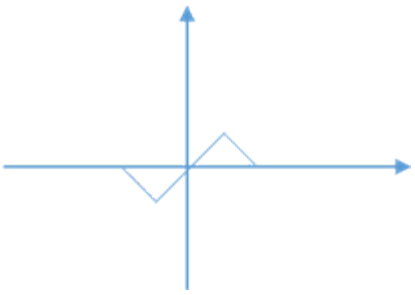
【点睛】

本题考查平面向量基本定理的应用，涉及到向量的线性运算、数乘运算，考查学生的运算能力，是一道中档题.

2、A

【解析】

因为 $f\left(x+2e\right)=-f\left(x\right)$，所以 $f\left(x+4\,e\right)=f\left(x\right)$，即周期为 4，因为 $f\left(x\right)$ 为奇函数，所以可作一个周期[-2e,2e]示意图，如图 $f\left(x\right)$ 在（0，1）单调递增，因为 $5^2<2^5\therefore 5^{\frac{1}{5}}<2^{\frac{1}{2}},2^3<3^2\therefore 2^{\frac{1}{2}}<3^{\frac{1}{3}}\therefore 0<c<a<b<1$，因此 $f\left(b\right)>f\left(a\right)>f\left(c\right)$，选A.



点睛：函数对称性代数表示

（1）函数 $f(x)$ 为奇函数 $\Leftrightarrow f(x)=-f(-x)$ ，函数 $f(x)$ 为偶函数 $\Leftrightarrow f(x)=f(-x)$（定义域关于原点对称）；

（2）函数 $f(x)$ 关于点 (a,b) 对称 $\Leftrightarrow f(x)+f(-x+2a)=2b$，函数 $f(x)$ 关于直线 $x=m$ 对称 $\Leftrightarrow f(x)=f(-x+2m)$，

（3）函数周期为 T,则 $f(x)=f(x+T)$

3、C

【解析】

求出集合的等价条件,利用交集的定义进行求解即可.

【详解】

解：$\because A=\{x|x<2\}, B=\{x|-2\le x\le 2\}$,

$\therefore A\cap B=\{x|-2\le x<2\}$,

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了对数的定义域与指数不等式的求解以及集合的基本运算,属于基础题.

4、C

【解析】

对此分段函数的第一部分进行求导分析可知，当 $x=2$ 时有极大值 $f(2)=1$，而后一部分是前一部分的定义域的循环，

而值域则是每一次前面两个单位长度定义域的值域的 2 倍，故此得到极大值点 a_n 的通项公式 $a_n=2n$，且相应极大值

$b_n=2^{n-1}$，分组求和即得

【详解】

当 $1\le x\le 3$ 时，$f'(x)=\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi x-\pi}{2}\right)$,

显然当 $x=2$ 时有，$f'(x)=0$，

∴经单调性分析知

$x=2$ 为 $f(x)$ 的第一个极值点

又∵$3<x\le 100$ 时，$f(x)=2f(x-2)$

∴$x=4$，$x=6$，$x=8$，…，均为其极值点

∵函数不能在端点处取得极值

∴$a_n=2n$，$1\le n\le 49$，$n\in Z$

∴对应极值 $b_n=2^{n-1}$，$1\le n\le 49$，$n\in Z$

$$\therefore \sum_{i=1}^{49}\left(a_i+b_i\right)=\frac{(2+98)\times 49}{2}+\frac{1\times(1-2^{49})}{1-2}=2^{49}+2449$$

故选：C

【点睛】

本题考查基本函数极值的求解，从函数表达式中抽离出相应的等差数列和等比数列，最后分组求和，要求学生对数列和函数的熟悉程度高，为中档题

5、A

【解析】

根据题意，由抛物线的方程可得其焦点坐标，由此可得双曲线的焦点坐标，由双曲线的几何性质可得 $a^2+3=4$，解可得 $a=1$，由离心率公式计算可得答案.

【详解】

根据题意，抛物线 $x^2=8y$ 的焦点为 $(0,2)$，

则双曲线 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{3}=1$ 的焦点也为 $(0,2)$，即 $c=2$，

则有 $a^2+3=4$，解可得 $a=1$，

双曲线的离心率 $e=\frac{c}{a}=2$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查双曲线、抛物线的标准方程，关键是求出抛物线焦点的坐标，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

6、D

【解析】

求解 $f\left(x\right)$ 的导函数，研究其单调性，对任意不相等的正数 x_1,x_2，构造新函数，讨论其单调性即可求解.

【详解】

$f\left(x\right)$的定义域为$\left(0,+\infty\right)$，$f'\left(x\right)=\frac{2a+2}{x}+4ax=\frac{2\left(2ax^2+a+1\right)}{x}$，

当$a<-1$时，$f'\left(x\right)<0$，故$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$单调递减；

不妨设$x_1<x_2$，而$a<-1$，知$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$单调递减，

从而对任意x_1、$x_2\in\left(0,+\infty\right)$，恒有$\left|\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}\right|\geq 8$，

即$\left|f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right|\geq 8\left|x_1-x_2\right|$，

$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\geq 8\left(x_2-x_1\right)$，$f\left(x_1\right)+8x_1\geq f\left(x_2\right)+8x_2$，

令$g\left(x\right)=f\left(x\right)+8x$，则$g'\left(x\right)=\frac{2a+2}{x}+4ax+8$，原不等式等价于$g\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$单调递减，即

$\frac{a+1}{x}+2ax+4\leq 0$，

从而$a\leq\frac{-4x-1}{2x^2+1}=\frac{\left(2x-1\right)^2}{2x^2+1}-2$，因为$\frac{\left(2x-1\right)^2}{2x^2+1}-2\geq -2$，

所以实数 *a* 的取值范围是$\left(-\infty,-2\right]$

故选：**D.**

【点睛】

此题考查含参函数研究单调性问题，根据参数范围化简后构造新函数转换为含参恒成立问题，属于一般性题目.

7、D

【解析】

“$\neg p$是$\neg q$的充分不必要条件”等价于“q是p的充分不必要条件”，即q中变量取值的集合是p中变量取值集合的真子集.

【详解】

由题意知：$p:|x+1|>2$可化简为$\{x\,|\,x<-3或x>1\}$，$q:x>a$，

所以q中变量取值的集合是p中变量取值集合的真子集，所以$a\geq 1$.

【点睛】

利用原命题与其逆否命题的等价性，对$\neg p$是$\neg q$的充分不必要条件进行命题转换，使问题易于求解.

8、D

【解析】

通过变形 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2(x-\frac{\pi}{12})\right]$，通过“左加右减”即可得到答案.

【详解】

根据题意 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2(x-\frac{\pi}{12})\right]$，故只需把函数 $y=\sin 2x$ 的图象

上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度可得到函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，故答案为 D.

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移变换，难度不大.

9、C

【解析】

根据平面向量数量积的坐标运算，化简即可求得 λ 的值.

【详解】

由平面向量数量积的坐标运算，代入化简可得

$$\cos\angle BAC=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\frac{2-\lambda}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{1+\lambda^2}}=\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

∴解得 $\lambda=1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了平面向量数量积的坐标运算，属于基础题.

10、A

【解析】

首先根据等比数列分别求出满足 $a_1+a_3<2a_2$，$S_{2n-1}<0$ 的基本量，根据基本量的范围即可确定答案.

【详解】

$\{a_n\}$ 为等比数列，

若 $a_1+a_3<2a_2$ 成立，有 $a_1\left(q^2-2q+1\right)<0$，

因为 $q^2-2q+1\geq 0$ 恒成立，

故可以推出 $a_1<0$ 且 $q\neq 1$，

若$S_{2n-1}<0$成立，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/778116140036006065