专题 1.16　平方差公式（基础篇）（专项练习）

一、单选题

类型一、平方差公式进行运算

1．下列各式中，能用平方差公式计算的是（　　）

A．（$a+b$）（$-a-b$）　　B．（$a+b$）（$a-b$）

C．（$a+b$）（$a-d$）　　D．（$a+b$）（$2a-b$）

2．在下列计算中，不能用平方差公式计算的是（　　）

A．$(m-n)(-m+n)$　　B．$(x^3-y^3)(x^3+y^3)$

C．$(-a-b)(a-b)$　　D．$\left(c^2-d^2\right)\left(d^2+c^2\right)$

3．已知$\begin{cases}x+y=2\\x-y=-3\end{cases}$，则代数式$x^2-y^2$的值为（　　）

A．1　　B．–1　　C．–6　　D．6

4．计算$2(3+1)\cdot\left(3^2+1\right)\cdot\left(3^4+1\right)\cdots\left(3^{100}+1\right)+1$的个位数字是（　　）

A．8　　B．4　　C．2　　D．1

类型二、平方差公式与几何图形

5．从边长为 a 的正方形中剪掉一个边长为 b 的正方形（如图 1 所示），然后将剩余部分拼成一个长方形（如图 2 所示）．根据图形的变化过程，写出的一个正确的等式是（　　）

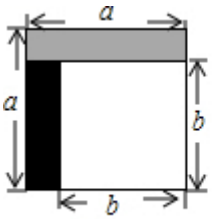


图1

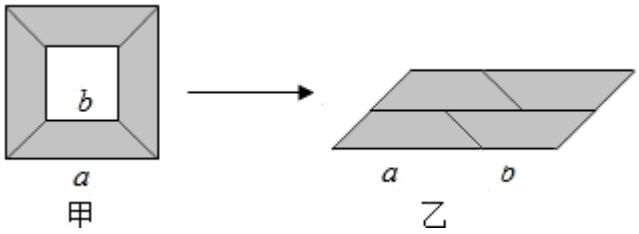


图2

A．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$　　B．$a(a-b)=a^2-ab$

C．$b(a-b)=ab-b^2$　　D．$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

6．如图，从边长为 a 的大正方形纸板中挖去一个边长为 b 的小正方形后，将其裁成四个相同的等腰梯形，然后拼成一个平行四边形，那么通过计算两个图形阴影部分的面积，可以验证成立的公式为（ ）



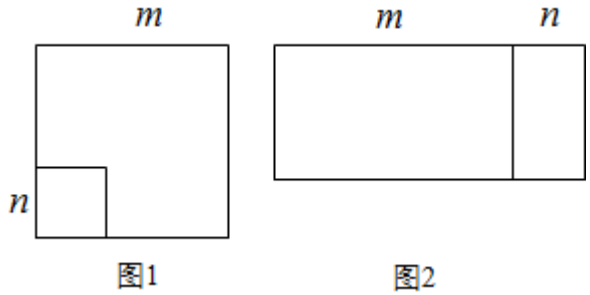
A．$a^2-b^2=(a-b)^2$

B．$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

C．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

D．$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

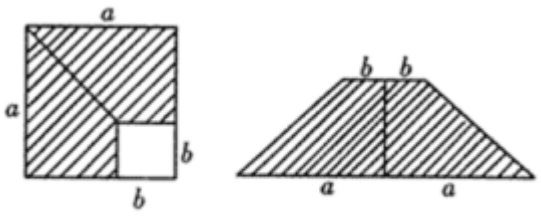
7．如图 1，从边长为 m 的正方形中去掉一个边长为 n 的小正方形，然后将剩余部分剪后拼成如图 2 的长方形，上述操作能验证的等式是（　　）



A．$(m+n)^2=m^2+2mn+n^2$　　B．$(m-n)^2=m^2-2mn+n^2$

C．$m^2-n^2=(m+n)(m-n)$　　D．$m^2+mn=m(m+n)$

8．如图，在边长为a的正方形中剪去一个边长为b的小正方形$(a>b)$，把剩下的部分拼成一个梯形，分别计算这两个阴影部分的面积，这个过程验证了公式（　　）



A．$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　　B．$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

C．$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　D．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

类型三、平方差公式解决规律问题

9．记$x=(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\ldots(1+2^n)$，且$x+1=2^{128}$，则$n=$（　）.

A．128　　B．32　　C．64　　D．16

10．算式（2＋1）（2^2＋1）（2^4＋1）（2^8＋1）……（2^{32}＋1）＋1 计算结果的个位数是（　　）

A．2　　B．4　　C．6　　D．7

11．利用平方差公式计算$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{99^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{100^2}\right)$的结果是（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{99}{100}$　　C．$\frac{101}{200}$　　D．$\frac{101}{100}$

12．计算$(3+2)\times(3^2+2^2)\times(3^4+2^4)\times(3^8+2^8)$结果等于（　　）

A．1　　B．3^{16}-2^{16}　　C．3^{32}+2^{32}　　D．3^{32}—2^{32}

类型四、平方差公式中整体思想的应用

13．若$a^2-b^2=10$，$a-b=2$，则$a+b$的值为（　　）

A．5　　B．2　　C．10　　D．无法计算

14．如果 m^2+m＝5，那么代数式 m（m+2）+（m+2）（m﹣2）的值为（　　）

A．6　　B．9　　C．﹣1　　D．14

15．若$m^2-n^2=24$，且$m-n=4$，则$m+n$等于（　　）．A．7　B．6C．5　　D．8

16．若$a-b=\frac{1}{2}$，则a^2-b^2-b的值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．1　　D．2

17．若$a^2-b^2=\frac{2}{3}$，$a+b=\frac{1}{2}$，则$\boldsymbol{a-b}$的值为（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．2

18．定义：若一个正整数能表示为两个连续自然数的平方差，那么就称这个正整数为“明德数”．如：$1=1^2-0^2$，$3=2^2-1$，$5=3^2-2^2$，因此 1，3，5 这三个数都是“明德数”．则介于 1 到 200 之间的所有“明德数”之和为 (　　)

A．10000　　B．40000　　C．200　　D．2500

二、填空题

类型一、平方差公式进行运算

19．已知 a^2=3，b^2=7，则（a+b）（a-b）=_____ ．

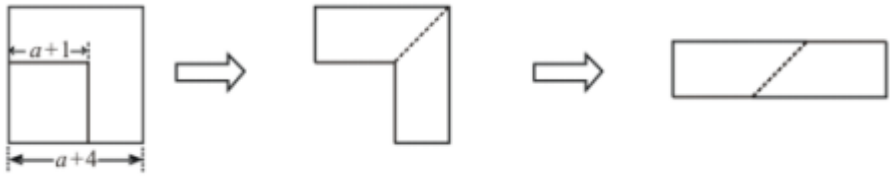
20．若$a+b=2$，则a^2-b^2+4b的值是_____.

21．计算：402×398＝___.

22．已知下列等式：①$3^2-1^2=8$，②$5^2-3^2=16$，③$7^2-5^2=24$，…根据以上式子的规律，写出第n个式子，_____.

类型二、平方差公式与几何图形

23．下图是从一个正方形中剪下一个小正方形后，拼成一个矩形的过程．根据下图，写出一个正确的等式：_____.



24．把一个边长为 a 的大正方形，剪去一个边长为 b 的小正方形，即图 1，然后再剪拼成一个新长方形如图 2，由 1 到 2 的变形，可以得到等式：_____.

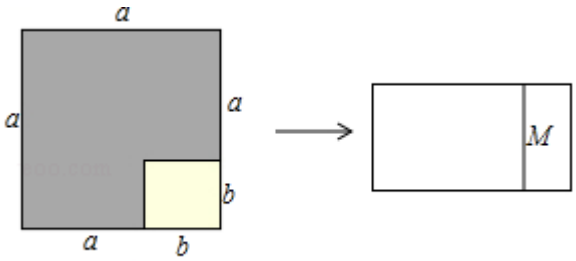
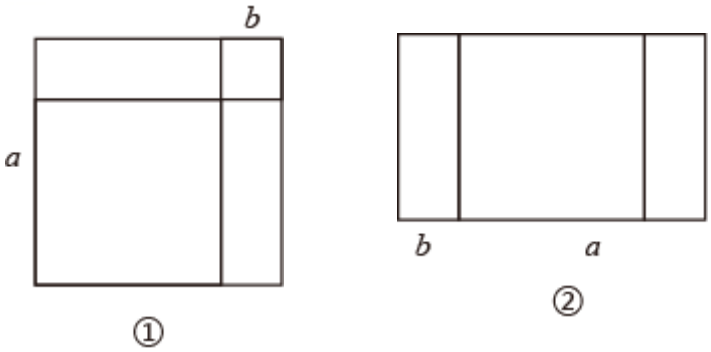


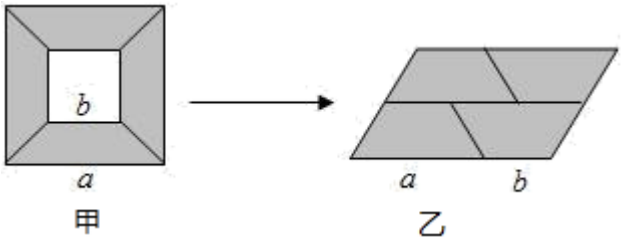
图1　　图2

25．在边长为a的正方形中剪掉一个边长为b的小正方形（$a>b$），再沿虚线剪开，如图①然后拼成一个长方形如图②，根据这两个图形的面积关系，可以得到的公式是_____.



①　　②

26．从边长为a的大正方形纸板中挖去一个边长为b的小正方形后，将其拼成一个平行四边形，那么通过计算阴影部分的面积可以验证的公式为_____.



类型三、平方差公式解决规律问题

27．小丽在计算$3\times(4+1)\times(4^2+1)$时，把3写成$(4-1)$后，发现可以连续运用平方差公式进行计算．用类似方法计算：$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\times\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\times\left(1+\frac{1}{2^8}\right)+\frac{1}{2^{15}}=$_____.

28．计算：3（2^2+1）（2^4+1）…（2^{32}+1）﹣1，它的结果的个位数字是 ___.

29．“特殊→一般”、“探索→总结→验证”等，是重要的解决问题的思想方法，学习数学中，培养起这种思想方法是很重要的．观察下列几组算式：①$7\times9=63$，$8\times8=64$；②$11\times13=143$，$12\times12=144$；③$24\times26=624$，$25\times25=625$．其中规律可用含字母a的一个等式来表示，这个等式是_____.

30．请先观察下列等式，再填空：$3^2-1^2=4\times2$，$4^2-2^2=4\times3$，$5^2-3^2=4\times4$，$6^2-4^2=4\times5$，…，通过观察归纳，写出第n个等式是：_____（n为正整数）

类型四、平方差公式中整体思想的应用

31．已知$s+t=4$则$s^2-t^2+8t=$____.

32．已知$m+n=3,$则$m^2-n^2+6n=$_____.

33．已知m^2﹣n^2=24，m比n大8，则m+n=___.

34．若2b﹣a=﹣2，a+2b=5．则a^2﹣$4b^2$=_____.

35．如果$a^2-9b^2=4$，那么$(a+3b)^2(a-3b)^2$的值是_____.

36．已知a^2﹣b^2=﹣12，a+b=3，则a﹣b的值为___.

三、解答题

37．计算：

（1）$a^2\cdot a^4+\left(-3a^3\right)^2-10a^6$

（2）$a(a+2)-(a+1)(a-1)$

38．先化简再求值：

（1）当x=1，求代数式（﹣2x）^{2}+（x+3）（x﹣3）的值．

（2）当 $ab=-1$，求代数式 $(a-b)^2-(a+b)^2$ 的值

39.（1）数学课堂上老师留了道数学题， 如图 1，用式子表示空白部分的面积.

甲，乙，丙，丁 4 名同学表示的式子是：

甲：$10\times6-10x-6x$

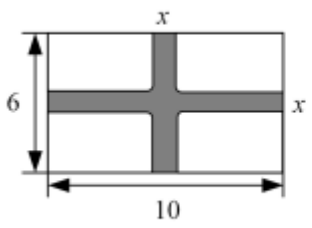
乙：$10\times6-10x-6x-x^2$

丙：$10\times6-10x-6x+x^2$

丁：$(10-x)(6-x)$

4 名同学中正确的学生是_____；（填“甲”，“乙”，“丙”，“丁”）

（2）如图 2，有一块长为 $(7a+3b)$ 米，宽为 $(6a-3b)$ 米的长方形空地，计划修筑东西、南北走向的两条道路，其余进行绿化，已知两条道路的宽分别为 $2a$ 米和 $3a$ 米，求绿地的面积（用含 a，b 的式子来表示）



长为10m，宽为6m的长方形绿地上，修建两条宽为xm的人行道，两条路互相垂直，且与绿地的边垂直或平行.求绿地的面积（用含x的式子米表示）

图1

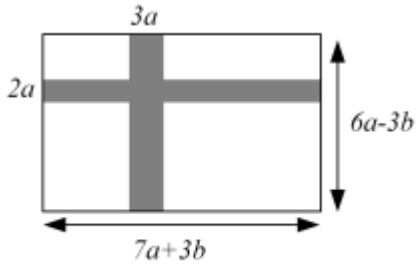


图2

40．某同学化简 $a(a+2b)-(a+b)(a-b)$ 出现了错误，解答过程如下：

原式$=a^2+2ab-\left(a^2-b^2\right)$（第一步）

$=a^2+2ab-a^2-b^2$（第二步）

$=2ab-b^2$（第三步）

（1）该同学解答过程从第_____步开始出错，错误原因是_____；

（2）写出此题正确的解答过程.

参考答案

1．B

【解析】

【分析】根据平方差公式（$a+b$）（$a-b$）＝a^2-b^2对各选项分别进行判断．

【详解】

解：A、（$a+b$）（$-a-b$）＝－（$a+b$）（$a+b$）两项都相同，不能用平方差公式计算．故本选项不符合题意；

B、（$a+b$）（$a-b$）存在相同的项与互为相反数的项，能用平方差公式计算，故本选项符合题意；

C、（$a+b$）（$a-d$）中存在相同项，没有相反项，不能用平方差公式计算．故本选项不符合题意；

D、（$a+b$）（$2a-b$）中存在相反项，没有相同项，不能用平方差公式计算．故本选项不符合题意；

故选：B．

【点拨】本题考查了平方差公式．运用平方差公式计算时，关键要找相同项和相反项，其结果是相同项的平方减去相反项的平方．

2．A

【解析】

【分析】关键平方差公式逐个判断即可．

【详解】

解：A、$(m-n)(-m+n)=(m-n)\left[-(m-n)\right]$不能用平方差公式进行计算，符合题意；

B、$(x^3-y^3)(x^3+y^3)=(x^3)^2-(y^3)^2$能用平方差公式进行计算，不符合题意；

C、$(-a-b)(a-b)=\left[-(a+b)\right](a-b)$能用平方差公式进行计算，不符合题意；

D、$(c^2-d^2)(d^2+c^2)=(c^2)^2-(d^2)^2$能用平方差公式进行计算，不符合题意

故选：A．

【点拨】本题考查了平方差公式，能熟记平方差公式的内容是解此题的关键

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$．

3．C

【解析】

【分析】根据平方差公式解答即可．

【详解】

解：$\because \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=-3 \end{cases}$，

$\therefore x^2-y^2=（x+y）（x-y）=2\times（-3）=-6$．

故选：C．

【点拨】本题主要考查了平方差公式．解题的关键是掌握平方差公式：两个数的和与这两个数的差相乘，等于这两个数的平方差，即$（a+b）（a-b）=a^2-b^2$．

4．D

【解析】

【分析】将因数 2 变为$(3-1)$，构成使用平方差公式的条件，重复使用平方差公式得出结果，再根据 3 的整数次幂的个位数循环规律答题．

【详解】

解：原式$=(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\cdot\ldots\cdot(3^{100}+1)+1$

$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\cdot\ldots\cdot(3^{100}+1)+1$

$=(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)\cdot\ldots\cdot(3^{100}+1)+1$

$=(3^8-1)(3^8+1)\cdot\ldots\cdot(3^{100}+1)+1$

$=(3^{100}-1)\cdot(3^{100}+1)+1$

$=3^{200}$，

$\because 3^1=3$，$3^2=9$，$3^3=27$，$3^4=81$，

$\therefore 3$的整数次幂的个位数按 3，9，7，1 循环，而 200=4×50，

$\therefore 3^{200}$的个位数是 1，

故选：D．

【点拨】本题考查了平方差公式在实数运算中的作用，整数幂运算的个位数循环规律，属于规律型题目．

5．D

【解析】

【分析】观察图 1 与图 2，根据两图形阴影部分面积相等，即可写出一个正确的等式．

【详解】

解：根据图形得：

图 1 中阴影部分面积$=a^2-b^2$，

图 2 中阴影部分面积$=(a+b)(a-b)$，

∴$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$，

故选 D．

【点拨】此题考查了平方差公式的几何背景，熟练掌握平方差公式是解本题的关键．

6．D

【解析】

【分析】分别根据正方形及平行四边形的面积公式求得甲、乙中阴影部分的面积，从而得到可以验证成立的公式．

【详解】

∵将小正方形一边向两方延长，得到两个梯形的高，两条高的和为 $a-b$，即平行四边形的高为 $a-b$，

∴平行四边形的面积为：（$a+b$）（$a-b$）

∵正方形中阴影部分的面积为：a^2-b^2

∵两个图中的阴影部分的面积相等，

∴a^2-b^2=（$a+b$）（$a-b$）．

所以验证成立的公式为：a^2-b^2=（$a+b$）（$a-b$）．

故选：D．

【点拨】本题主要考查了平方差公式，运用不同方法表示阴影部分面积是解题的关键．本题主要利用面积公式求证明 a^2-b^2=（$a+b$）（$a-b$）．

7．C

【解析】

【分析】用代数式表示图 1 和图 2 的阴影部分的面积，即可得出等式．

【详解】

图 1 阴影部分的面积为：m^2-n^2，

图 2 是长为$(m+n)$，宽为$(m-n)$，其面积为：$(m+n)(m-n)$，

$\therefore m^2-n^2=(m+n)(m-n)$．

故选：C．

【点拨】本题考查平方差公式的几何背景，用不同方法表示面积是解题的关键．

8．A

【解析】

【分析】首先利用正方形的面积，求得左边阴影部分的面积，然后根据梯形的面积公式求得右边阴影部分的面积，根据面积相等即可解答.

【详解】

解：∵左图中阴影部分的面积是 a^2-b^2，右图中梯形的面积是

$\frac{1}{2}$（2a+2b）（a−b）=（a+b）（a−b），

∴a^2-b^2=（a+b）（a−b）.

故选：A.

【点拨】此题主要考查的是平方差公式的几何表示. 注意运用不同方法表示阴影部分面积是解题的关键.

9．C

【解析】

【分析】先在前面添加因式(2−1)，再连续利用平方差公式计算求出 x，然后根据指数相等即可求出 n 值.

【详解】

解:

$x=(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\ldots(1+2^n)$

$=(2-1)(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\ldots(1+2^n)$

$=(2^2-1)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\ldots(1+2^n)$

$=(2^n-1)(1+2^n)$

$=2^{2n}-1$，

∵$x+1=2^{128}$，

∴$2^{2n}-1+1=2^{128}$，

即 $2^{2n}=2^{128}$，

∴$2n=128$，

∴n=64.

故答案为：C.

【点拨】本题考查了平方差公式，关键是乘一个因式(2−1)然后就能依次利用平方差公式计算了.

10．C

【解析】

【分析】原式变形后，利用平方差公式计算得到结果，归纳总结即可确定出结果的个位数字．

【详解】

解：原式＝（2−1）•（2＋1）•（2^2＋1）•（2^4＋1）…（2^{32}＋1）＋1

＝（2^2−1）•（2^2＋1）•（2^4＋1）…（2^{32}＋1）＋1

＝（2^4−1）•（2^4＋1）…（2^{32}＋1）＋1

＝2^{64}−1＋1

＝2^{64}，

∵2^1＝2，2^2＝4，2^3＝8，2^4＝16，2^5＝32，…，

∴其结果个位数以 2，4，8，6 循环，

∵64÷4＝16，

∴原式计算结果的个位数字为 6．

故选：C．

【点拨】此题考查了平方差公式，两个数的和与这两个数的差相乘，等于这两个数的平方差，熟练掌握平方差公式是解本题的关键．

11．C

【解析】

【分析】把每个因式逆用平方差公式分解，然后根据乘法结合率和有理数的乘法计算即可．

【详解】

解：$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{99^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{100^2}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{100}\right)\left(1+\frac{1}{100}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{99}{100}\times\frac{101}{100}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{101}{100}$

$=\frac{101}{200}$

故选 C．

【点拨】本题考查了平方差公式的运用，熟练掌握平方差公式是解题的关键.

12．B

【解析】

【分析】根据含乘方的有理数的计算法则和平方差公式进行求解即可.

【详解】

解：$(3+2)\times(3^2+2^2)\times(3^4+2^4)\times(3^8+2^8)$

$=\dfrac{(3-2)(3+2)(3^2+2^2)\times(3^4+2^4)\times(3^8+2^8)}{3-2}$

$=\dfrac{(3^2-2^2)(3^2+2^2)\times(3^4+2^4)\times(3^8+2^8)}{3-2}$

$=\dfrac{(3^4-2^4)\times(3^8+2^8)}{3-2}$

$=\dfrac{(3^8-2^8)\times(3^8+2^8)}{3-2}$

$=3^{16}-2^{16}$

故选 B.

【点拨】本题主要考查了含乘方的有理数乘法计算，平方差公式，解题的关键在于能够熟练掌握平方差公式.

13．A

【解析】

【分析】利用平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$进行求解即可.

【详解】

解：$\because a-b=2$，$a^2-b^2=(a+b)(a-b)=10$，

$\therefore a+b=5$，

故选 A.

【点拨】本题主要考查了平方差公式，熟知平方差公式是解题的关键.

14．A

【解析】

【分析】根据 $m^2+m=5$ 可得 $m^2=5-m$，将 m（m+2）+（m+2）（m﹣2）括号展开合并后，代入即可抵消掉 m，得出代数式的值.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/778120013040006054