

2024 年河东区高考第一次模拟考试

数学试卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。

第 I 卷（选择题 共 45 分）

一、选择题：本题共 9 个小题，每小题 5 分，共 45 分。每小题给出的四个选项只有一个符合题目要求。

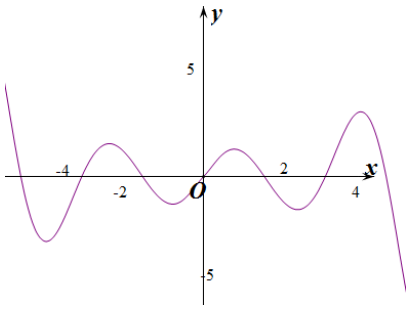
1. 已知集合 $U = \{-1, 0, 1, 2, 4\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | y = |x| - 1, y \in A\}$, 则 $\complement_U(A \cap B)$ 为 ()

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{-1, 2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4\}$

2. 命题 $p: a^2 + b^2 \neq 0$, 命题 $q: a, b$ 不都为 0, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分又不必要条件

3. 如图中，图象对应的函数解析式为 ()



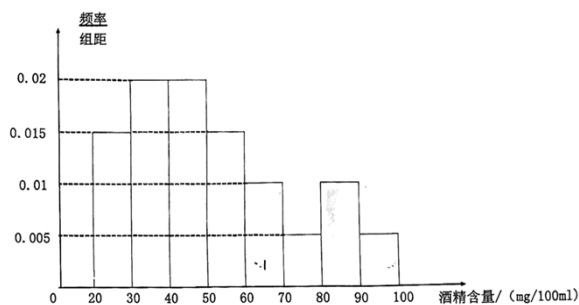
A. $f(x) = \frac{e^{|x|} \cos 2x}{x^2 + 1}$

B. $f(x) = \frac{e^{|x|} \sin 2x}{|x|}$

C. $f(x) = \frac{\sin 2x}{x^2 + 1}$

D. $f(x) = \frac{e^{|x|} \sin 2x}{x^2 + 1}$

4. 根据《中华人民共和国道路交通安全法》规定：血液酒精浓度在 $80\text{mg}/100\text{ml}$ （含 80）以上时，属醉酒驾车，处十五日以下拘留和三个月以上六个月以下暂扣驾驶证，并处 500 元以上 2000 元以下罚款，某地统计了近五年来查处的酒后驾车和醉酒驾车共 200 人，如图，这是对这 200 人酒后驾车血液中酒精含量进行检测所得结果的频率分布直方图，下列说法正确的是 ()



- A. 在酒后驾车的驾驶人中醉酒驾车比例不高因此危害不大
- B. 在频率分布直方图中每个柱的高度代表区间内人数的频率
- C. 根据频率分布直方图可知 200 人中醉酒驾车的约有 30 人
- D. 这 200 人酒后驾车血液中酒精含量的平均值约为 $60\text{mg}/100\text{ml}$
5. 设 $a = 2^{\sqrt{3}}$, $b = \log_2 3$, $c = \log_{\sqrt{3}} 3$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $a < b < c$
6. 已知等轴双曲线的渐近线与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线交于 A, B 两点, 抛物线焦点为 F , $\triangle AFB$ 的面积为 4, 则的 AF 长度为 ()
- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$
7. 关于函数 $f(x) = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 下列结论正确的为 ()
- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π B. $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 的对称中心
- C. 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 时, $f(x)$ 的最小值为 0 D. 当 $x \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 时, $f(x)$ 单调递增
8. 庑殿 (图 1) 是古代传统建筑中的一种屋顶形式. 宋称为“五脊殿”、“吴殿”, 庑殿建筑是房屋建筑中等级最高的一种建筑形式, 多用作宫殿、坛庙、重要门楼等高级建筑上. 学生小明在参观文庙时发现了这一建筑形式, 将其抽象为几何体 $ABCDEF$, 如图 2, 其中底面 $ABCD$ 为矩形, $EF \parallel AB$, $AE = DE = CF = BF = 4\sqrt{3}$, $EF = AD = \frac{1}{2}AB = 8$, 则该几何体的体积为 ()



图 1

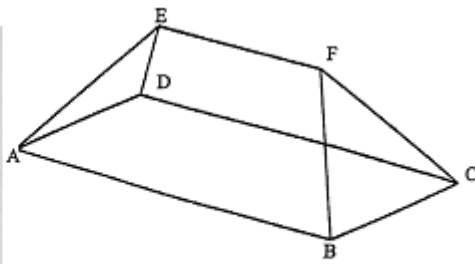


图 2

A. 512

B. 384

C. $\frac{1024}{3}$

D. $\frac{640}{3}$

9. 已知偶函数 $f(x) = \ln \frac{e^{2x} + 1}{e^{ax}}$, 则下列结论中正确的个数为 ()

① $a = 1$; ② $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调函数;

③ $f(x)$ 的最小值为 $\ln 2$; ④ 方程 $f(x) = \frac{1}{2}$ 有两个不相等的实数根

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题：本题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分。把答案填在题中横线上。

10. i 是复数单位，化简 $\frac{27-8i}{3+2i}$ 的结果为_____.

11. 在 $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^6$ 的二项展开式中，常数项是_____。(用数字作答)

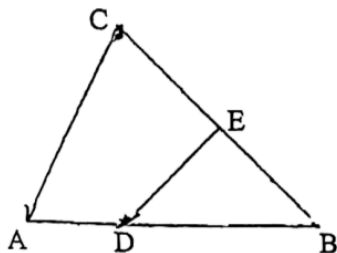
12. 已知过点 $P(4, -3)$ 的直线 (不过原点) 与圆 $C: x^2 + (y+5)^2 = a$ 相切，且在 x 轴、 y 轴上的截距相等，则 a 的值为_____.

13. 某地区人群中各种血型的人所占比例如表 1 所示，已知同种血型的人可以输血，O 型血可以输给任何一种血型的人，任何人的血都可以输给 AB 型血的人，其他不同血型的人不能互相输血，小明是 B 型血，因病需要输血，任找一个人，其血可以输给小明的概率为_____；任找两个人，则小明有血可以输的概率为_____.

血型	A	B	AB	O
该血型的人占比	20%	30%	10%	40%

14. 若 $a > 0, b > 0, ab = 2$, 则 $\frac{a+4b+2b^3}{b^2+1}$ 的最小值为_____.

15. 已知 $\triangle ABC$ ，如图所示，点 E 为 BC 中点，点 D 满足 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ，记 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ，用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{ED} =$ _____；当 $\angle B = 30^\circ$, $CD = BD$, $|\overrightarrow{ED}| = 1$ 时 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____.

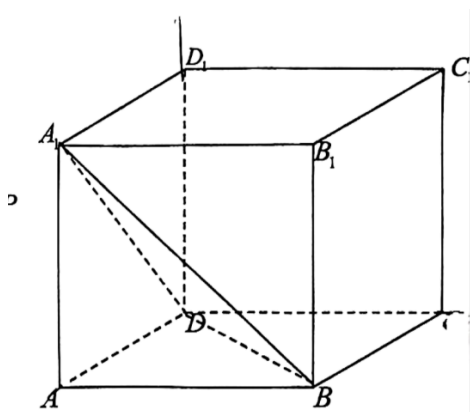


三、解答题：本题共 5 个小题，共 75 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. 在三角形 ABC 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。已知 $b = 8, 3a = 7c$, $b > a, \cos C = \frac{13}{14}$ 。

- (1) 求角 A 的大小；
- (2) 求 $\sin(A + 2C)$ 的值；
- (3) 求边 c 的值。

17. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中（如图所示），边长为 2，连接 A_1D 、 A_1B 、 BD



- (1) 证明： $AC_1 \perp$ 平面 A_1BD ；
- (2) 求平面 ACD_1 与平面 A_1BD 夹角的余弦值；
- (3) 底面正方形 $ABCD$ 的内切圆上是否存在点 P 使得 PB 与平面 A_1BD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，若存在求 PD_1 长度，若不存在说明理由。

18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，点 $M(0, 3)$ 到椭圆右焦点距离等于焦距。

- (1) 求椭圆标准方程；

(2) 过点 M 斜率为 k 的直线 l 与椭圆交于 A, B 两点, 且与 x 轴交于点 N , 线段 AB 的垂直平分线与 x 轴,

y 轴分别交于点 P , 点 Q , $S_{\triangle POQ} = \frac{7}{50} S_{\triangle MON}$, O 为坐标原点, 求 k 的值.

19. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, $2a_n = a_{2n} - 1, a_4 = 7, b_1 = 2a_1$, $b_3 + b_5 = 40$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n ;

(i) 证明 $\sum_{i=1}^n \frac{a_{i+1}}{S_i S_{i+1}} < 1$;

(ii) 求 $\sum_{i=1}^{2n} (-1)^i T_i \sqrt{S_i}$.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{2} - \ln x, g(x) = x - \ln x - 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $g(x)$ 的最小值;

(3) 函数 $F(x) = f(x) - mg(x) (m > 2), F(1) = F(n) (n \neq 1)$, 证明: $\forall x \in (1, n], (m-1) \ln x > x-1$.

2024 年河东区高考第一次模拟考试

数学试卷

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试用时 120 分钟。

第 I 卷（选择题 共 45 分）

一、选择题：本题共 9 个小题，每小题 5 分，共 45 分。每小题给出的四个选项只有一个符合题目要求。

1. 已知集合 $U = \{-1, 0, 1, 2, 4\}$, $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | y = |x| - 1, y \in A\}$, 则 $\complement_U(A \cap B)$ 为 ()

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{-1, 2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4\}$

【答案】B

【解析】

【分析】解出绝对值方程，得到 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，再根据交集和补集的含义即可。

【详解】令 $|x| - 1 = -1$ ，解得 $x = 0$ ；令 $|x| - 1 = 0$ ，解得 $x = \pm 1$ ；令 $|x| - 1 = 1$ ，解得 $x = \pm 2$ 。

则 $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，

则 $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$ ，则 $\complement_U(A \cap B) = \{2, 4\}$ 。

故选：B。

2. 命题 $p: a^2 + b^2 \neq 0$ ，命题 $q: a, b$ 不都为 0，则 p 是 q 的 ()

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分又不必要条件

【答案】A

【解析】

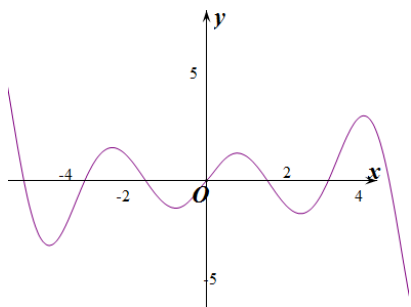
【分析】 $a^2 + b^2 \neq 0 \Leftrightarrow$ 故 a, b 不都为 0，得到答案。

【详解】 $a^2 + b^2 \neq 0 \Leftrightarrow$ 故 a, b 不都为 0，

故 p 是 q 的充要条件。

故选：A

3. 如图中，图象对应的函数解析式为 ()



A. $f(x) = \frac{e^{|x|} \cos 2x}{x^2 + 1}$

B. $f(x) = \frac{e^{|x|} \sin 2x}{|x|}$

C. $f(x) = \frac{\sin 2x}{x^2 + 1}$

D. $f(x) = \frac{e^{|x|} \sin 2x}{x^2 + 1}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据函数的奇偶性可排除 A，根据有界性可排除 C，根据 4 处的函数值不超过 5，可判断 B.

【详解】由图象可知函数关于原点对称，故为奇函数，

对于 A, $f(x) = \frac{e^{|x|} \cos 2x}{x^2 + 1}, f(-x) = \frac{e^{|-x|} (\cos -2x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{e^{|x|} \cos 2x}{x^2 + 1} = f(x)$, 故函数为偶函数, 不符合,

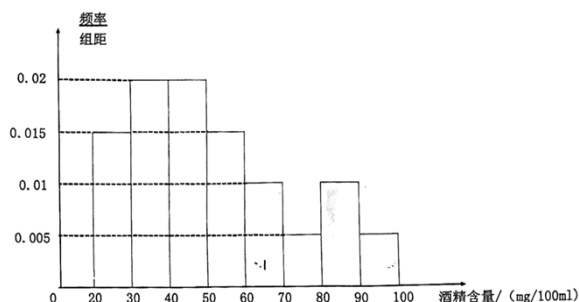
对于 B, $Q 8 \in \left(\frac{5\pi}{2}, \frac{8\pi}{3}\right) \subseteq \left(\frac{5\pi}{2}, 3\pi\right), \therefore \sin 8 > \sin \frac{8\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin f(4) = \frac{e^4 \sin 8}{4} > \frac{\sqrt{3}e^4}{8} > \frac{\sqrt{3} \times 2.5^4}{8} > \frac{1.7 \times 39}{8} > 5,$

根据图象可知, 4 处的函数值不超过 5, 故 B 不符合,

对于 C, 由于 $x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sin 2x}{x^2 + 1} \leq \frac{1}{x^2 + 1} \leq 1$, 显然不符合,

故选: D

4. 根据《中华人民共和国道路交通安全法》规定: 血液酒精浓度在 $80\text{mg}/100\text{ml}$ (含 80) 以上时, 属醉酒驾车, 处十五日以下拘留和三个月以上六个月以下暂扣驾驶证, 并处 500 元以上 2000 元以下罚款, 某地统计了近五年来查处的酒后驾车和醉酒驾车共 200 人, 如图, 这是对这 200 人酒后驾车血液中酒精含量进行检测所得结果的频率分布直方图, 下列说法正确的是 ()



- A. 在酒后驾车的驾驶人中醉酒驾车比例不高因此危害不大
- B. 在频率分布直方图中每个柱的高度代表区间内人数的频率
- C. 根据频率分布直方图可知 200 人中醉酒驾车的约有 30 人
- D. 这 200 人酒后驾车血液中酒精含量的平均值约为 $60\text{mg}/100\text{ml}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用频率分布直方图的实际意义，对各选项逐一分析判断即可得解.

【详解】对于 A，不管酒驾的比例高不高，其危害都大，故 A 错误；

对于 B，在频率分布直方图中，每个柱的高度代表区间内的频率/组距这一数值，故 B 错误；

对于 C，血液酒精浓度在 $80\text{mg}/100\text{ml}$ （含 80）以上时，属醉酒驾车，

所以这 200 人中醉酒驾车的约有 $(0.01+0.005)\times 10\times 200=30$ ，故 C 正确；

对于 D，这 200 人酒后驾车血液中酒精含量的平均值约为

$$0.15\times 25+0.2\times 35+0.2\times 45+0.15\times 55+0.1\times 65+0.05\times 75+0.1\times 85+0.05\times 95=51.5\text{ mg}/100\text{ml},$$

故 D 错误.

故选：C.

5. 设 $a=2^{\sqrt{3}}$, $b=\log_2 3$, $c=\log_{\sqrt{3}} 3$ ，则 a, b, c 的大小关系为（ ）

- A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $a < b < c$

【答案】A

【解析】

【分析】根据对数的单调性以及指数的单调性即可利用中间值求解.

【详解】 $a=2^{\sqrt{3}} > 2^1 = 2$, $b=\log_2 3 < \log_2 4 = 2$, $c=\log_{\sqrt{3}} 3 = 2$ ，

故 $b < c < a$ ，

故选：A

6. 已知等轴双曲线的渐近线与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线交于 A, B 两点，抛物线焦点为 F ， $\triangle AFB$ 的面积为 4，则的 AF 长度为（ ）

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据双曲线与抛物线的几何性质，联立方程组，求得 A, B 的坐标，结合题意，列出方程求得 $p = 2\sqrt{2}$ ，进而求得 AF 长度，得到答案.

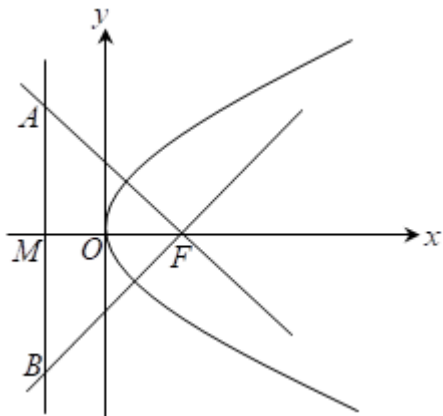
【详解】由题意，等轴双曲线的渐近线方程为 $y = \pm x$ ，抛物线 $y^2 = 2px$ 的准线方程为 $x = -\frac{p}{2}$ ，

$$\text{联立方程组} \begin{cases} x = -\frac{p}{2} \\ y = x \end{cases}, \text{ 解得 } y = -\frac{p}{2}, \text{ 可得 } B(-\frac{p}{2}, -\frac{p}{2}), \text{ 同理可得 } A(-\frac{p}{2}, \frac{p}{2}),$$

因为 $\triangle AFB$ 的面积为 4，可得 $S = \frac{1}{2}|AB||MF| = \frac{1}{2} \times p \times p = 4$ ，解得 $p = 2\sqrt{2}$ ，

$$\text{则 } |AF| = \sqrt{|AM|^2 + |MF|^2} = \sqrt{10}.$$

故选：D.



7. 关于函数 $f(x) = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，下列结论正确的为（ ）

A. $f(x)$ 的最小正周期为 π

B. $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 的对称中心

C. 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 时， $f(x)$ 的最小值为 0

D. 当 $x \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 时， $f(x)$ 单调递增

【答案】B

【解析】

【分析】利用正切函数的最小正周期的计算方法判断 A，利用对称中心的计算方法判断 B，举反例判断 C，D 即可.

【详解】对于 A，易知 $T = \frac{\pi}{2}$ ，则 $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ ，故 A 错误，

对于 B, 易知 $2x + \frac{\pi}{3} = \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, 解得 $x = \frac{1}{4}k\pi - \frac{1}{6}\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, 当 $k=1$ 时, $x = \frac{\pi}{12}$,

此时对称中心为 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$, 故 B 正确,

对于 C, 当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时, $f(x) = -\sqrt{3}$, 故 $f(x)$ 的最小值不为 0, 故 C 错误,

对于 D, 易知 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$, $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) < 0$, 故当 $x \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 时, $f(x)$ 并非单调递增, 故 D 错误.

故选: B

8. 庑殿 (图 1) 是古代传统建筑中的一种屋顶形式. 宋称为“五脊殿”、“吴殿”, 庑殿建筑是房屋建筑中等级最高的一种建筑形式, 多用作宫殿、坛庙、重要门楼等高级建筑上. 学生小明在参观文庙时发现了这一建筑形式, 将其抽象为几何体 $ABCDEF$, 如图 2, 其中底面 $ABCD$ 为矩形,

$EF \parallel AB$, $AE = DE = CF = BF = 4\sqrt{3}$, $EF = AD = \frac{1}{2}AB = 8$, 则该几何体的体积为 ()



图 1

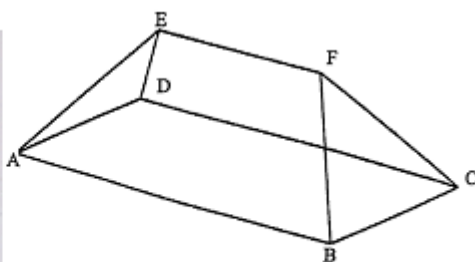


图 2

A. 512

B. 384

C. $\frac{1024}{3}$

D. $\frac{640}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据等腰梯形以及等腰三角形的性质, 利用勾股定理求解长度, 利用体积公式求出一个棱柱与两个棱锥的体积, 可得该几何体的体积,

【详解】因为 $EF \parallel AB$, $AB \parallel DC$, 所以 $EF \parallel DC$,

由 $AE = DE = CF = BF = 4\sqrt{3}$, $EF = AD = \frac{1}{2}AB = 8$,

得四边形 $ABFE$, 四边形 $DCFE$ 均为等腰梯形,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/785034300343011223>