

湖北鄂州市 2020 年初中毕业生学业水平考试

数学试题

(考试时间 120 分钟 满分 120 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 答在试题卷上无效.
3. 非选择题的作答: 用 0.5 毫米黑色墨水签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 答在试题卷上无效.
4. 考生必须保持答题卡整洁. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交.

一、填空题 (共 8 道题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. (2020 湖北鄂州, 1, 3 分) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是_____.

【解题思路】: $-\frac{1}{2}$ 的倒数是: $\frac{2}{-1} = -2$.

【答案】 -2

【点评】 本题考查了倒数的概念, 即当 $a \neq 0$ 时, a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数. 特别要注意的是: 负数的倒数还是负数, 此题难度较小.

2. (2020 湖北鄂州, 2, 3 分) 分解因式 $8a^2 - 2 =$ _____.

【解题思路】 本题要先提取公因式 2, 再运用平方差公式将 $(4a^2 - 1)$ 写成 $(2a + 1)(2a - 1)$, 即原式可分解为: $8a^2 - 2 = 2(4a^2 - 1) = 2(2a + 1)(2a - 1)$

【答案】 $2(2a + 1)(2a - 1)$

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，先提取公因式后再利用平方差公式继续进行因式分解，分解因式一定要彻底．利用相应的公式和分解因式的先后顺序即可得到答案。（分解因式即将一个多项式写成几个因式的乘积的形式）。

难度中等。

3. (2020 湖北鄂州, 3, 3 分) 要使式子 $\frac{\sqrt{a+2}}{a}$ 有意义, 则 a 的取值范围为 _____.

【解题思路】:

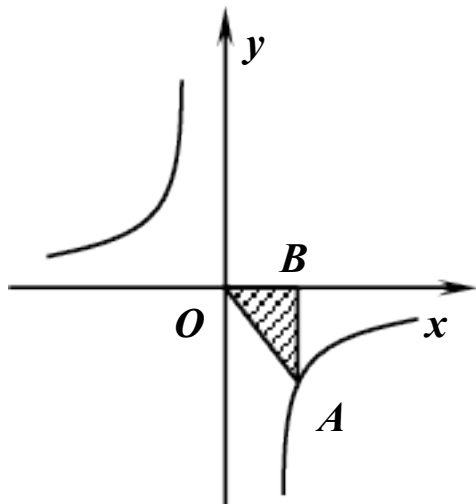
此式子要有意义首先分母不为 0, 分子中的二次根式中的被开方数 ≥ 0 , 所以 $a+2 \geq 0$ 且 $a \neq 0$ 时, 才有意义。

【答案】 $a \geq -2$ 且 $a \neq 0$

【点评】本题考查分式有意义分母不为 0, 二次根式有意义被开方数 ≥ 0 , 同时还涉及解不等式的知识, 综合性较强。

难度中等

4. (2020 湖北鄂州, 4, 3 分) 如图: 点 A 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上, $AB \perp x$ 轴于 B , 且 $\triangle AOB$ 的面积 $S_{\triangle AOB} = 2$, 则 $k =$ _____.



第 4 题图

【解题思路】：由反比例函数解析式可知：系数 $|k|=|x| \cdot |y|$ ，

$$\because S_{\triangle AOB} = 2 \text{ 即 } |k| = \frac{1}{2}|x| \cdot |y| = 2, \therefore |k| = xy = 2 \times 2 = 4;$$

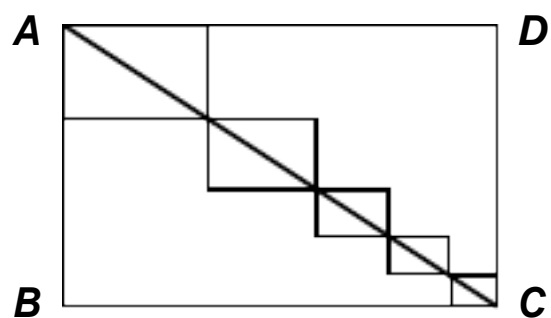
又由双曲线在二、四象限 $k < 0$ ， $\therefore k = -4$

【答案】 -4

【点评】 本题考查反比例函数 k 值的确定，结合三角形面积的 2 倍即是 k 的绝对值，再观察反比例函数图像所在的象限，从而确定 k 的符号。体现数形结合，有一定的综合性。

难度中等

5. (2020 湖北鄂州, 5, 3 分) 如图: 矩形 ABCD 的对角线 $AC=10$, $BC=8$, 则图中五个小矩形的周长之和为_____.



第 5 题图

【解题思路】 由矩形性质可知 $\angle B=90^\circ$ ，对角线 $AC=10$, $BC=8$ 可运用勾股定理得 $AB=6$ ；再利用平移的知识将每个小矩形的边分别上、下、左、右平移即可发现 5 个小矩形的周长之和是矩形 ABCD 的周长 $= (6+8) \times 2 = 28$ 。

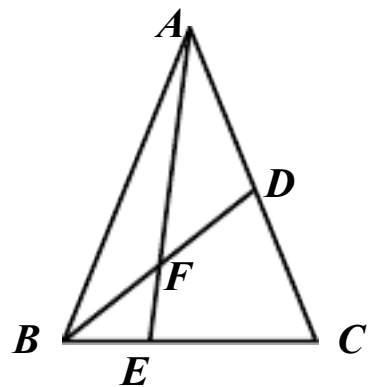
【答案】 28

【点评】 本题考查勾股定理和平移的知识，体现图形变换的数学问题，涉及操作与知识相结合。学生比较容易发现，从而求解。

难度较小

6. (2020 湖北鄂州, 6, 3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 E 是 BC 上的一点, $EC=2BE$, 点 D 是 AC 的中点, 设 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADF$ 、 $\triangle BEF$ 的面积分别为 $S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ADF}$, $S_{\triangle BEF}$, 且 $S_{\triangle ABC} = 12$,

$$\text{则 } S_{\triangle ADF} - S_{\triangle BEF} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



第 6 题图

【解题思路】由 D 是 AC 的中点且 $S_{\triangle ABC} = 12$, 可得 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$; 同理 $EC = 2BE$ 即 $EC = \frac{1}{3} BC$, 可得 $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{3} \times 12 = 4$, 又 $S_{\triangle ABE} - S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BEF}$, $S_{\triangle ABD} - S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ADF}$ 等量代换可知 $S_{\triangle ADF} - S_{\triangle BEF} = 2$

【答案】2

【点评】此题考查高不变，底为 midpoint 或三等分点构成的三角形与原三角形的面积之间的关系，就是底之间的关系；另考查转换的数学思想方法。难度较小。

7. (2020 湖北鄂州, 7, 3 分) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + y = 1 + a \\ x + 3y = 3 \end{cases}$ 的解满足 $x + y < 2$, 则 a 的取值范围为_____.

【解题思路】:

法一: $\begin{cases} 3x + y = 1 + a(1) \\ x + 3y = 3(2) \end{cases}$ 将 (1) + (2) 得 $4x + 4y = 4 + a$, 则 $x + y = \frac{4 + a}{4} = 1 + \frac{a}{4} < 2 \therefore$

$a < 4$.

法二: 也可解方程组 (用含 a 的代数式表示 x, y , 再用含 a 的代数式表示 $x + y$, 解有关 a 的不等式。

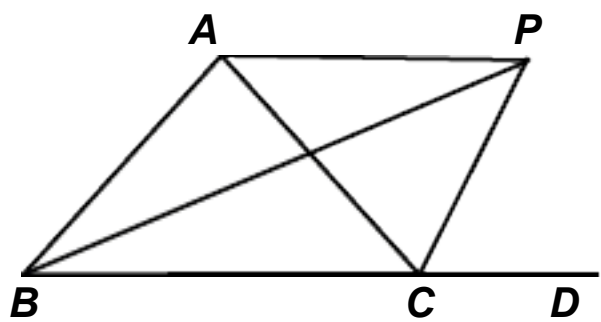
【答案】 $a < 4$

【点评】: 此题更侧重考查学生的观察能力 (1) + (2) 系数相同, 用法一易得 $x + y$, 求解较简便, 有整体的数学思想的考查初衷, 然后是考查不等式的解法, 有一定的综

合性。用法二也可，但计算较繁。

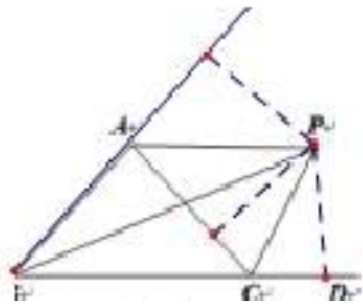
难度中等。

8. (2020 湖北鄂州, 8, 3 分) 如图, $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 CP 与内角 $\angle ABC$ 平分线 BP 交于点 P , 若 $\angle BPC=40^\circ$, 则 $\angle CAP=$ _____.



第 8 题图

【解题思路】是利用角平分线的性质定理和判定定理证 AP 是 $\angle BAC$ 外角的平分线!



而 $\angle BAC=2\angle BPC$ 也是可证的! 由 $\angle BPC=40^\circ$ 和角平分线性质, 得 $\angle ACD-2\angle ABC=2\times 40^\circ=80^\circ$ 即 $\angle BAC=80^\circ$,

则 $\angle BAC$ 的外角为 100° , $\angle CAP=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$ 。

【答案】 50°

【点评】此题考查学生对角平分线性质和三角形外角的知识, 学生要证 AP 是 $\angle BAC$ 外角的平分线, 需要添加辅助线才行。

难度较大

二、选择题 (A, B, C, D 四个答案中, 有且只有一个是正确的, 每小题 3 分, 共 21 分)

9. (2020 湖北鄂州, 9, 3 分) $\cos 30^\circ =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

【解题思路】 直接作答： $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。也可分析 A: $\sin 30^\circ$ 、B: $\cos 45^\circ$ 、D: $\tan 60^\circ$

【答案】 C

【点评】：直接考查特殊三角函数值，学生可通过记忆特殊三角函数值，也可结合画直角三角形求解。

难度较小。

10. (2020 湖北鄂州, 10, 3 分) 计算 $-2^2 + (-2)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = (\quad)$

A. 2 B. -2 C. 6 D. 10

【解题思路】：正面求解：原式 = $-4 + 4 - \frac{1}{-\frac{1}{2}} = 0 - (-2) = 2$

【答案】 A

【点评】此题考查有理数的运算包括 2 的平方的相反数； (-2) 的平方；及 $-\frac{1}{2}$ 的 -1 次幂，涉及有理数计算等问题，尤其符号容易出错，需要细心求解。 难度较小

11. (2020 湖北鄂州, 11, 3 分) 下列说法中

- ①一个角的两边分别垂直于另一个角的两边，则这两个角相等
- ②数据 5, 2, 7, 1, 2, 4 的中位数是 3, 众数是 2
- ③等腰梯形既是中心对称图形，又是轴对称图形
- ④Rt△ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ，两直角边 a, b 分别是方程 $x^2 - 7x + 7 = 0$ 的两个根，则 AB 边上的中线长为 $\frac{1}{2}\sqrt{35}$

正确命题有 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【解题思路】①:画图可发现应考虑 2 种情况，还可以互补，命题不正确；②:排列为 1, 2, 2, 4, 5, 7 中位数为 $\frac{2+4}{2} = 3$, 众数为 2, 命题正确；③等腰梯形只是轴对称图形，不是中心对称图形，命题不正确；

$$\textcircled{4} AB^2 = a^2 + b^2 = x^2 + x^2 = (x + x)^2 - 2x \cdot x = [-(-7)]^2 - 2 \times 7 = 35,$$

$\therefore AB = \sqrt{35}$ ，而斜边上的中线等于斜边的一半为 $\frac{1}{2}\sqrt{35}$ ，正确。

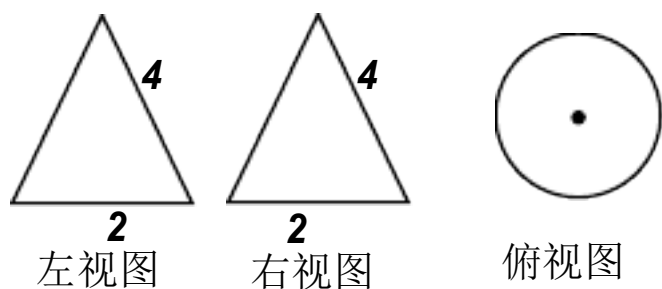
所以正确的有②、④，2个。

【答案】C

【点评】本题考查概念有角；中位数、众数；特殊四边形的对称性；一元二次方程根与系数的关系、勾股定理、直角三角形斜边上的中线是斜边的一半等综合了多个基础知识点。认真分析每一个命题，就能正确解答。难度中等

12. (2020 湖北鄂州, 12, 3 分) 一个几何体的三视图如下：其中主视图都是腰长为4、底边为2的等腰三角形，则这个几何体的侧面展开图的面积为 ()

- A. 2π B. $\frac{1}{2}\pi$ C. 4π D. 8π



第12题图

【解题思路】此题宜正面求解。先判断此几何体为圆锥，侧面展开图为扇形；再由三视图得到扇形母线为4、弧长为圆锥底面圆的周长；最后运用公式 $S = \frac{1}{2}lR =$

$$\frac{1}{2}\pi \cdot 2 \times 4 = 4\pi$$

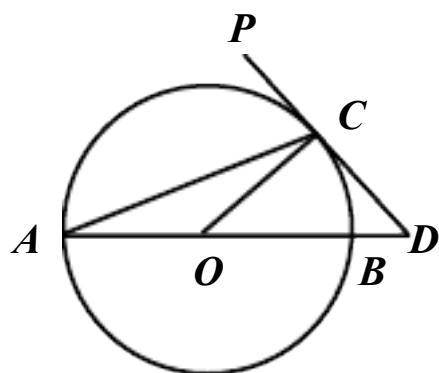
【答案】C

【点评】此题考查学生由三视图判断出几何体为圆锥，再考查圆锥侧面展开图——扇形面积公式 $S = \frac{1}{2}lR$ ，需要利用直径求出圆锥底面周长，并将其准确代入对应的公式

是解题的关键。

难度较小

13. (2020 湖北鄂州, 13, 3 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, PD 切 $\odot O$ 于点 C, 交 AB 的延长线于 D, 且 $CO=CD$, 则 $\angle PCA= (\quad)$
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 67.5°



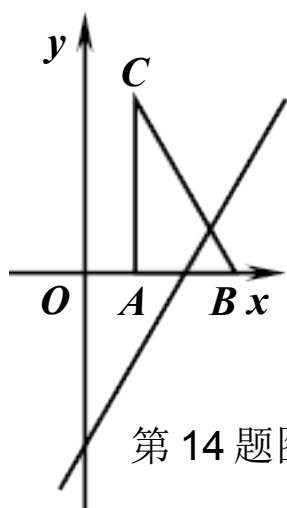
第 13 题图

【解题思路】 PD 切 $\odot O$ 于点 C, 交 AB 的延长线于 D, 且 $CO=CD$ 得 $\angle COD=45^\circ$ 、 $\angle PCO=90^\circ$ 。再由 $OA=OC$, 及外角知识得 $\angle ACO=22.5^\circ$; 又 $\angle PCA+\angle ACO=90^\circ$, 所以 $\angle PCA=90^\circ - \angle ACO=67.5^\circ$ 。另外也可考虑直径条件连结 BC 求解。

【答案】 D

【点评】 本题切线的性质和等边对等角及外角、余角等边角之间的关系。只要充分挖掘条件和图形中边角的内在联系就可顺利求解。难度较小。

14. (2020 湖北鄂州, 14, 3 分) 如图, 把 $Rt\triangle ABC$ 放在直角坐标系内, 其中 $\angle CAB=90^\circ$, $BC=5$, 点 A、B 的坐标分别为 $(1, 0)$ 、 $(4, 0)$, 将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移, 当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时, 线段 BC 扫过的面积为 (\quad)
- A. 4 B. 8 C. 16 D. $8\sqrt{2}$



第 14 题图

【解题思路】将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移，当点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上时即当 $y=4$ 时，解得 $x=5$ ，所以平移的距离为 $5-1=4$ ，又知 BC 扫过的图形为平行四边形，高不变为：

$\sqrt{5^2 - (4-1)^2} = 4$ ，所以平行四边形面积=底 \times 高= $4 \times 4=16$ 。

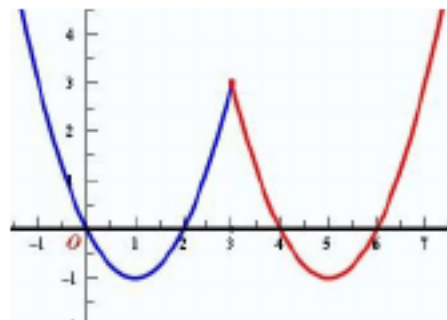
【答案】C

【点评】此题涉及运用勾股定理；已知一次函数解析式中的 y 值，解函数转化的一元一次方程求出 x 值，利用横坐标之差计算平移的距离；以及平行四边形面积公式。运用数形结合、平移变换、动静变化的数学思想方法是解此题的关键，综合性较强。难度中等

15. (2020 湖北鄂州, 15, 3 分) 已知函数 $y = \begin{cases} (x-1)^2 - 1 & (x \leq 3) \\ (x-5)^2 - 1 & (x > 3) \end{cases}$ ，则使 $y=k$ 成立的 x

值恰好有三个，则 k 的值为 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3



【解题思路】如图：

利用顶点式及取值范围，可画出函数图象会发现：当 $x=3$ 时， $y=k$ 成立的 x 值恰好

有三个，此时 $y=(3-1)^2-1=3$ 或 $(3-5)^2-1=3$ ，则 k 的值为 3。