

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

【答案】A

【详解】

如图，取 AD 中点 G ，连接 EG 、 FG ，因为 E 、 F 分别是 AC 、 BD 的中点，

所以 $EG \parallel CD$ ， $FG \parallel AB$ ，又 $CD = 4$ ， $AB = 2$ ，

所以 $EG = 2$ ， $FG = 1$ ，

因为 $EF \perp AB$ ，所以 $EF \perp FG$ ，

所以在 $\text{Rt}\triangle EFG$ 中， $\sin \angle FEG = \frac{1}{2}$ ，所以 $\angle FEG = \frac{\pi}{6}$ ，

因为 $EG \parallel CD$ ，根据等角定理可知，

EF 与 CD 所成的角的大小是 $\frac{\pi}{6}$ ，故 B、C、D 错误.

故选：A.

4. (2023·四川成都·石室中学校考模拟预测) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别为边 AD 、 BC 上的点，且 $AD = 3AE$ ， $BC = 3BF$ ，设 P 、 Q 分别为线段 AF 、 CE 的中点，将四边形 $ABFE$ 沿着直线 EF 进行翻折，使得点 A 不在平面 $CDEF$ 上，在这一过程中，下列关系不能成立的是 ()

- A. 直线 $AB \parallel$ 直线 CD B. 直线 $AB \perp$ 直线 PQ
C. 直线 $PQ \parallel$ 直线 ED D. 直线 $PQ \parallel$ 平面 ADE

【答案】C

【详解】翻折之后如图所示：

①因为 $AD = 3AE$ ， $BC = 3BF$ ，所以 $AB \parallel EF$ 且 $EF \parallel CD$ ，

因此 $AB \parallel CD$ ，故选项 A 成立；

②连接 FD ，因为 P 、 Q 分别为 FA 、 FD 的中点，所以 $PQ \parallel AD$ ，

又因为 $AB \perp AD$ ，所以 $AB \perp PQ$ ，故选项 B 成立；

③因为 $PQ \parallel AD$ ， $ED \cap AD = D$ ，所以 PQ 与 ED 不平行，故选项 C 不成立；

④因为 $PQ \parallel AD$ ，且 $PQ \not\subset$ 平面 ADE ， $AD \subset$ 平面 ADE ，

所以 $PQ \parallel$ 平面 ADE ，故选项 D 成立.

故选：C

5. (2023 春·福建龙岩·高一校联考期中) 西安大唐不夜城的“不倒翁小姐姐”因为一段“把手给我”的短视频而被人熟知.“不倒翁小姐姐”不倒的原因在于其脚下的半球形工具.如图,半球内有一内接正四棱锥 $S-ABCD$, 这个内接正四棱锥的高与半球的半径相等且体积为 $\frac{16}{3}$, 那么这个半球的表面积为 ()

- A. 8π B. 12π C. $\frac{16\pi}{3}$ D. 16π

【答案】B

【详解】设半球的半径为 R , 连接 AC, BD 交于点 O , 连接 SO ,

则 $OA = OB = SO = R$, 则 $AB = \sqrt{2}R$,

$\therefore$ 内接正四棱锥的高与半球的半径相等且体积为 $\frac{16}{3}$,

$\therefore$ 四棱锥 $S-ABCD$ 的体积 $V_{S-ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot SO = \frac{2}{3} R^3 = \frac{16}{3}$, 所以 $R = 2$,

所以这个半球的表面积 $S = \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times R^2 + \pi R^2 = 8\pi + 4\pi = 12\pi$.

故选：B.

6. (2023 春·江苏南通·高二校考期末) 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 是棱 AA_1 上一点, 若平面 MBD_1 与棱 CC_1 交于点 N , 则下列说法中正确的是 ()

- A. 存在平面 $MBND_1$ 与直线 BB_1 垂直
B. 四边形 $MBND_1$ 可能是正方形
C. 不存在平面 $MBND_1$ 与直线 A_1C_1 平行
D. 任意平面 $MBND_1$ 与平面 ACB_1 垂直

【答案】D

【详解】对于 A: 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $BB_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,

显然平面 $MBND_1$ 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 不平行, 故直线 BB_1 不可能垂直平面 $MBND_1$, 故 A 错误;

对于 B: 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 是棱 AA_1 上一点, 平面 MBD_1 与棱 CC_1 交于点 N ,

由平面 $BCC_1B_1 \parallel$ 平面 ADD_1A_1 , 并且 B, M, N, D_1 四点共面,

平面 $BCC_1B_1 \perp$ 平面 $BND_1M = BN$ ，平面 $ADD_1A_1 \perp$ 平面 $BND_1M = MD_1$ ，

$\therefore MD_1 \parallel BN$ ，同理可证 $ND_1 \parallel MB$ ，故四边形 $MBND_1$ 是平行四边形，

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，由几何知识得， $A_1D_1 \perp$ 平面 ABB_1A_1 ，

$\therefore BM \subset$ 平面 ABB_1A_1 ， $\therefore A_1D_1 \perp BM$ ，

若 $MBND_1$ 是正方形，有 $MD_1 \perp BM$ ，

此时 M 与 A_1 重合时，但显然四边形 A_1BCD_1 不是正方形，故 B 错误；

对于 C：当 M 为 AA_1 的中点时， N 为 CC_1 的中点，所以 $A_1M \parallel C_1N$ 且 $A_1M = C_1N$ ，

所以 A_1MNC_1 为平行四边形，所以 $A_1C_1 \parallel NM$ ，

$A_1C_1 \not\subset$ 平面 $MBND_1$ ， $MN \subset$ 平面 $MBND_1$ ，所以 $A_1C_1 \parallel$ 平面 $MBND_1$ ，故 C 错误；

对于 D：设正方体边长为 2，建立空间直角坐标系如下图所示，

由几何知识得， $A(2,0,0), B(2,2,0), C(0,2,0), B_1(2,2,2), D_1(0,0,2)$ ，

$\therefore \overrightarrow{D_1B} = (2,2,-2), \overrightarrow{AC} = (-2,2,0), \overrightarrow{AB_1} = (0,2,2)$ ，

$\therefore \overrightarrow{D_1B} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{D_1B} \cdot \overrightarrow{AB_1} = 0$ ，

$\therefore D_1B \perp AC, D_1B \perp AB_1$ ，

$\therefore AC \cap AB_1 = A$ ， $AC \subset$ 平面 ACB_1 ， $AB_1 \subset$ 平面 ACB_1 ，

$\therefore D_1B \perp$ 平面 ACB_1 ，

$\therefore D_1B \subset$ 平面 $MBND_1$ ，

$\therefore$ 任意平面 $MBND_1$ 与平面 ACB_1 垂直，故 D 正确。

故选：D

7. (2023 春·上海杨浦·高二统考期末) 小李购买了一盒点心，点心盒是长方体，长、宽、高分别为 30 厘米、20 厘米和 10 厘米，商家提供丝带捆扎服务，有如图所示两种捆扎方案（粗线表示丝带）可供选择，免去手工费，但丝带需要按使用长度进行收费。假设丝带紧贴点心盒表面，且不计丝带宽度以及重叠粘合打结的部分。为了节约成本，小李打算选择尽可能使用丝带较短的方案，则小李需要购买的丝带长度至少是 ()

A. 80 厘米

B. 100 厘米

C. 120 厘米

D. 140 厘米

【答案】B

【详解】在捆扎方案一中，设点心盒是长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ ，如图：

丝带从棱 AD 上的点 G 出发，沿着长方体的各个表面绕行一圈回到 G 点进行捆扎，现把长方体

$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 从面 $ABCD$ 开始，按照丝带绕行的顺序把长方体的各个面展开，如图所示：

则线段 GG_1 即为最短路径，即为所需丝带的最短长度，

易知 $HG_1 = 80$ ， $HG = 60$ ，所以 $GG_1 = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100$ ，

所以在捆扎方案一中，丝带长度最短为 100 厘米；

在捆扎方案二中，所需丝带长度为矩形 $ABCD$ 和矩形 ABB_1A_1 的周长之和，

易得矩形 $ABCD$ 和矩形 ABB_1A_1 的周长之和为 $2 \times (10 + 20) + 2 \times (10 + 30) = 140$ 厘米，

即在捆扎方案二中，所需丝带长度最短为 140 厘米；

由上可知，小李需要购买的丝带长度至少是 100 厘米.

故选：B

8. (2023·全国·高三对口高考) 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $2\sqrt{3}$ ，动点 P 在对角线 BD_1 上，过点 P 作垂直于 BD_1 的平面 α ，记这样得到的截面多边形（含三角形）的周长为 y ，设 $BP = x$ ，则当 $x \in [1, 5]$ 时，函数 $y = f(x)$ 的值域为 ()

A.

B.

C.

D.

【答案】A

【详解】

如图，连接 AB_1, AC, CB_1 ， BD ， $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AC \subset$ 平面 $ABCD$ ，则 $DD_1 \perp AC$ ，

又 $BD \perp AC$ ， $DD_1 \cap BD = D$ ， $BD \subset$ 平面 BDD_1 ， $DD_1 \subset$ 平面 BDD_1 ，

所以 $AC \perp$ 平面 BDD_1 ，又 $BD_1 \subset$ 平面 BDD_1 ，所以 $AC \perp BD_1$ ，

同理 $BD_1 \perp AB_1$ ， $AC \cap AB_1 = A$ ， $AC \subset$ 平面 AB_1C ， $AB_1 \subset$ 平面 AB_1C ，所以 $BD_1 \perp$ 平面 AB_1C ，

因此平面 α 与平面 AB_1C 重合或平行，

取 BA, BC, BB_1 的中点 M, N, Q ，连接 MN, NQ, QM ，则 $MN \parallel AC$ ， $MQ \parallel AB_1$ ，

同理可证 $BD_1 \perp$ 平面 MNQ ，由于 $BM = BN = BQ$ ， $MN = NQ = MQ$ ，所以三棱锥 $B-MNQ$ 是正三棱锥，

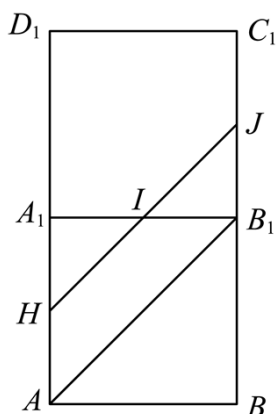
BD_1 与平面 MNQ 的交点 P 是 $\triangle MNQ$ 的中心，

正方体棱长为 $2\sqrt{3}$ ，则 $MN = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ ， $PM = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2}$ ，

所以 $BP = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = 1$ ，所以 $f(1) = 3\sqrt{6}$ ，

由棱锥的平行于底面的截面的性质知，当平面 α 从平面 MNQ 平移到平面 ACB_1 时， $\frac{f(x)}{3\sqrt{6}} = \frac{x}{1}$ ，即 $f(x) = 3\sqrt{6}x$ ，

$\frac{x}{1} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$ ， $x = 2$ ，显然 $f(2) = 6\sqrt{6}$ ，



平面 α 过平面 ACB_1 再平移至平面 $GHIJKL$ 时，如图，把正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 沿 A_1B_1 旋转到与正方形 ABB_1A_1 在同一平面内，

如图，则 H, I, J 共线，由正方形性质得 $HI + IJ = HJ = AB_1$ ，同理 $JK + KL = B_1C$ ， $LG + GH = AC$ ，

因此此种情形下，截面 $GHIJKL$ 的周长与截面 ACB_1 的周长相等，平移平面 α ，一直到平面 A_1C_1D 位置处，

由正方体的对称性，接着平移时，截面周长逐渐减少到 $f(5) = f(1) = 3\sqrt{6}$ ，

综上， $f(x)$ 的值域是 $[3\sqrt{6}, 6\sqrt{6}]$ 。

故选：A.

二、多选题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.）

9. （2023 春·重庆·高一重庆一中校考期中）设 l 为直线， α ， β 为两个不同平面，则下列命题中正确的是（ ）

A. 若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$

B. 若 $\alpha \parallel \beta, l \parallel \alpha$ ，则 $l \parallel \beta$

C. 若 $l \perp \alpha, l \perp \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$

D. 若 $\alpha \parallel \beta, l \perp \alpha$, 则 $l \perp \beta$

【答案】CD

【详解】若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$, 则 α 与 β 可能平行, 可能相交, A 选项错误;

若 $\alpha \parallel \beta, l \parallel \alpha$, 则 $l \parallel \beta$ 或 $l \subset \beta$, B 选项错误;

若 $l \perp \alpha, l \perp \beta$, 根据垂直于同一直线的两个平面平行, 则 $\alpha \parallel \beta$, C 选项正确;

若 $\alpha \parallel \beta, l \perp \alpha$, 一条直线垂直与两个平行平面中的一个, 则一定垂直与另一个, 则 $l \perp \beta$, D 选项正确.

故选: CD.

10. (2023·吉林通化·梅河口市第五中学校考模拟预测) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为梯形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, , $AD = AB = 2, PD = CD = 4$, E 为棱 PA 的中点, 则 ()

A. CE 与平面 $ABCD$ 所成的角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{21}}{21}$

B. $PA \perp CE$

C. $BC \perp$ 平面 PBD

D. 三棱锥 $P-BCE$ 的体积为 $\frac{4}{3}$

【答案】CD

【详解】对于 A 项, 如图取 AD 中点 F , 连接 EF , 则 $EF \parallel PD$, 由题意可得: $EF \perp$ 面 $ABCD$,

连接 CF , $\angle ECF$ 即 CE 与平面 $ABCD$ 所成的角, 由条件可得 $EF=2$, $CF = \sqrt{DF^2 + DC^2} = \sqrt{17}$,

$\cos \angle FCE = \frac{CF}{CE} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17+2^2}} \neq \frac{2\sqrt{21}}{21}$, 故 A 错误;

对于 B 项, 连接 AC , 易得 $AC = \sqrt{20}, PC = 4\sqrt{2}$, 又 E 为 PA 中点, $AC \neq PC$, 故 PA 与 CE 不垂直, 故 B 错误;

对于 C 项, 如图所示, 在梯形 $ABCD$ 中, 过 B 作 $BG \perp CD$, 由条件可得, $BG = AD = GC = 2$, 故 $BD = BC = 2\sqrt{2}$, 由勾股定理逆定理可得 $BD \perp BC$,

又 $PD \perp$ 面 $ABCD$, $BC \subset$ 面 $ABCD$, 则 $PD \perp BC$, $PD \cap BD = D$, $PD, BD \subset$ 面 $ABCD$,

所以 $BC \perp$ 面 PBD , 故 C 正确;

对于 D 项，由条件得 $V_{P-EBC} = V_{A-EBC} = V_{E-ABC}$ ，

由上可得 $S_{VABC} = S_{\text{梯形}ABCD} - S_{VADC} = \frac{1}{2} \times (2+4) \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 2$ ，

故 $V_{E-ABC} = \frac{1}{3} \times S_{VABC} \times EF = \frac{4}{3}$ ，故 D 正确。

故选：CD

11. (2023 春·浙江宁波·高一统考期末) 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 1，侧棱长为 2，点 M 为侧棱 CC_1 上的动点 (包括端点)， $AM \perp$ 平面 α 。下列说法正确的有 ()

A. 异面直线 AM 与 B_1C 可能垂直

B. 直线 BC 与平面 α 可能垂直

C. AB 与平面 α 所成角的正弦值的范围为

D. 若 $M \in \alpha$ 且 $CM = MC_1$ ，则平面 α 截正四棱柱所得截面多边形的周长为 $3\sqrt{2}$

【答案】AD

【详解】在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面正方形 $ABCD$ 的边长为 1， $AA_1=2$ ，如图：

选项 A：当 $MC = \frac{1}{2}$ 时，

在矩形 BCC_1B_1 中， $\tan \angle CBM = \frac{1}{2} = \tan \angle CB_1B \Rightarrow \angle CBM = \angle CB_1B$ ，所以 $B_1C \perp BM$ ，

又因为 $AB \perp$ 平面 BCC_1B_1 ，所以 $AB \perp B_1C$ ，

又因为 $AB \cap BM = B$ ， AB 、 $BM \subset$ 平面 ABM ，

所以 $B_1C \perp$ 平面 ABM ，所以 $AM \perp B_1C$ ，故选项 A 正确；

选项 B：因为 AM 与 BC 是异面直线，所以 AM 与 BC 不可能平行，

故 BC 与 α 不可能垂直，故选项 B 错误；

选项 C：因为 $AM \perp$ 平面 α ， AB 是平面 α 的斜线，则 AB 与平面 α 所成角 $\theta = \frac{\pi}{2} - \angle BAM$ ，

所以 $\sin \theta = \cos \angle BAM = \frac{AB}{AM} = \frac{1}{AM}$ ，

又因为当点 M 在棱 CC_1 移动时， $\sqrt{2} \leq AM \leq \sqrt{6}$ ，

所以 $\frac{1}{\sqrt{6}} \leq \frac{1}{AM} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，所以 $\frac{\sqrt{6}}{6} \leq \sin \theta \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故选项 C 错误；

选项 D：当 M 为 CC_1 中点时，连接 AB_1 ， AD_1 ， AC ， MB_1 ， MD_1 ， BD_1 ，如图所示，

则有 $AC = \sqrt{2}, AM = \sqrt{3}, AB_1 = AD_1 = \sqrt{5}, MB_1 = MD_1 = B_1D_1 = \sqrt{2}$,

所以 $AM^2 + MB_1^2 = 5 = AB_1^2$, 所以 $AM \perp MB_1$, 同理 $AM \perp MD_1$,

又因为 $MB_1 \cap MD_1 = M$, $MB_1, MD_1 \subset \text{面 } MB_1D_1$,

所以 $AM \perp \text{平面 } MB_1D_1$,

所以平面 α 截正四棱柱所得截面多边形为正 $\triangle B_1MD_1$,

所以其周长 $3B_1M = 3\sqrt{2}$, 故选项 D 正确.

故选: AD.

12. (2023 春·新疆乌鲁木齐·高一乌鲁木齐市第 70 中校考期中) 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC$,

$AB = BC = BB_1$, D 是 AC 的中点, O 为 A_1C 的中点. 点 P 是 BC_1 上的动点, 则下列说法正确的是 ()

A. 点 P 在 BC_1 上运动, 直线 A_1P 与 AB 所成的最大角为 45°

B. 当点 P 运动到 BC_1 中点时, 直线 A_1P 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成的角的正弦值为

C. 无论点 P 在 BC_1 上怎么运动, 都有 $A_1P \perp OB_1$

D. 当点 P 运动到 BC_1 中点时, 才有 A_1P 与 OB_1 相交于一点, 记为 Q , 且 $\frac{PQ}{QA_1} = \frac{1}{2}$

【答案】ACD

【详解】直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp BC$, 令 $AB = BC = BB_1 = 2a$,

对于 B: 当点 P 运动到 BC_1 的中点是, 取 E 为 B_1C_1 中点, 连接 A_1E , EP , 如下所示:

即 $EP \perp \text{平面 } A_1B_1C_1$,

所以直线 A_1P 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成的角的正弦值, $\sin \angle PA_1E = \frac{EP}{A_1P}$,

因为 $EP = \frac{1}{2}BB_1 = a$, $A_1E = \sqrt{A_1B_1^2 + B_1E^2} = \sqrt{5}a$, 所以 $A_1P = \sqrt{A_1E^2 + PE^2} = \sqrt{6}a$

所以 $\sin \angle PA_1E = \frac{a}{\sqrt{6}a} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, 故 B 不正确;

对于 C: 连接 B_1C , 与 BC_1 交于点 E , 并连接 A_1B ,

如下图所示:

因为 $A_1B_1 \perp B_1C_1, A_1B_1 \perp B_1B, B_1C_1 \cap B_1B = B_1, B_1C_1, B_1B \subset \text{平面}$ ，所以 $A_1B_1 \perp \text{平面}$ ，
所以 $A_1B_1 \perp BC_1$ ，

由题意知， B_1BCC_1 为正方形，所以 $B_1C \perp BC_1$ ，又 $A_1B_1 \perp B_1C = B_1$ ，

所以 $BC_1 \perp \text{面 } A_1B_1C$ ， $OB_1 \subset \text{面 } A_1B_1C$ ，故 $BC_1 \perp OB_1$ ，

同理可证： $A_1B \perp OB_1$ ，又 $A_1B \perp BC_1 = B$ ，

所以 $OB_1 \perp \text{面 } A_1BC_1$ ，又 $A_1P \subset \text{面 } A_1BC_1$ ，所以 $A_1P \perp OB_1$ ，故 C 正确；

对于 D：点 P 运动到 BC_1 的中点时，即在 $\triangle A_1B_1C$ 中 A_1P ， OB_1 均为中线，

所以 Q 为中线的交点，即 Q 为 $\triangle A_1B_1C$ 的重心，

所以根据重心的性质有 $\frac{PQ}{QA_1} = \frac{1}{2}$ ，故 D 正确；

对于 A：由于 $A_1B_1 \parallel AB$ ，直线 A_1P 与直线 AB 所成的角为 A_1B_1 与 A_1P 所成的角，即 $\angle B_1A_1P$ ，

由 C 选项的分析可知， $A_1B_1 \perp \text{平面}$ ，所以 $\cos \angle B_1A_1P = \frac{A_1B_1}{A_1P}$ ，

所以当 AP 最长时， $\angle B_1A_1P$ 最大，

而 $A_1B = B_1C = A_1C_1 = 2\sqrt{2}a$ ，

所以当 P 在 B 或 C_1 上时， $\angle B_1A_1P$ 最大为 45° ，A 正确。

故选：ABD。

三、填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，其中第 16 题第一空 2 分，第二空 3 分。）

13. （2023 春·福建宁德·高二校联考期中）已知在标准正交基下，向量 $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ ， $\vec{w}$ ，则向量 $\vec{u}$ 在 $\vec{k}$ 上的投影为 _____。

【答案】 -19

【详解】因为向量 $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ ， $\vec{w}$ ，

因此 $\vec{m} = (4\vec{i} + 3\vec{j} - 8\vec{k}) - (2\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}) + (-\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}) = \vec{i} + 8\vec{j} - 19\vec{k}$ ，

$\vec{u} \cdot \vec{k} = (\vec{i} + 8\vec{j} - 19\vec{k}) \cdot \vec{k} = \vec{i} \cdot \vec{k} + 8\vec{j} \cdot \vec{k} - 19\vec{k} \cdot \vec{k} = -19$ ，

所以向量 $\vec{m}$ 在 $\vec{k}$ 上的投影为。

故答案为：-19

14. (2023·全国·高三对口高考) 如图所示, 有两个相同的直三棱柱, 高为 $\frac{2}{a}$, 底面三角形的三边长分别为 $3a, 4a, 5a (a > 0)$. 用它们拼成一个三棱柱或四棱柱, 在所有可能的情形中, 全面积最小的是一个四棱柱, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $\left(0, \frac{\sqrt{15}}{3}\right)$

【详解】 拼成一个三棱柱时, 全面积有三种情况: ①上下底面对接, 其全面积为

$$S = 2 \times \frac{1}{2} \times 3a \times 4a + (3a + 4a + 5a) \times \frac{4}{a} = 12a^2 + 48.$$

② $3a$ 边合在一起时, 全面积为 $S = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 3a \times 4a + 2(5a + 4a) \times \frac{2}{a} = 24a^2 + 36.$

③ $4a$ 边合在一起时, 全面积为 $S = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 3a \times 4a + 2(5a + 3a) \times \frac{2}{a} = 24a^2 + 32.$

拼成一个四棱柱时, 有四种情况, 全面积有三种情况:

让边长为 $3a, 4a, 5a$ 所在的侧面重合, 其上下底面积之和都是 $2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 3a \times 4a = 24a^2,$

但侧面积分别为 $2(5a + 4a) \times \frac{2}{a} = 36, 2(5a + 3a) \times \frac{2}{a} = 32, 2(3a + 4a) \times \frac{2}{a} = 28,$

显然, 三种情况中全面积最小的是 $24a^2 + 28;$

因为 $24a^2 + 28$ 比 $24a^2 + 32, 24a^2 + 36$ 小, 所以由题意得 $12a^2 + 48 > 24a^2 + 28,$

解得 $0 < a < \frac{\sqrt{15}}{3}.$

故答案为: $\left(0, \frac{\sqrt{15}}{3}\right).$

15. (2023 春·广西·高二校联考阶段练习) 2022 年 12 月 3 日, 南昌市出土了东汉六棱锥体水晶珠灵摆吊坠, 如图 (1) 所示. 现在我们通过 DIY 手工制作一个六棱锥吊坠模型. 准备一张圆形纸片, 已知圆心为 O , 半径为 $6\sqrt{3}\text{cm}$, 该纸片上的正六边形 $ABCDEF$ 的中心为 O , $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ 为圆 O 上的点, 如图 (2) 所示. $\triangle A_1AB, \triangle B_1BC, \triangle C_1CD, \triangle D_1DE, \triangle E_1EF, \triangle F_1FA$ 分别是以 $AB, BC, CD, DE, EF,$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/786055140032010234>