高考数学二轮复习测试卷

（北京专用）

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1．已知复数 $z_1=1+2\mathrm{i}$，z_1,z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称，则 $z_1\cdot z_2=$（　）

A．5　　B．-5　　C．$4+2\mathrm{i}$　　D．$-4+2\mathrm{i}$

2．已知集合 $A=\{x\,|\,0\le x\le 3\}$，$B=\{x\,|\,\log_3 x<1\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．$[0,3]$　　B．$[0,3)$　　C．$(0,3)$　　D．$(0,3]$

3．已知 $(1-3x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则 $a_2+a_4=$（　）

A．-32　　B．32　　C．495　　D．585

4．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，平面 AB_1C 与平面 AA_1D_1D 的交线为 l，则（　）

A．$l\,//\,A_1D$　　B．$l\,//\,B_1D$　　C．$l\,//\,C_1D$　　D．$l\,//\,D_1D$

5．已知 A、B 为双曲线 E 的左，右顶点，点 M 在双曲线 E 上，满足 $\triangle ABM$ 为等腰三角形，顶角为 $120°$，则双曲线 E 的离心率为（　）

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

6．数学家祖冲之曾给出圆周率π的两个近似值："约率"$\frac{22}{7}$与"密率"$\frac{355}{113}$.它们可用"调日法"得到：称小于3.1415926的近似值为弱率，大于3.1415927的近似值为强率.由于$\frac{3}{1}<\pi<\frac{4}{1}$，取3为弱率，4为强率，计算得$a_1=\frac{3+4}{1+1}=\frac{7}{2}$，故$a_1$为强率，与上一次的弱率3计算得$a_2=\frac{3+7}{1+2}=\frac{10}{3}$，故$a_2$为强率，继续计算，….若某次得到的近似值为强率，与上一次的弱率继续计算得到新的近似值；若某次得到的近似值为弱率，与上一次的强率继续计算得到新的近似值，依此类推.已知$a_m=\frac{25}{8}$，则$m=$（　）

A．8　　B．7　　C．6　　D．5

7．设函数$f(x)=\ln|x+1|-\ln|x-1|$，则$f(x)$是（　）

A．偶函数，且在区间$(1,+\infty)$单调递增

B．奇函数，且在区间$(-1,1)$单调递减

C．偶函数，且在区间$(-\infty,-1)$单调递增

D．奇函数，且在区间$(1,+\infty)$单调递减

8．在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(0,1),B(2,1)$，动点P满足$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$，则$|OP|$的最大值为（　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{2}+1$

9．设函数$f(x)=\cos x+\sqrt{\cos 2x}$，对于下列四个判断：

①函数$f(x)$的一个周期为π；

②函数$f(x)$的值域是$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},2\right]$；

③函数$f(x)$的图象上存在点$P(x,y)$，使得其到点$(1,0)$的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$；

④当$x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$时，函数$f(x)$的图象与直线$y=2$有且仅有一个公共点.

正确的判断是（　）

A．①　　B．②　　C．③　　D．④

10．投掷一枚均匀的骰子 6 次，每次掷出的点数可能为 1，2，3，4，5，6 且概率相等，若存在 k 使得 1 到 k 次的点数之和为 6 的概率是 p，则 p 的取值范围是（　）

A．$0<p<0.25$　　　　B．$0.25<p<0.5$

C．$0.5<p<0.75$　　　　D．$0.75<p<1$

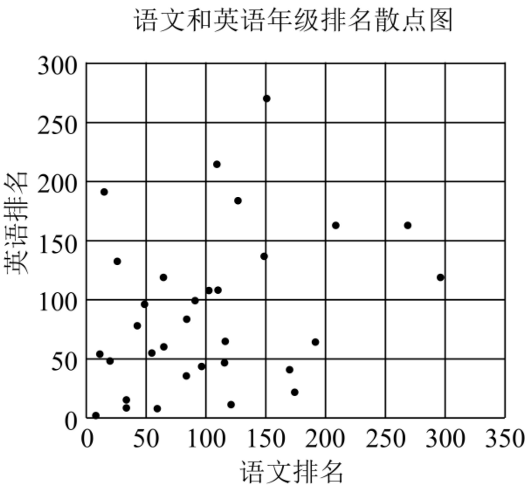
第二部分（非选择题 共 110 分）

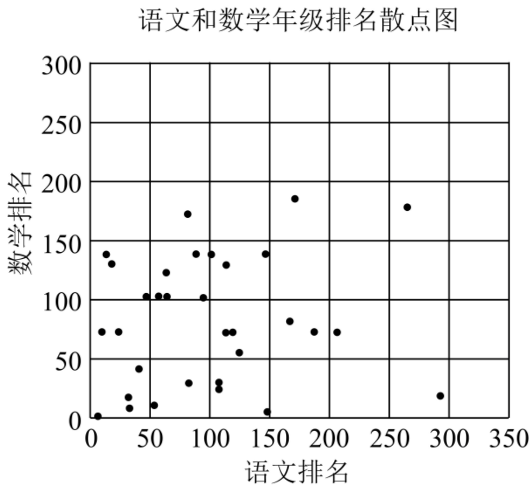
二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11．已知平面直角坐标系中，动点 M 到 $F(0,-2)$ 的距离比 M 到 x 轴的距离大 2，则 M 的轨迹方程是_____.

12．已知 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$|\overrightarrow{OA}|=5$，$|\overrightarrow{OB}|=12$，$\angle AOB=90^\circ$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$_______.

13．某班在一次考试后分析学生在语文、数学、英语三个学科的表现，绘制了各科年级排名的散点图（如下图所示）.





关于该班级学生这三个学科本次考试的情况，给出下列四个结论：

①三科中，数学年级排名的平均数及方差均最小；

②语文、数学、英语年级排名均在 150 名以外的学生为 1 人；

③本次考试该班语文第一名、数学第一名、英语第一名可能为三名不同的同学；

④从该班学生中随机抽取 1 人，若其语文排名大于 200，则其英语和数学排名均在 150 以内的概率为 $\frac{1}{3}$.

其中所有正确结论的序号是________.

14．已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-ax^{2}$ 有三个不同的零点，则整数 a 的取值可以是_______.

15．设等差数列 $\left\{a_{n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_{n}，则有以下四个结论：

①若 $a_{5}=0$，则 $S_{9}=0$

②若 $S_{6}-S_{9}=a_{10}$，且 $a_{2}>a_{1}$，则 $a_{8}<0$ 且 $a_{9}>0$

③若 $S_{16}=64$，且在前 16 项中，偶数项的和与奇数项的和之比为 3:1，则公差为 2

④若 $(n+1)S_{n}>nS_{n+1}$，且 $a_{2}^{2}=a_{6}^{2}$，则 S_{3} 和 S_{4} 均是 S_{n} 的最大值

其中正确命题的序号为________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16．（13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$BC=4, AC=\sqrt{13}, AB=1$

(1)求 $\angle B$；

(2)若 D 为 BC 边上一点，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使 $\triangle ABD$ 存在且唯一确定，求 $\triangle ABD$ 的面积.

条件①：$\angle ADB=\dfrac{\pi}{4}$；

条件②：$AD=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$；

条件③：$\triangle ABD$ 的周长为 $3+\sqrt{3}$.

注：如果选择的条件不符合要求，第（2）问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分.

17．（14 分）

某学校体育课进行投篮练习，投篮地点分为A 区和 B 区，每一个球可以选择在A 区投篮也可以选择在 B 区投篮，在A 区每投进一球得 2 分，没有投进得 0 分；在 B 区每投进一球得 3 分，没有投进得 0 分.学生甲在A，B 两区的投篮练习情况统计如下表：

甲	A 区	B 区
投篮次数	30	20
得分	40	30

假设用频率估计概率，且学生甲每次投篮相互独立.

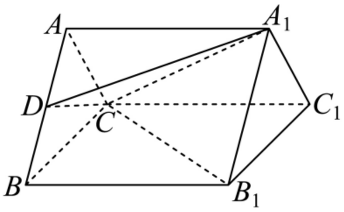
(1)试分别估计甲在A 区，B 区投篮命中的概率；

(2)若甲在A 区投3 个球，在 B 区投2 个球，求甲在A 区投篮得分高于在 B 区投篮得分的概率；

(3)若甲在A 区，B 区一共投篮5 次，投篮得分的期望值不低于7 分，直接写出甲选择在A 区投篮的最多次数.（结论不要求证明）

18．（13 分）

如图， 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$中，$\triangle ABC$ 为等边三角形，四边形 BCC_1B_1 是边长为 2 的正方形， D 为 AB 中点， 且 $A_1D=\sqrt{5}$.



(1)求证: $CD\perp$平面 ABB_1A_1；

(2)已知点 P 在线段 B_1C 上，且直线 AP 与平面 A_1CD 所成角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$，求 $\frac{|B_1P|}{|B_1C|}$ 的值.

19.（15 分）

已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的四个顶点相连构成菱形 $ABCD$，且点 A，B 的坐标分别为 $(2,0)$，$(0,1)$.

(1)求椭圆 E 的方程和离心率；

(2)设 P 为第一象限内 E 上的动点，直线 PB 与直线 AD 交于点 M，过点 M 且垂直于 BC 的直线交 y 轴于点 $(0,n)$，求 n 的取值范围.

20.（15 分）

已知函数 $f(x)=x-a\ln x-1(a\in\mathbf{R})$.

(1)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,0)$ 处的切线为 x 轴，求 a 的值；

(2)讨论 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 内极值点的个数；

(3)若 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 内有零点 t，求证：$t<a^2$.

21．（15 分）

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正整数的无穷递增数列，对于 $k\in\mathbf{N}^*$，定义集合 $B_k=\{i\in\mathbf{N}^*\mid a_i<k\}$，设 b_k 为集合 B_k 中的元素个数，若 $B_k=\varnothing$ 时，规定 $b_k=0$.

(1)若 $a_n=2^n$，写出 b_1,b_2,b_3 及 b_{10} 的值；

(2)若数列 $\{b_n\}$ 是等差数列，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(3)设集合 $S=\{s\mid s=n+a_n,n\in\mathbf{N}^*\},T=\{t\mid t=n+b_n,n\in\mathbf{N}^*\}$，求证：$S\cup T=\mathbf{N}^*$ 且 $S\cap T=\varnothing$.

高考数学二轮复习测试卷

（北京专用）

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1．已知复数 $z_1=1+2\mathrm{i}$，z_1,z_2 在复平面内的对应点关于虚轴对称，则 $z_1\cdot z_2=$（　）

A．5　　B．-5　　C．$4+2\mathrm{i}$　　D．$-4+2\mathrm{i}$

【答案】B

【解析】由题意得 z_1 在复平面内所对应的点为 $(1,2)$，则 z_2 所对应的点为为 $(-1,2)$，

所以 $z_2=-1+2\mathrm{i}$，则 $z_1\cdot z_2=(1+2\mathrm{i})(-1+2\mathrm{i})=-5$，

故选：B.

2．已知集合 $A=\{x\,|\,0\le x\le 3\}$，$B=\{x\,|\,\log_3 x<1\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．$[0,3]$　　B．$[0,3)$　　C．$(0,3)$　　D．$(0,3]$

【答案】A

【解析】因为 $B=\{x\,|\,\log_3 x<1\}=\{x\,|\,0<x<3\}$，

又 $A=\{x\,|\,0\le x\le 3\}$，所以 $A\cup B=\{x\,|\,0\le x\le 3\}=[0,3]$.

故选：A

3．已知 $(1-3x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则 $a_2+a_4=$（　）

A．-32　　B．32　　C．495　　D．585

【答案】C

【解析】令 $x=0$，可得 $(1-3\times 0)^5 = a_0 + a_1\cdot 0 + a_2\cdot 0^2 + a_3\cdot 0^3 + a_4\cdot 0^4 + a_5\cdot 0^5$，解得 $a_0 = 1$；

令 $x=1$，可得 $(1-3)^5=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=(-2)^5$；

令 $x=-1$，可得 $(1+3)^5=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5$，则 $a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5=4^5=2^{10}$；

令 $S_1=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$，$S_2=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5$，则 $a_2+a_4=\dfrac{S_1+S_2}{2}-a_0=\dfrac{(-2)^5+2^{10}}{2}-1=495$.

故选：C.

4．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，平面 AB_1C 与平面 AA_1D_1D 的交线为 l，则（　　）

A．$l\,//\,A_1D$　　B．$l\,//\,B_1D$　　C．$l\,//\,C_1D$　　D．$l\,//\,D_1D$

【答案】A

【解析】如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，

$\because$ 平面 $BCC_1B_1//$ 平面 ADD_1A_1，$B_1C=$ 平面 $BCC_1B_1\cap$ 平面 AB_1C，

平面 $AB_1C\cap$ 平面 $ADD_1A_1=l$，$\therefore l//B_1C$.

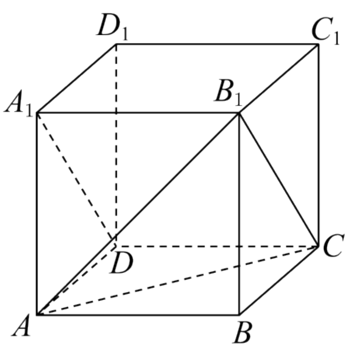
对于 A，$\because A_1D//B_1C$，$\therefore l//A_1D$，故 A 正确；

对于 B，因为 B_1D 与 B_1C 相交，所以 l 与 B_1D 不平行，故 B 错误；

对于 C，因为 C_1D 与 B_1C 不平行，所以 l 与 C_1D 不平行，故 C 错误；

对于 D，因为 DD_1 与 B_1C 不平行，所以 l 与 DD_1 不平行，故 D 错误；

故选：A.

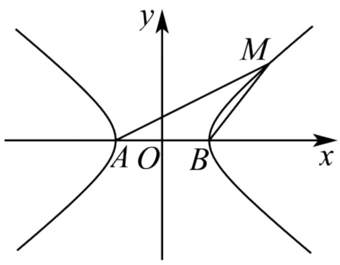


5．已知A、B为双曲线E的左，右顶点，点M在双曲线E上，满足$\triangle ABM$为等腰三角形，顶角为$120°$，则双曲线E的离心率为（　）

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】不妨取点M在第一象限，如图：



设双曲线的方程为：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，

$\because \triangle ABM$是顶角为$120°$的等腰三角形，

$\therefore |BM|=|AB|=2a$，$\angle MBx=60°$，

$\therefore$点M的坐标为$\left(2a,\sqrt{3}a\right)$，

又$\because$点M在双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$上，

$\therefore$将M坐标代入坐标得$4-\frac{3a^2}{b^2}=1$，

整理上式得$a^2=b^2$，而$c^2=a^2+b^2=2a^2$，

$\therefore e^2=2$，因此$e=\sqrt{2}$，

故选：D.

6．数学家祖冲之曾给出圆周率π的两个近似值："约率"$\frac{22}{7}$与"密率"$\frac{355}{113}$.它们可用"调日法"得到：称小于3.1415926的近似值为弱率，大于3.1415927的近似值为强率.由于$\frac{3}{1}<\pi<\frac{4}{1}$，取3为弱率，4为强率，计算得$a_1=\frac{3+4}{1+1}=\frac{7}{2}$，故$a_1$为强率，与上一次的弱率3计算得$a_2=\frac{3+7}{1+2}=\frac{10}{3}$，故$a_2$

为强率，继续计算，….若某次得到的近似值为强率，与上一次的弱率继续计算得到新的近似值；若某次得到的近似值为弱率，与上一次的强率继续计算得到新的近似值，依此类推.已知$a_m=\frac{25}{8}$，则$m=$（　）

A．8　　B．7　　C．6　　D．5

【答案】B

【解析】因为a_2为强率，由$\frac{3}{1}<\pi<\frac{10}{3}$可得，$a_3=\frac{3+10}{1+3}=\frac{13}{4}>3.1415927$，即$a_3$为强率；

由$\frac{3}{1}<\pi<\frac{13}{4}$可得，$a_4=\frac{3+13}{1+4}=\frac{16}{5}>3.1415927$，即$a_4$为强率；

由$\frac{3}{1}<\pi<\frac{16}{5}$可得，$a_5=\frac{3+16}{1+5}=\frac{19}{6}>3.1415927$，即$a_5$为强率；

由$\frac{3}{1}<\pi<\frac{19}{6}$可得，$a_6=\frac{3+19}{1+6}=\frac{22}{7}>3.1415927$，即$a_6$为强率；

由$\frac{3}{1}<\pi<\frac{22}{7}$可得，$a_7=\frac{3+22}{1+7}=\frac{25}{8}=3.125<3.1415926$，即$a_7$为弱率，所以$m=7$，

故选：B.

7．设函数$f(x)=\ln|x+1|-\ln|x-1|$，则$f(x)$是（　）

A．偶函数，且在区间$(1,+\infty)$单调递增

B．奇函数，且在区间$(-1,1)$单调递减

C．偶函数，且在区间$(-\infty,-1)$单调递增

D．奇函数，且在区间$(1,+\infty)$单调递减

【答案】D

【解析】$f(x)$的定义域为$\{x\mid x\neq\pm1\}$，

$f(-x)=\ln|-x+1|-\ln|-x-1|=\ln|x-1|-\ln|x+1|=-f(x)$，

所以$f(x)$是奇函数，AC选项错误.

当 $-1<x<1$ 时，$f(x)=\ln(x+1)-\ln(1-x)=\ln\dfrac{x+1}{1-x}$

$=\ln\left(\dfrac{2-(1-x)}{1-x}\right)=\ln\left(\dfrac{2}{1-x}-1\right)$，

$y=\dfrac{2}{1-x}-1$ 在 $(-1,1)$ 上单调递增，$y=\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

根据复合函数单调性同增异减可知 $f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 单调递增，B 选项错误.

当 $x>1$ 时，$f(x)=\ln(x+1)-\ln(x-1)=\ln\dfrac{x+1}{x-1}=\ln\left(\dfrac{x-1+2}{x-1}\right)=\ln\left(1+\dfrac{2}{x-1}\right)$，

$y=1+\dfrac{2}{x-1}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，$y=\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

根据复合函数单调性同增异减可知 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 单调递减，D 选项正确.

故选：D

8．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(0,1),B(2,1)$，动点 P 满足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$，则 $|OP|$ 的最大值为（　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{2}+1$

【答案】D

【解析】设 $P(x,y)$，易知 $\overrightarrow{PA}=(-x,1-y),\overrightarrow{PB}=(2-x,1-y)$，

由 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$ 可得 $-x(2-x)+(1-y)^2=0$，整理得 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$，

即动点 P 的轨迹是以 $(1,1)$ 为圆心，半径为 1 的圆，

又 $O(0,0)$，可得 $|OP|$ 的最大值为 $O(0,0)$ 到圆心 $(1,1)$ 的距离再加上半径，

即 $|OP|_{\max}=\sqrt{1^2+1^2}+1=\sqrt{2}+1$.

故选：D

9．设函数 $f(x)=\cos x+\sqrt{\cos 2x}$，对于下列四个判断：

①函数 $f(x)$ 的一个周期为 π；

②函数 $f(x)$ 的值域是 $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},2\right]$；

③函数 $f(x)$ 的图象上存在点 $P(x,y)$，使得其到点 $(1,0)$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$；

④当 $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$ 时，函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=2$ 有且仅有一个公共点．

正确的判断是（　）

A．① B．② C．③ D．④

【答案】D

【解析】对于①，$x\in\mathbf{R}$，$f(\pi+x)=\cos(\pi+x)+\sqrt{\cos(2\pi+2x)}=-\cos x+\sqrt{\cos 2x}\neq f(x)$，

故 π 不是函数 $f(x)$ 的一个周期，①错误；

对于②，$f(x)=\cos x+\sqrt{\cos 2x}=\cos x+\sqrt{2\cos^2 x-1}$，

需满足 $2\cos^2 x-1\geq 0$，即 $\cos^2 x\geq\frac{1}{2},\cos x\in\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，

令 $t=\cos x$，$t\in\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，则 $f(x)$ 即为 $y=t+\sqrt{2t^2-1}$，

当 $t\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$ 时，$y=t+\sqrt{2t^2-1}$ 在 $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$ 上单调递增，则 $y\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},2\right]$；

当 $t\in\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 时，$y'=1+\frac{4t}{2\sqrt{2t^2-1}}=1+\frac{2t}{\sqrt{2t^2-1}}=\frac{\sqrt{2t^2-1}-\sqrt{4t^2}}{\sqrt{2t^2-1}}<0$，

（$(2t^2-1)-4t^2=-2t^2-1<0$，故 $\sqrt{2t^2-1}-\sqrt{4t^2}<0$）

此时 $y=t+\sqrt{2t^2-1}$ 在 $\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 上单调递减，则 $y\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right]$，

综上，$f\left(x\right)$的值域是$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right]\cup\left[\frac{\sqrt{2}}{2},2\right]$，②错误；

对于③，由②知，$\cos x\in\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，

当$\cos x\in\left[-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$时，$x\in\left[\frac{3\pi}{4}+2k\pi,\frac{5\pi}{4}+2k\pi\right],k\in Z$，

满足此条件下的$f\left(x\right)$图象上的点$P(x,y)$到$(1,0)$的距离$\sqrt{(x-1)^2+(f(x)-0)^2}\geq|x-1|\geq\frac{3\pi}{4}-1>\frac{\sqrt{2}}{2}$；

当$\cos x\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$时，$f\left(x\right)\in\left[\frac{\sqrt{2}}{2},2\right]$，

满足此条件下的$f\left(x\right)$图象上的点$P(x,y)$到$(1,0)$的距离$\sqrt{(x-1)^2+(f(x)-0)^2}\geq|f(x)-0|\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当且仅当$f\left(x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$且$x=1$时等号成立，

而$f\left(x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2},\therefore x=\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in Z$或$x=-\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in Z$，

满足此条件的x与$x=1$矛盾，即等号取不到，

故函数$f\left(x\right)$的图象上不存在点$P\left(x,y\right)$，使得其到点$\left(1,0\right)$的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，③错误；

对于④，由②的分析可知$f(x)=2$，则$\cos x=1$，即$x=2k\pi,k\in Z$，

又$x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$，故当且仅当$x=0$时，$f(x)=2$，

即当$x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$时，函数$f\left(x\right)$的图象与直线$y=2$有且仅有一个公共点，④正确.

故选：D

10．投掷一枚均匀的骰子 6 次，每次掷出的点数可能为 1，2，3，4，5，6 且概率相等，若存在 k 使得 1 到 k 次的点数之和为 6 的概率是 p，则 p 的取值范围是（　）

A．$0<p<0.25$　　　　B．$0.25<p<0.5$