

2024 年初三学业水平检测

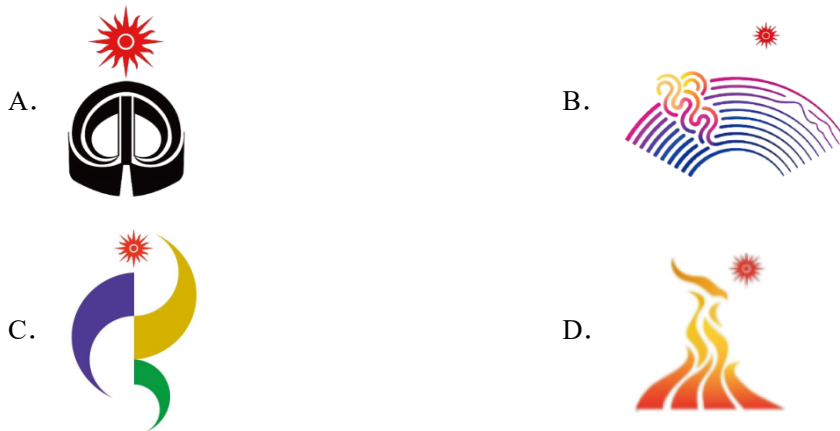
数 学 试 题

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 下列各数： $\sqrt{4}$, 3.14, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{22}{7}$, $\sqrt[3]{9}$ 中，无理数有（ ）个

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 亚运会会徽图案中是轴对称图形的是（ ）



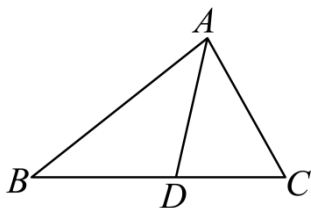
3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $(a^2b)^3 = a^5b^3$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$
C. $5y^3 \cdot 3y^2 = 15y^5$ D. $a + a^2 = a^3$

4. 华为 Mate60Pro 搭载了麒麟 9000s 芯片，该芯片采用 7 纳米工艺制造，拥有出色的性能和能效比．已知 7 米等于 7000000000 纳米．数据 7000000000 用科学记数法为（ ）

- A. 0.7×10^8 B. 0.7×10^9 C. 7×10^8 D. 7×10^9

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线， $AB = 8\text{cm}$ ， $AC = 6\text{cm}$ ，则 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD}$ 为（ ）



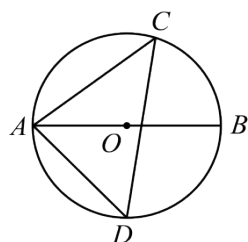
- A. 9:16 B. 3:4 C. 16:9 D. 4:3

6. 为了解某小区居民的用水情况，随机抽查了若干户家庭的某月用水量，统计结果如表所示，下列关于“月用水量”的数据分析说法正确的是（ ）

月用水量/吨	6	8	9	10
户数	2	3	6	9

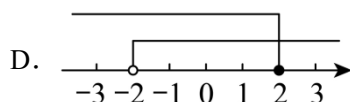
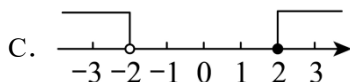
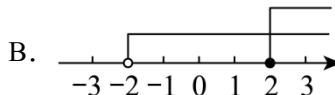
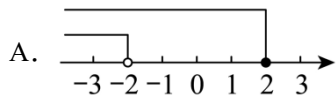
- A. 平均数是8 B. 中位数是8 C. 方差是1.5 D. 众数是9

7. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，若 $\angle BAC = 36^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数为（ ）



- A. 36° B. 45° C. 54° D. 72°

8. 不等式组 $\begin{cases} x+2 < 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是（ ）



9. 下列一次函数中， y 随 x 增大而增大的有（ ）

- ① $y = 8x - 7$; ② $y = 6 - 5x$; ③ $y = -8 + \sqrt{3}x$; ④ $y = (\sqrt{5} - \sqrt{7})x$; ⑤ $y = 9x$.

- A. ①②③ B. ①②⑤ C. ①③⑤ D. ①④⑤

10. 《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《孙子算经》都是中国古代数学著作，是中国古代数学文化的瑰宝.小华要从这四部著作中随机抽取两本学习，则抽取的两本恰好是《周髀算经》和《九章算术》的概率是（ ）

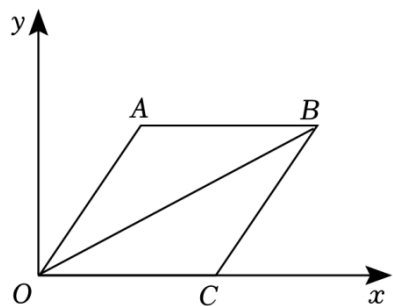
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{12}$

二、填空题：本题共6小题，每小题3分，共18分.

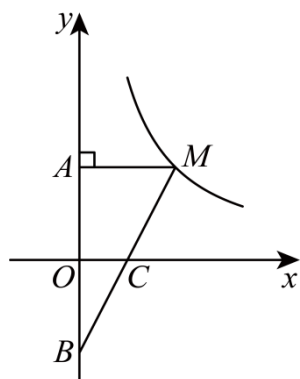
11. 分解因式： $9x^2 - y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若一组数据 $3, -2, x, -2, 3$ 的众数是 3 ，则这组数据的方差为_____.

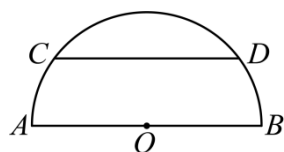
13. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，菱形 $OABC$ 的顶点 C 在 x 轴的正半轴上. 若点 A 的坐标是 $(3, 4)$ ，则点 B 的坐标为_____.



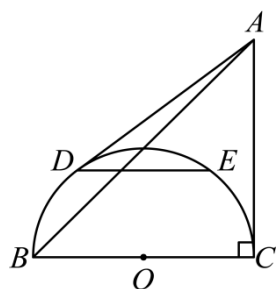
14. 如图，点 M 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的一点， $AM \perp y$ 轴于点 A ， B 为 y 轴负半轴上一点，且满足 $OA = OB$ ，连接 MB 与 x 轴交于点 C ，若 $S_{\triangle BOC} = 1$ ，则 $k =$ _____.



15. 如图，已知 AB 是半圆 O 的直径，弦 $CD \parallel AB$ ， $CD = 8$ ，弦 CD 与 AB 之间的距离为 3 ，则 $AB =$ _____.



16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 3$ ，以 BC 为直径作半圆 O ，过点 A 作半圆 O 的切线，切点为 D ，过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 $\widehat{BC}$ 于点 E ，则 $DE =$ _____.

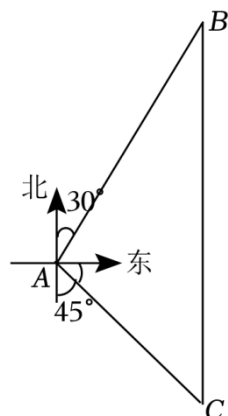


三、解答题：本题共 9 小题，共 72 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. 计算： $2\sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\pi - 1)^0 + |\sqrt{2} - 1|$.

18. 先化简，再求值： $-2\left(a^2b - \frac{1}{4}ab^2 + \frac{1}{2}b^2\right) + (2a^2b - 3ab^2)$ ，其中 $a=1$ ， $b=-2$.

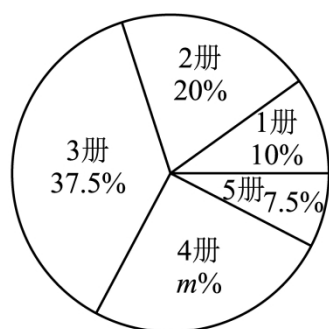
19. 如图，乐乐从地铁站 A 出发，沿北偏东 30° 方向走 1000 米到达博物馆 B 处，参观后又从 B 处沿正南方向行走一段距离，到达位于地铁站南偏东 45° 方向的图书馆 C 处．



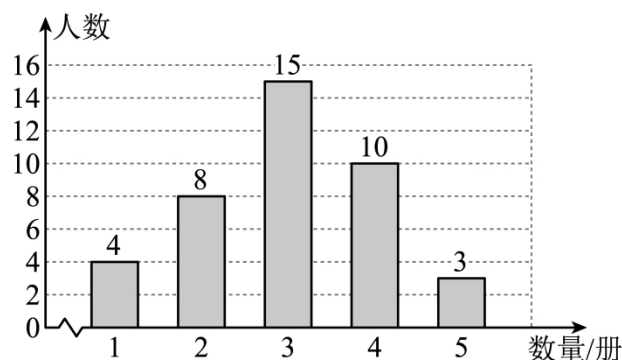
(1) 求乐乐从博物馆走到图书馆的途中与地铁站 A 之间的最短距离；

(2) 如果乐乐以 80 米/分的速度从图书馆 C 沿 CA 回到地铁站 A ，那么她在 10 分钟内能否到达地铁站 A ? ($\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$).

20. 在某中学开展的读书活动中，为了解七年级 400 名学生暑期读书情况，随机调查了七年级部分学生暑期读书的册数．根据调查结果，绘制出如下的统计图①和图②．请根据相关信息，解答下列问题：



图①



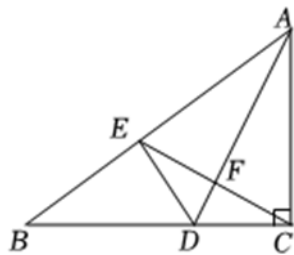
图②

(1) 本次接受调查的学生人数为_____，图①中 m 的值为_____；

(2) 这组数据的众数和中位数分别为_____；求统计的这组数据的平均数；

(3) 根据统计的样本数据，估计暑期该校七年级学生读书的总册数．

21. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于 E . 求证:



(1) $AE = AC$;

(2) 直线 AD 是线段 CE 的垂直平分线.

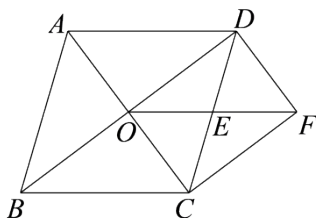
22. 已知某品牌的饮料有大瓶装与小瓶装之分. 某超市花了 3800 元购进一批该品牌的饮料共 1000 瓶, 其中大瓶和小瓶饮料的进价及售价如下表所示:

	大瓶	小瓶
进价 (元/瓶)	5	2
售价 (元/瓶)	7	3

(1) 该超市购进大瓶和小瓶饮料各多少瓶?

(2) 在大瓶饮料售出 200 瓶, 小瓶饮料售出 100 瓶后, 商家决定将剩下的小瓶饮料的售价降低 0.5 元销售, 并把其中一定数量的小瓶饮料作为赠品, 在顾客一次性购买大瓶饮料时, 每满 2 瓶就送 1 瓶小瓶饮料, 送完即止. 超市要使这批饮料售完后获得的利润不低于 1250 元, 那么小瓶饮料作为赠品最多只能送出多少瓶?

23. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , E 为 CD 的中点, 连接 OE 并延长到点 F , 使得 $OE = EF$, 连接 CF, DF .



(1) 求证: 四边形 $OCFD$ 是矩形;

(2) 若 $AB = 5$, $\sin \angle DOF = \frac{3}{5}$, 求 BD 的长.

24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 连接 CB , 过 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 过 C 作 $\angle DCE$, 使 $\angle DCE = 2\angle BCD$, 其中 CE 交 AB 的延长线于点 E .

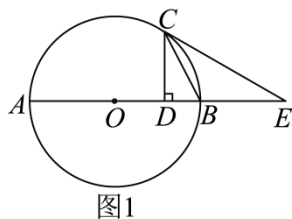


图1

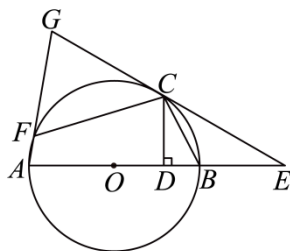


图2

(1)求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;

(2)如图 2, 点 F 是 $\odot O$ 上一点, 且满足 $\angle FCE = 2\angle ABC$, 连接 AF 并延长交 EC 的延长线于点 G .

①试探究线段 CF 与 CD 之间满足的数量关系;

②若 $CD = 4$, $\tan \angle BCE = \frac{1}{2}$, 求线段 AF 的长.

25. 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴是 $x = 1$, 图象与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 交 y 轴于点 C .

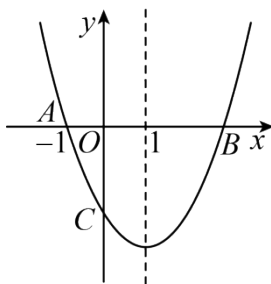


图1

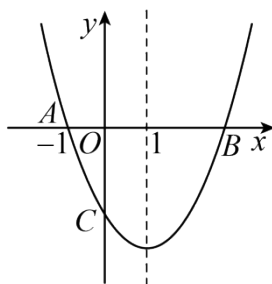


图2

(1)求此二次函数的解析式;

(2)点 P 是对称轴上一点, 当 $\triangle BOC \sim \triangle APB$ 时, 求点 P 的坐标 (请在图 1 中探索);

(3)二次函数图象上是否存在点 M , 使 $\triangle ABC$ 的面积 S_1 与 $\triangle ABM$ 的面积 S_2 相等? 若存在, 请求出所有满足条件的点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由 (请在图 2 中探索).

1. B

【分析】本题主要考查无理数的识别，熟练掌握实数的相关概念是解题的关键．整数和分数统称为有理数；无理数即无限不循环小数；据此进行判断即可．

【详解】解：3.14, $\frac{22}{7}$ 是分数， $\sqrt{4}=2$ 是整数，它们均为有理数；

$\frac{\pi}{2}$, $\sqrt[3]{9}$ 均为无限不循环小数，它们是无理数；

综上，无理数的个数共 2 个，

故选：B

2. A

【分析】本题考查轴对称图形的识别，如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

根据轴对称图形的概念逐一判断即可．

【详解】A.是轴对称图形，符合题意；

B.不是轴对称图形，不符合题意；

C.不是轴对称图形，不符合题意；

D.不是轴对称图形，不符合题意；

故选 A.

3. C

【分析】根据积的乘方、同底数幂的除法、单项式乘以单项式、合并同类项法则进行计算即可．

【详解】解：A、 $(a^2b)^3=a^6b^3$ ，故 A 错误；

B、 $a^6 \div a^2=a^4$ ，故 B 错误；

C、 $5y^3 \cdot 3y^2=15y^5$ ，故 C 正确；

D、 a 和 a^2 不是同类项，不能合并，故 D 错误；

故选：C.

【点睛】此题主要考查了单项式乘以单项式、同底数幂的除法、积的乘方、合并同类项，关键是掌握各计算法则．

4. D

【分析】本题考查了绝对值大于 1 的科学记数法的表示，解题的关键在于确定 a ， n 的值．

根据绝对值大于 1 的数，用科学记数法表示为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 的值为整数位数少

1, 进行作答即可.

【详解】解: 7000000000 大于 1, 用科学记数法表示为 $a \times 10^n$, 其中 $a=7$, $n=9$,

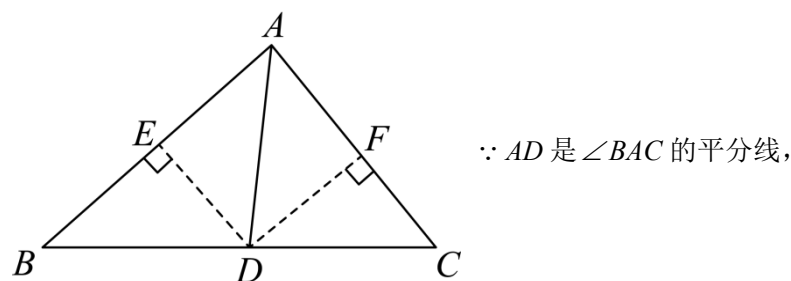
$\therefore 7000000000$ 用科学记数法表示为 7×10^9 ,

故选: D.

5. D

【分析】本题考查的是角平分线的性质及三角形的面积公式, 由角平分线的性质及三角形的面积公式作出辅助线是解答此题的关键. 作 $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F , 由角平分线的性质可知, $DE=DF$, 再由三角形的面积公式求解即可.

【详解】解: 作 $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F ,



$\therefore DE=DF$,

$$\therefore S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot DE : \frac{1}{2} AC \cdot DF = AB : AC = 8 : 6 = 4 : 3.$$

故选: D.

6. C

【分析】本题考查平均数、中位数、众数、方差, 根据众数、中位数、平均数、方差的计算方法分别进行计算即可, 熟练掌握平均数、中位数、众数以及方差的计算方法是解题的关键.

【详解】A、这组数据的平均数为 $\frac{6 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 6 + 10 \times 9}{2 + 3 + 6 + 9} = 9$ (吨), 故此选项不符合题意;

B、根据 $2+3+6+9=20$, 中位数应为第 10, 11 的平均数 $\frac{9+9}{2} = 9$ (吨), 故此选项不符合题意;

C、方差是 $\frac{1}{20} [2 \times (6-9)^2 + 3 \times (8-9)^2 + 6 \times (9-9)^2 + 9 \times (10-9)^2] = 1.5$, 故此选项符合题意;

D、这组数据出现次数最多的是 10 吨, 共出现 9 次, 所以用水量的众数是 10 吨, 故此选项不符合题意;

故选: C.

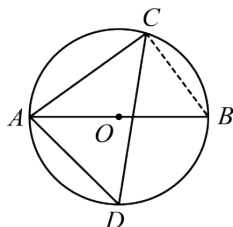
7. C

【分析】

连接 BC ，得 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，求出 $\angle B$ 的度数，由同弧所对圆周角相等即可得出结论.

【详解】

解：连接 BC ，



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\because \angle CAB = 36^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 54^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC = 54^\circ$

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了圆周角的有关定理，作出辅助线，构建直角三角形，是解本题的关键.

8. C

【分析】按照解一元一次不等式组的步骤进行计算，即可解答. 本题考查了解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式的解集，熟练掌握解一元一次不等式组的步骤是解题的关键.

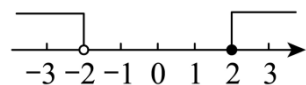
【详解】解：
$$\begin{cases} x+2 < 0 \text{ ①} \\ x-2 \geq 0 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x < -2$ ，

解不等式②得： $x \geq 2$ ，

$\therefore$ 原不等式组无解，

$\therefore$ 该不等式组的解集在数轴上表示如图所示：



故选：C.

9. C

【分析】根据一次函数的性质确定比例系数的符号后即可确定正确的选项.

【详解】解：∵一次函数 $y=kx+b$ 中， $k>0$ 时， y 随着 x 的增大而增大，

∴①③⑤符合题意，

故选：C.

【点睛】考查了一次函数的性质，一次函数 $y=kx+b$ 中当 $k>0$ 时， y 随着 x 的增大而增大，难度不大.

10. B

【分析】本题考查了用列表法或树状图法求概率. 本题需要两步完成，所以可采用树状图法或者采用列表法求解.

【详解】解：将四部名著《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《孙子算经》分别记为 A，B，C，D，

用列表法列举出从 4 部名著中选择 2 部所能产生的全部结果：

	A	B	C	D
A		BA	CA	DA
B	AB		CB	DB
C	AC	BC		DC
D	AD	BD	CD	

由表中可以看出，所有可能的结果有 12 种，并且这 12 种结果出现的可能性相等，

所有可能的结果中，满足事件的结果有 2 种，即 AB，BA，

所以恰好选中《周髀算经》和《九章算术》的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ，

故选：B.

11. $(3x+y)(3x-y)$.

【分析】直接利用平方差公式进行分解即可.

【详解】原式 $= (3x+y)(3x-y)$ ，

故答案为 $(3x+y)(3x-y)$.

【点睛】本题主要考查了公式法分解因式，熟练掌握平方差公式是解题的关键.

12. 6

【分析】本题主要考查众数和方差，先根据众数的概念得出 $x=3$ ，再依据方差的定义计算可得.

【详解】解：∵数据 3，-2， x ，-2，3 的众数是 3，

∴ $x=3$ ，

则数据为 3，-2，3，-2，3

∴这组数据的平均数为： $\frac{-2-2+3+3+3}{5}=1$ ，

∴这组数据的方差为： $\frac{1}{5} \times [2 \times (-2-1)^2 + 3 \times (3-1)^2] = 6$ ；

故答案为：6.

13. (8,4)

【分析】本题考查了菱形的性质、坐标与图形的性质. 根据点 A 的坐标是 (3,4)，可得 OA 的长，再根据菱形的四条边都相等即可得点 B 的坐标.

【详解】解：∵点 A 的坐标是 (3,4)，

∴ $OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

∵ 四边形 OABC 为菱形，OC 在 x 轴上，

∴ $OA = AB = 5$ ， $AB \parallel OC$ ，

则点 B 的坐标为 (8,4).

故答案为：(8,4).

14. 4

【分析】此题考查了利用图形面积求反比例函数的比例系数，连接 OM，证明

$\triangle ABM \sim \triangle OBC$ ，则 $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle BAM}} = \left(\frac{OB}{AB}\right)^2 = \left(\frac{OB}{2OB}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ，得到 $S_{\triangle BAM} = 4S_{\triangle BOC} = 4$ ，利用三角形中线

性质得到 $S_{\triangle AOM} = S_{\triangle BOM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABM} = 2$ ，则 $\frac{1}{2}|k| = S_{\triangle AOM} = 2$ ，根据反比例函数图象所在象限即可得到答案.

【详解】解：连接 OM，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/78700511000006116>