

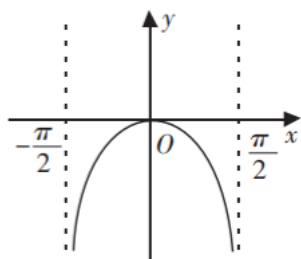
江西省九江一中 2024 届高三下学期期初检测试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的大致图象如图所示，则 $f(x)$ 可能是（ ）

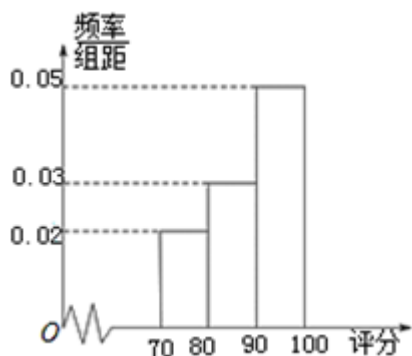


- A. $f(x) = \ln|\sin x|$
 - B. $f(x) = \ln(\cos x)$
 - C. $f(x) = -\sin|\tan x|$
 - D. $f(x) = -\tan|\cos x|$
2. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 1$ ， $AD = \sqrt{2}$ ， $AA_1 = \sqrt{3}$ ，则直线 DD_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为（ ）
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
 - D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$
3. 已知曲线 $x^2 = 4y$ ，动点 P 在直线 $y = -3$ 上，过点 P 作曲线的两条切线 l_1, l_2 ，切点分别为 A, B ，则直线 AB 截圆 $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ 所得弦长为（ ）
- A. $\sqrt{3}$
 - B. 2
 - C. 4
 - D. $2\sqrt{3}$
4. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知角 θ 的顶点与原点 O 重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边落在直线 $y = 2x$ 上，则 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right) =$ （ ）
- A. $\frac{4}{5}$
 - B. $-\frac{4}{5}$
 - C. $\frac{3}{5}$
 - D. $-\frac{3}{5}$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$ ，且 $a_{n+1} = 4a_n + 3$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为（ ）

- A. $2^{2^{\square}-1} + 1$ B. $2^{2^{\square}-1} - 1$ C. $2^{2^{\square}} + 1$ D. $2^{2^{\square}} - 1$

6. 某歌手大赛进行电视直播，比赛现场有6名特约嘉宾给每位参赛选手评分，场内外的观众可以通过网络平台给每位参赛选手评分.某选手参加比赛后，现场嘉宾的评分情况如下表，场内外共有数万名观众参与了评分，组织方将观众评分按照 $[70,80)$ ， $[80,90)$ ， $[90,100]$ 分组，绘成频率分布直方图如下：

嘉宾	A	B	C	D	E	F
评分	96	95	96	89	97	98



嘉宾评分的平均数为 $\bar{x}_1$ ，场内外的观众评分的平均数为 $\bar{x}_2$ ，所有嘉宾与场内外的观众评分的平均数为 $\bar{x}$ ，则下列选项正确的是（ ）

- A. $\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$ B. $\bar{x} > \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$ C. $\bar{x} < \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$ D. $\bar{x}_1 > \bar{x}_2 > \bar{x} > \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$

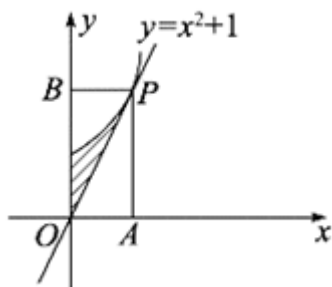
7. 已知集合 $A = \{-2, 0, 1, 3\}$ ， $B = \{x | -\sqrt{5} < x < \sqrt{3}\}$ ，则集合 $A \cap B$ 子集的个数为（ ）

- A. 4 B. 8 C. 16 D. 32

8. 已知集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，则 $A \cap B$ 等于（ ）

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ C. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2\}$

9. 如图在直角坐标系 xOy 中，过原点 O 作曲线 $y = x^2 + 1 (x \geq 0)$ 的切线，切点为 P ，过点 P 分别作 x 、 y 轴的垂线，垂足分别为 A 、 B ，在矩形 $OAPB$ 中随机选取一点，则它在阴影部分的概率为（ ）



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 若集合 $A = \{x | x(x-2) > 0\}$, $B = \{x | x-1 > 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | x > 1 \text{ 或 } x < 0\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | x > 2\}$ D. $\{x | x > 1\}$

11. 已知复数 z 满足 $i \cdot z = 3 + 2i$ (i 是虚数单位), 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $2 + 3i$ B. $2 - 3i$ C. $-2 + 3i$ D. $-2 - 3i$

12. 百年双中的校训是“仁”、“智”、“雅”、“和”.在 2019 年 5 月 18 日的高三趣味运动会中有这样一个小游戏.袋子中有大小、形状完全相同的四个小球, 分别写有“仁”、“智”、“雅”、“和”四个字, 有放回地从中任意摸出一个小球, 直到“仁”、“智”两个字都摸到就停止摸球.小明同学用随机模拟的方法恰好在第三次停止摸球的概率.利用电脑随机产生 1 到 4 之间 (含 1 和 4) 取整数值的随机数, 分别用 1, 2, 3, 4 代表“仁”、“智”、“雅”、“和”这四个字, 以每三个随机数为一组, 表示摸球三次的结果, 经随机模拟产生了以下 20 组随机数:

141 432 341 342 234 142 243 331 112 322

342 241 244 431 233 214 344 142 134 412

由此可以估计, 恰好第三次就停止摸球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{m} = (-2, 1)$, $\vec{n} = (4, y)$, 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 则 $|2\vec{m} + \vec{n}| =$ _____.

14. 定义 $\min\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \leq b \\ b, & a > b \end{cases}$, 已知 $f(x) = e^x - \frac{1}{m}$, $g(x) = (x-1)(mx + 2m^2 - m - 1)$, 若

$h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ 恰好有 3 个零点, 则实数 m 的取值范围是_____.

15. 设 $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$, 若关于 x 的方程 $f(x) = x^2 - 2x + k$ 有实数解, 则实数 k 的取值范围_____.

16. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 $F_1(-2, 0)$, 点 $A(0, \sqrt{5})$, 点 P 为双曲线右支上的动点, 且 $\triangle APF_1$

周长的最小值为 8, 则双曲线的实轴长为_____, 离心率为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知关于 x 的不等式 $|x+1| - |x-3| \geq |m-2| + m$ 有解.

(1) 求实数 m 的最大值 t ;

(2) 若 a, b, c 均为正实数, 且满足 $a+b+c=t$. 证明: $a^3b + b^3c + c^3a \geq 3abc$.

18. (12 分) 已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho = 4 \cos \theta$

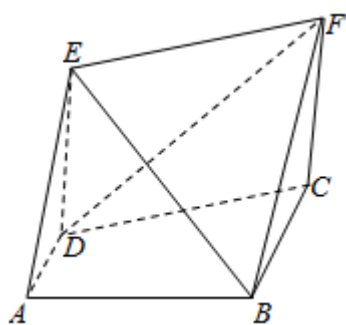
.以极点为平面直角坐标系的原点,极轴为 x 轴的正半轴,建立平面直角坐标系,直线 l 的参数方程是: $\begin{cases} x = m + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t

是参数).

(1) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A 、 B 两点,且 $|AB| = \sqrt{14}$,试求实数 m 值.

(2) 设 $M(x, y)$ 为曲线 C 上任意一点,求 $x + 2y$ 的取值范围.

19. (12 分) 如图所示, 直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AB = BC = 2AD = 2$, 四边形 $EDCF$ 为矩形, $CF = \sqrt{3}$, 平面 $EDCF \perp$ 平面 $ABCD$.



(1) 求证: $DF \perp$ 平面 ABE ;

(2) 求平面 ABE 与平面 EFB 所成锐二面角的余弦值.

(3) 在线段 DF 上是否存在点 P , 使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 若存在, 求出线段 BP 的长, 若不存在, 请说明理由.

20. (12 分) 某企业现有 A 、 B 两套设备生产某种产品, 现从 A 、 B 两套设备生产的大量产品中各抽取了 100 件产品作为样本, 检测某一项质量指标值, 若该项质量指标值落在 $[20, 40)$ 内的产品视为合格品, 否则为不合格品. 图 1 是从 A 设备抽取的样本频率分布直方图, 表 1 是从 B 设备抽取的样本频数分布表.

图 1: A 设备生产的样本频率分布直方图

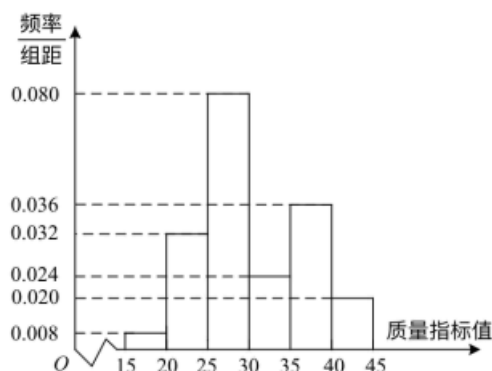
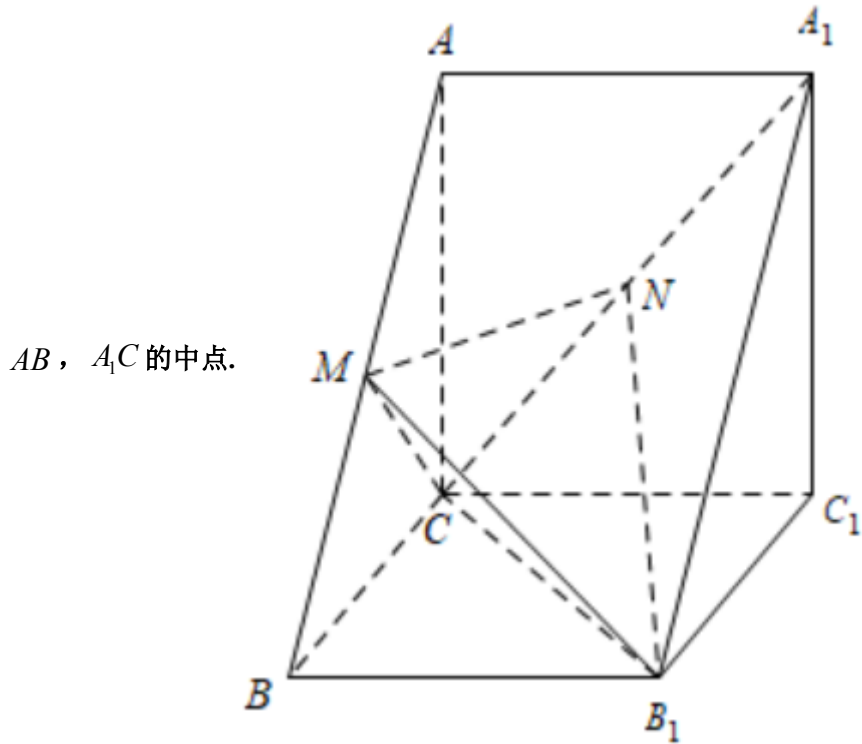


表 1： B 设备生产的样本频数分布表

质量指标值	[15,20)	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)	[40,45)
频数	2	18	48	14	16	2

- (1) 请估计 A, B 设备生产的产品质量指标的平均值；
- (2) 企业将不合格品全部销毁后，并对合格品进行等级细分，质量指标值落在 $[25,30)$ 内的定为一等品，每件利润 240 元；质量指标值落在 $[20,25)$ 或 $[30,35)$ 内的定为二等品，每件利润 180 元；其它的合格品定为三等品，每件利润 120 元.根据图 1、表 1 的数据，用该组样本中一等品、二等品、三等品各自在合格品中的频率代替从所有产品中抽到一件相应等级产品的概率.企业由于投入资金的限制，需要根据 A, B 两套设备生产的同一种产品每件获得利润的期望值调整生产规模，请根据以上数据，从经济效益的角度考虑企业应该对哪一套设备加大生产规模？

21. (12 分) 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AA_1 \perp$ 平面 ABC ， $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB = 2$ ， M ， N 分别为



- (1) 求证： $MN \parallel$ 平面 BB_1C_1C ；
- (2) 若平面 $CMN \perp$ 平面 B_1MN ，求直线 AB 与平面 B_1MN 所成角的正弦值.

22. (10 分) 以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程是 $\rho \cos^2 \theta - 4 \sin \theta = 0$ ，直线 l_1 和直线 l_2 的极坐标方程分别是 $\theta = \alpha$ ($\rho \in \mathbf{R}$) 和 $\theta = \alpha + \frac{\pi}{2}$ ($\rho \in \mathbf{R}$)，其中 $\alpha \neq k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$) .

- (1) 写出曲线 C 的直角坐标方程；
- (2) 设直线 l_1 和直线 l_2 分别与曲线 C 交于除极点 O 的另外点 A ， B ，求 $\triangle OAB$ 的面积最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据特殊值及函数的单调性判断即可；

【详解】

解：当 $x=0$ 时， $\sin 0=0$ ， $\ln|\sin 0|$ 无意义，故排除 A；

又 $\cos 0=1$ ，则 $f(0)=-\tan|\cos 0|=-\tan 1 \neq 0$ ，故排除 D；

对于 C，当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时， $|\tan x| > 0$ ，所以 $f(x)=-\sin|\tan x|$ 不单调，故排除 C；

故选：B

【点睛】

本题考查根据函数图象选择函数解析式，这类问题利用特殊值与排除法是最佳选择，属于基础题。

2、C

【解析】

在长方体中 $AB // C_1D_1$ ，得 DD_1 与平面 ABC_1 交于 D_1 ，过 D 做 $DO \perp AD_1$ 于 O ，可证 $DO \perp$ 平面 ABC_1D_1 ，可得 $\angle DD_1A$ 为所求解的角，解 $Rt\triangle ADD_1$ ，即可求出结论。

【详解】

在长方体中 $AB // C_1D_1$ ，平面 ABC_1 即为平面 ABC_1D_1 ，

过 D 做 $DO \perp AD_1$ 于 O ， $\because AB \perp$ 平面 AA_1D_1D ，

$DO \subset$ 平面 AA_1D_1D ， $\therefore AB \perp DO$ ， $AB \perp AD_1 = D$ ，

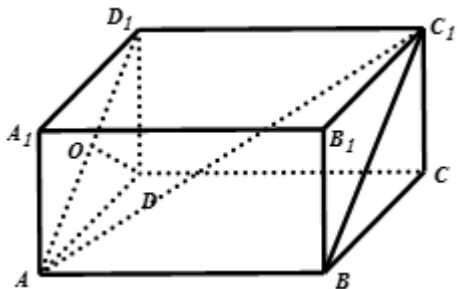
$\therefore DO \perp$ 平面 ABC_1D_1 ， $\therefore \angle DD_1A$ 为 DD_1 与平面 ABC_1 所成角，

在 $Rt\triangle ADD_1$ ， $DD_1 = AA_1 = \sqrt{3}$ ， $AD = \sqrt{2}$ ， $\therefore AD_1 = \sqrt{5}$ ，

$$\therefore \cos \angle DD_1A = \frac{DD_1}{AD_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5},$$

$\therefore$ 直线 DD_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

故选:C.



【点睛】

本题考查直线与平面所成的角，定义法求空间角要体现“做”“证”“算”，三步骤缺一不可，属于基础题.

3、C

【解析】

设 $A\left(x_1, \frac{x_1^2}{4}\right), B\left(x_2, \frac{x_2^2}{4}\right), P(t, -3)$ ，根据导数的几何意义，求出切线斜率，进而得到切线方程，将 P 点坐标代入切线方程，抽象出直线 AB 方程，且过定点为已知圆的圆心，即可求解.

【详解】

圆 $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ 可化为 $x^2 + (y - 3)^2 = 4$.

设 $A\left(x_1, \frac{x_1^2}{4}\right), B\left(x_2, \frac{x_2^2}{4}\right), P(t, -3)$,

则 l_1, l_2 的斜率分别为 $k_1 = \frac{x_1}{2}, k_2 = \frac{x_2}{2}$,

所以 l_1, l_2 的方程为 $l_1: y = \frac{x_1}{2}(x - x_1) + \frac{x_1^2}{4}$, 即 $y = \frac{x_1}{2}x - y_1$,

$l_2: y = \frac{x_2}{2}(x - x_2) + \frac{x_2^2}{4}$, 即 $y = \frac{x_2}{2}x - y_2$,

由于 l_1, l_2 都过点 $P(t, -3)$, 所以 $\begin{cases} -3 = \frac{x_1}{2}t - y_1 \\ -3 = \frac{x_2}{2}t - y_2 \end{cases}$,

即 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 都在直线 $-3 = \frac{x}{2}t - y$ 上,

所以直线 AB 的方程为 $-3 = \frac{x}{2}t - y$, 恒过定点 $(0, 3)$,

即直线 AB 过圆心 $(0, 3)$,

则直线 AB 截圆 $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ 所得弦长为 4.

故选:C.

【点睛】

本题考查直线与圆位置关系、直线与抛物线位置关系, 抛物线两切点所在直线求解是解题的关键, 属于中档题.

4、C

【解析】

利用诱导公式以及二倍角公式, 将 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right)$ 化简为关于 $\tan \theta$ 的形式, 结合终边所在的直线可知 $\tan \theta$ 的值, 从

而可求 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right)$ 的值.

【详解】

因为 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right) = -\cos 2\theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = \frac{\tan^2 \theta - 1}{\tan^2 \theta + 1}$, 且 $\tan \theta = 2$,

所以 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\theta\right) = \frac{4-1}{4+1} = \frac{3}{5}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查三角函数中的诱导公式以及三角恒等变换中的二倍角公式, 属于给角求值类型的问题, 难度一般.求解

$m \sin^2 \theta + n \cos^2 \theta$ 值的两种方法: (1) 分别求解出 $\sin \theta, \cos \theta$ 的值, 再求出结果; (2) 将 $m \sin^2 \theta + n \cos^2 \theta$ 变形为

$\frac{m \sin^2 \theta + n \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = \frac{m \tan^2 \theta + n}{\tan^2 \theta + 1}$, 利用 $\tan \theta$ 的值求出结果.

5、D

【解析】

试题分析: 因为 $a_{n+1} = 4a_n + 3$, 所以 $a_{n+1} + 1 = 4(a_n + 1)$, 即 $\frac{a_{n+1} + 1}{a_n + 1} = 4$, 所以数列 $\{a_n + 1\}$ 是以 $a_1 + 1 = 4$ 为首

项, 公比为 4 的等比数列, 所以 $a_n + 1 = 4 \times 4^{n-1} = 4^n = 2^{2n}$, 即 $a_n = 2^{2n} - 1$, 所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是

$a_n = 2^{2n} - 1$ ，故选 D.

考点：数列的通项公式.

6、C

【解析】

计算出 $\bar{x}_1$ 、 $\bar{x}_2$ ，进而可得出结论.

【详解】

由表格中的数据可知， $\bar{x}_1 = \frac{96+95+96+89+97+98}{6} \approx 95.17$ ，

由频率分布直方图可知， $\bar{x}_2 = 75 \times 0.2 + 85 \times 0.3 + 95 \times 0.5 = 88$ ，则 $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ ，

由于场外有数万名观众，所以， $\bar{x}_2 < \bar{x} < \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2} < \bar{x}_1$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平均数的大小比较，涉及平均数公式以及频率分布直方图中平均数的计算，考查计算能力，属于基础题.

7、B

【解析】

首先求出 $A \cap B$ ，再根据含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集，计算可得.

【详解】

解：Q $A = \{-2, 0, 1, 3\}$ ， $B = \{x | -\sqrt{5} < x < \sqrt{3}\}$ ，

$\therefore A \cap B = \{-2, 0, 1\}$ ，

$\therefore A \cap B$ 子集的个数为 $2^3 = 8$.

故选：B .

【点睛】

考查列举法、描述法的定义，以及交集的运算，集合子集个数的计算公式，属于基础题.

8、A

【解析】

进行交集的运算即可.

【详解】

Q $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/787045150152010000>