

14.3.2 公式法



知识梳理

考点：因式分解公式法

运用公式法分解因式的实质是把整式中的乘法公式反过来使用；

常用的公式：

①平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

②完全平方公式： $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$



题型探究

题型一：判断是否能用公式法因式分解

1. (2022·湖南·株洲市景弘中学八年级阶段练习) 已知下列多项式：① $x^2 + y + y^2$ ；② $-x^2 + 2xy - y^2$ ；③

$x^2 + 6xy - 9y^2$ ；④ $x^2 - x + \frac{1}{4}$. 其中，能用完全平方公式进行因式分解的有 ()

- A. ②③④ B. ①③④ C. ②④ D. ①②③

2. (2022·全国·八年级专题练习) 下列多项式不能用完全平方公式分解因式的是 ()

- A. $1 - 2a + a^2$ B. $-x^2 - 16 + 8x$
C. $a^2b^2 - m^2n^2 - 2abmn$ D. $6ab - a^2 - 9b^2$

3. (2022·四川·成都市双流区棠湖中学实验学校八年级期中) 下列各式中，能用完全平方公式分解因式的是 ()

- A. $a^2 - 2a + 1$ B. $a^2 - 2ab + 4b^2$
C. $4a^2 - a + \frac{1}{4}$ D. $(a + b)(b - a) - 4ab$

题型二：运用平方差公式因式分解

4. (2022·山东·宁阳县第十一中学八年级阶段练习) 分解因式 $x^4 - 1$ 的结果为 ()

- A. $(x^4 + 1)(x^4 - 1)$ B. $(x^4 + 1)(x^2 - 1)$
C. $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$ D. $(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$

5. (2022·河北邯郸·八年级期末) 下列多项式中，既能用提取公因式又能用平方差公式进行因式分解的是 ()

- A. $-a^2 - b^2$ B. $-a^2 + 4$ C. $a^3 - 4a$ D. $a^2 + 4a$

6. (2022·全国·八年级专题练习) 已知 $a - b = 2$, 则 $a^2 - b^2 - 4b$ 的值为 ()

- A. 5 B. 4 C. 2 D. 1

题型三：运用完全平方公式因式分解

7. (2022·全国·八年级专题练习) 已知 $a = b + 2$, 则代数式 $3a^2 - 6ab + 3b^2 + 2022$ 的值为 ()

- A. 2020 B. 2024 C. 2021 D. 2034

8. (2022·全国·八年级专题练习) 已知下列多项式: ① $x^2 + xy + y^2$; ② $-x^2 + 2xy - y^2$; ③ $x^2 + 6xy - 9y^2$; ④ $x^2 - x + \frac{1}{4}$

其中, 能用完全平方公式进行因式分解的有 ()

- A. ②③④ B. ①③④ C. ②④ D. ①②③

9. (2022·山西运城·八年级期末) 已知 $x^2 + mx + 16$ 能用完全平方公式因式分解, 则 m 的值为 ()

- A. 4 B. ± 4 C. 8 D. ± 8

题型四：综合运行公式法因式分解

10. (2022·四川省德阳市第二中学校八年级阶段练习) 因式分解:

(1) $m^2n - 9n$ (2) $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$

11. (2022·陕西·西工大附中分校八年级期中) 因式分解:

(1) $-3a^2b + 6ab - 3b$ (2) $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$

12. (2022·全国·八年级专题练习) 因式分解:

(1) $-2x^2 + 2x - \frac{1}{2}$; (2) $(x^2 + 9)^2 - 36x^2$. (3) $(3x + 2y)^2 - (2x + 3y)^2$ (4) $a^2(a - b)^2 - b^2(b - a)^2$.

题型五：因式分解在化简求值的应用

13. (2021·四川泸州·八年级期末) 若 $m + n = 3$, 则 $2m^2 + 4mn + 2n^2 - 5$ 的值为 ()

- A. 13 B. 18 C. 5 D. 1

14. (2021·全国·八年级课时练习) 已知 $(a^2 + 1)(b^2 + 1) = 3(2ab - 1)$, 则 $b\left(\frac{1}{a} - a\right)$ 的值是 ()

- A. 0 B. 1 C. -2 D. -1

15. (2022·山东枣庄·八年级期末) 解下列各题:

(1) 分解因式: $x^2(x - y) + (y - x)$;

(2) 利用因式分解简便计算: $2022^2 - 2022 \times 4042 + 2021^2$.



随堂演练

一、单选题

16. (2022·湖南·衡南县冠市联合学校八年级期中) 若分解因式 $x^2 + mx + 16$ 的结果为 $(x-4)^2$, 则 m 的值为 ()
- A. $m = 4$ B. $m = -8$ C. $m = \pm 8$ D. $m = 8$
17. (2022·河南·辉县市城北初级中学八年级阶段练习) 把多项式 $(x-y) + x^2(y-x)$ 因式分解, 结果正确的是 ()
- A. $(x-y)(1+x^2)$ B. $(x-y)(1-x^2)$
- C. $(x-y)(1+x)(1-x)$ D. $(x-y)(x+1)(x-1)$
18. (2022·山东·济宁市第十五中学八年级阶段练习) 若把多项式 $x^2 + mx + 14$ 分解因式后含有因式 $x+7$, 则 m 的值为 ()
- A. 7 B. -7 C. 9 D. -9
19. (2022·四川·仁寿县文宫镇古佛九年制学校八年级阶段练习) 若 $(x^2 + y^2)^4 - 8(x^2 + y^2)^2 + 16 = 0$, 则 $x^2 + y^2$ 的值为 ()
- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4
20. (2022·福建泉州·八年级阶段练习) 小淇将 $(2021x + 2022)^2$ 展开后得到 $a_1x^2 + b_1x + c_1$; 小尧将 $(2022x - 2021)^2$ 展开后得到 $a_2x^2 + b_2x + c_2$, 若两人计算过程无误, 则 $a_1 - a_2$ 的值为 ()
- A. -1 B. 4043 C. -4043 D. 1
21. (2022·广东顺德德胜学校八年级阶段练习) 三角形三边长分别是 a, b, c , 且满足 $a^2 - b^2 + ac - bc = 0$, 则这个三角形是 ()
- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 形状不确定
22. (2022·广东·佛山市南海区桂城街道桂江第二初级中学八年级阶段练习) 若 $a - 2 = b + c$, 则 $a(a-b-c) + b(b+c-a) - c(a-b-c)$ 的值为 ()
- A. 4 B. 2 C. 1 D. 8
23. (2022·全国·八年级课时练习) 已知 $a^2 + a - 3 = 0$, 那么 $a^3 + 3a^2 - a + 4$ 的值是 ()
- A. -16 B. 16 C. -10 D. 10
24. (2022·全国·八年级专题练习) 如果 $64 - 27a^3 = (4 - 3a) \cdot M$, 则 M 是 ()
- A. $16 + 12a + 3a^2$ B. $9a^2 + 24a + 16$ C. $9a^2 + 12a + 16$ D. $9a^2 - 12a + 16$
25. (2022·湖南·衡南县冠市联合学校八年级期中) 分解因式:

(1) $ay^2 - 4ay + 4a$

$$(2) a^2(x-y)+4(y-x)$$

26. (2022·山东青岛·八年级期中) 某校数学社团的小亮、小颖两个同学利用分组分解法进行的因式分解:

小亮: $m^2 - mn + 2m - 2n$

$$= (m^2 - mn) + (2m - 2n)$$

$$= m(m-n) + 2(m-n)$$

$$= (m-n)(m+2)$$

小颖: $4x^2 - y^2 - z^2 + 2yz$

$$= 4x^2 - (y^2 + z^2 - 2yz)$$

$$= 4x^2 - (y-z)^2$$

$$= (2x+y-z)(2x-y+z).$$

请你在他们解法的启发下, 解决下面问题:

(1) 因式分解 $a^3 - 3a^2 - 9a + 27$;

(2) 因式分解 $x^2 - 4xy + 4y^2 - 16$;

(3) 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 且满足 $a^2 - ab + c^2 = 2ac - bc$, 判断 $\triangle ABC$ 的形状并说明理由.



一: 选择题

27. (2022·四川·成都市龙泉驿区百悦成龙学校) 对任意自然数 n , 代数式 $(n+7)^2 - (n-5)^2$ 的值一定能被 () 整除.

- A. 6 B. 24 C. 4 D. 8

28. (2022·江苏镇江·八年级阶段练习) 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长, 且满足 $a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$, $a^2 + b^2 \neq c^2$, 是 ()

- A. 直角三角形 B. 等腰三角形
C. 等腰或直角三角形 D. 等腰直角三角形

29. (2022·河北邯郸·八年级期末) 课堂上老师在黑板上布置了四道用平方差公式分解因式的题目: (1) a^2-b^2 ,

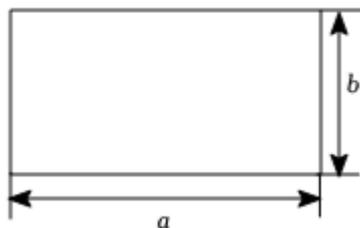
(2) $49x^2-y^2z^2$, (3) $-x^2-y^2$, (4) $16m^2n^2-25p^2$, 小华发现其中有一道题目错了, 你知道是哪一道吗? ()

- A. 第1道题 B. 第2道题 C. 第3道题 D. 第4道题

30. (2022·山东青岛·八年级期末) 下列因式分解正确的是 ()

- A. $a^2b-ab^2=a(a+b)(a-b)$ B. $a^2-2b^2=(a+2b)(a-2b)$ C. $a^3-2ab+ab^2=a(a-b)^2$
D. $a^2b^2-4a^2b+4a^2=a^2(b-2)^2$

31. (2022·河南郑州·八年级期末) 如图, 小明准备设计一个长方形的手工作品, 已知长方形的边长为 a 、 b ($a > b$), 周长为 20, 面积为 16, 请计算 a^2b-ab^2 的值为 ()



- A. 96 B. 480 C. 320 D. 160

二、填空题

32. (2022·全国·八年级专题练习) 分解因式: $1-m^2=$ _____.

33. (2022·北京八中八年级期中) 若多项式 x^2+6x+k 能因式分解, 则正整数 k 的值等于_____.

34. (2022·山东青岛·八年级期中) 一个长方形的长与宽分别为 a , b , 若周长为 12, 面积为 5, 则 $ab^3+2a^2b^2+a^3b$ 的值为_____.

35. (2022·河南·泌阳县实验中学八年级期中) 若 $m+n=-2$, 则 $5m^2+5n^2+10mn$ 的值是_____.

36. (2022·广东·广州六中八年级期中) 已知 $x-\frac{1}{x}=3$, 那么多项式 x^3-2x^2-4x+5 的值是_____.

37. (2022·山东·济宁市第十五中学八年级阶段练习) 下列各式能在实数范围内因式分解的是: ① $9x^2-4y^2$; ② $x^2+5xy-6y^2$; ③ x^2+2x+3 ; ④ $a^2+2ab-b^2$; ⑤ m^2-2 ; ⑥ $9a^2-6a(a-b)+(a+b)^2$. _____ (请填序号).

38. (2022·福建泉州·八年级阶段练习) 已知 $x \neq y$, 满足等式 $x^2-2y=2021^2$, $y^2-2x=2021^2$, 则 $x^2+2xy+y^2$ 的值为_____.

三、解答题

39. (2022·河南南阳·八年级期中) 因式分解

(1) $a^3b - ab$; (2) $(x+y)^2 - (2x+2y-1)$.

40. (2022·北京八中八年级期中) 分解因式:

(1) $4a^2 - 16$; (2) $(x+1)(x-3)+4$; (3) $(a-b)(3x-y)+(b-a)(x+y)$.

41. (2022·河南·南阳市宛城区官庄镇第一初级中学八年级阶段练习) 【方法呈现】我们把多项式 $a^2 + 2ab + b^2$ 及 $a^2 - 2ab + b^2$ 叫做完全平方式. 在运用完平方公式进行因式分解时, 关键是判断这个多项式是不是一个完全平方式, 同样地, 把一个多项式进行局部因式分解可以来解决代数式值的最小 (或最大) 问题.

例如: $x^2 + 4x + 5 = (x^2 + 4x + 4) - 4 + 5 = (x+2)^2 + 1$,

$\therefore (x+2)^2 \geq 0, \therefore (x+2)^2 + 1 \geq 1$.

当 $(x+2)^2 = 0$ 时, $(x+2)^2 + 1$ 的值最小, 最小值是 1.

\therefore 当 $x = -2$ 时, $x^2 + 4x + 5$ 的最小值是 1.

(1) 【尝试应用】直接写出 $(x-1)^2 + 3$ 的最小值为 _____;

(2) 求代数式 $x^2 + 10x + 32$ 的最小 (或最大) 值, 并写出相应的 x 的值.

(3) 【拓展提高】用长 12m 的一根铁丝围成长方形, 能围成的长方形的最大面积是多少? 请说明理由.

42. (2022·福建·厦门市第十一中学八年级期中) 从边长为 a 的正方形中剪掉一个边长为 b 的正方形 (如图 1), 然后将剩余部分拼成一个长方形 (如图 2).

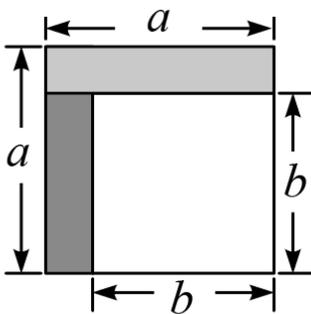


图1

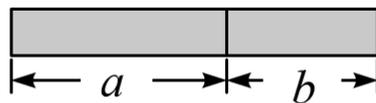


图2

(1) 上述操作能验证的等式是 _____; (请选择正确的一个)

A. $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

B. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

C. $a^2 + ab = a(a+b)$

(2)应用你从(1)选出的等式,完成下列各题:

①已知 $x^2 - 4y^2 = 12$, $x + 2y = 4$, 求 $x - 2y$ 的值.

②计算: $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2021^2}\right)\left(1 - \frac{1}{2022^2}\right)$.

43. (2022·福建省南安市侨光中学八年级期中)因为 $x^2 + 5x - 6 = (x+6)(x-1)$, 这说明多项式 $x^2 + 5x - 6$ 有一个因式为 $x-1$, 我们把 $x=1$ 代入此多项式, 发现 $x=1$ 能使多项式 $x^2 + 5x - 6$ 的值为 0.

利用上述阅读材料, 回答下列问题:

(1)若 $x-2$ 是多项式 $x^2 + kx + 8$ 的一个因式, 求 k 的值;

(2)若 $(x-3)$ 和 $(x+5)$ 是多项式 $x^3 + mx^2 - 15x + n$ 的两个因式, 求 m, n 的值.

(3)在(2)的条件下, 把多项式 $x^3 + mx^2 - 15x + n$ 因式分解.

44. (2022·福建省南安市侨光中学八年级期中)阅读下列文字: 我们知道, 图形是一种重要的数学语言, 我国著名的数学家华罗庚先生曾经说: “数缺形时少直观, 形缺数时难入微”. 例如, 对于一个图形, 通过不同的方法计算图形的面积, 就可以得到一个数学等式.

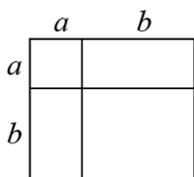


图1

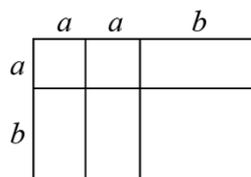


图2

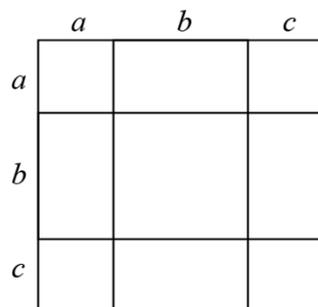


图3

(1)如图 1 所示, 用两块 $a \times b$ 型长方形和一块 $a \times a$ 型、一块 $b \times b$ 型正方形硬纸片拼成一个新的正方形. 用两种不同的方法计算图 1 中正方形的面积, 可以写出一个熟悉的数学公式: _____: 如图 2 所示, 用若干块 $a \times b$ 型长方形和 $a \times a$ 型 $b \times b$ 型正方形硬纸片拼成一个新的长方形, 可以写出 $2a^2 + 3ab + b^2$ 因式分解的结果等于:

_____;

(2)如图 3, 将几个小正方形与小长方形拼成一个边长为 $(a+b+c)$ 的正方形. 就可以得到一个等式, 这个等式是

_____;

请利用这个等式解答下列问题:

①若三个实数 a, b, c 满足 $a+b+c=2$, $ab+bc+ac=-12$, 求 $a^2+b^2+c^2$ 的值

②若三个实数 x, y, z 满足 $2^x \times 4^y \times 8^z = 1024$, $x^2+4y^2+9z^2=34$, 求 $2xy+3xz+6yz$ 的值.

45. (2022·河南·泌阳县实验中学八年级期中) 下面是学习小组的甲、乙两名同学所进行的因式分解:

甲: $x^2 - xy + 4x - 4y$

$$= (x^2 - xy) + (4x - 4y) \quad (\text{分成两组})$$

$$= x(x - y) + 4(x - y) \quad (\text{直接提公因式})$$

$$= (x - y)(x + 4) \quad (\text{再次提公因式});$$

乙: $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

$$= a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc) \quad (\text{分成两组})$$

$$= a^2 - (b - c)^2 \quad (\text{直接运用公式})$$

$$= (a + b - c)(a - b + c) \quad (\text{再次运用公式}).$$

请你在他们的解法启发下, 解答下面的问题:

(1) 分解因式: $x^2 - 9 - 2xy + y^2$;

(2) 如果 $a + b = -4$, $ab = 2$, 求代数式 $4a^2b + 4ab^2 - 4a - 4b$ 的值.

1. C

【分析】根据完全平方公式的结构 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ，逐个分析判断即可求解。

【详解】解：① $x^2 + y + y^2$ 不能用完全平方公式进行因式分解；

② $-x^2 + 2xy - y^2 = -(x^2 - 2xy + y^2) = -(x - y)^2$ ，能用完全平方公式进行因式分解；

③ $x^2 + 6xy - 9y^2$ 不能用完全平方公式进行因式分解；

④ $x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \cdot x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ，能用完全平方公式进行因式分解；

因此能用完全平方公式进行因式分解的有②④。

故选：C。

【点睛】本题考查用完全平方公式进行因式分解，掌握完全平方公式是解题的关键。

2. C

【分析】根据完全平方公式的结构 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 逐项分析判断即可求解。

【详解】解：A. $1 - 2a + a^2 = (a - 1)^2$ 能用完全平方公式因式分解，故该选项不符合题意；

B. $-x^2 - 16 + 8x = -(x - 4)^2$ ，能用完全平方公式因式分解，故该选项不符合题意；

C. $a^2b^2 - m^2n^2 - 2abmn$ ，平方项异号，不能用完全平方公式因式分解，故该选项符合题意；

D. $6ab - a^2 - 9b^2 = -(a - 3b)^2$ ，能用完全平方公式因式分解，故该选项不符合题意。

故选 C。

【点睛】本题考查了完全平方公式因式分解，掌握完全平方公式是解题的关键。

3. A

【分析】根据完全平方公式 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 进行逐一判断即可。

【详解】解：A、 $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$ ，能用完全平方公式分解因式，符合题意；

B、 $a^2 - 2ab + 4b^2$ ，不能用完全平方公式分解因式，不符合题意；

C、 $4a^2 - a + \frac{1}{4}$ ，不能用完全平方公式分解因式，不符合题意；

D、 $(a + b)(b - a) - 4ab = b^2 - a^2 - 4ab$ ，不能用完全平方公式分解因式，不符合题意；

故选 A。

【点睛】本题主要考查了用完全平方公式分解因式，熟知 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 是解题的关键。

4. D

【分析】根据平方差公式因式分解即可求解，注意分解要彻底.

【详解】解：原式 $= (x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$,

故选 D

【点睛】本题考查了平方差公式因式分解，掌握平方差公式是解题的关键.

5. C

【分析】根据因式分解，逐项判断即可求解.

【详解】解：A. $-a^2 - b^2$ ，不能因式分解，故该选项不符合题意；

B. $-a^2 + 4 = (2 + a)(2 - a)$ ，只用了平方差公式因式分解，故该选项不符合题意；

C. $a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a + 2)(a - 2)$ ，故该选项符合题意；

D. $a^2 + 4a$ ，能用提公因式的方法因式分解，故该选项不符合题意.

故选 C.

【点睛】本题考查了因式分解，掌握因式分解的方法是解题的关键.

6. B

【分析】先根据平方差公式分解，再整体代入，并整理，然后整体代入求出答案.

【详解】 $\because a - b = 2$,

$\therefore a^2 - b^2 - 4b = (a + b)(a - b) - 4b = 2a + 2b - 4b = 2a - 2b = 2(a - b) = 2 \times 2 = 4$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了代数式求值，掌握整体代入思想是解题的关键.

7. D

【分析】首先根据题意可得 $a - b = 2$ ，再由 $3a^2 - 6ab + 3b^2 + 2022$ 可得 $3(a - b)^2 + 2022$ ，把 $a - b = 2$ 代入即可求得其值.

【详解】解： $\because a = b + 2$,

$\therefore a - b = 2$,

$\therefore 3a^2 - 6ab + 3b^2 + 2022$

$= 3(a - b)^2 + 2022$

$= 3 \times 2^2 + 2022$

$= 2034$

故选：D.

【点睛】本题考查了代数式求值问题，利用完全平方公式因式分解，熟练掌握和运用代数式求值问题的方法是解决本题的关键.

8. C

【分析】根据完全平方公式的结构 $a^2 + 2ab + b^2$ ，逐个分析判断即可求解.

【详解】解：① $x^2 + xy + y^2$ 不能用完全平方公式进行因式分解；

② $-x^2 + 2xy - y^2 = -(x - y)^2$ ，能用完全平方公式进行因式分解；

③ $x^2 + 6xy - 9y^2$ 不能用完全平方公式进行因式分解；

④ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ，用完全平方公式进行因式分解

故选 C

【点睛】本题考查了用完全平方公式因式分解，掌握完全平方公式是解题的关键.

9. D

【分析】根据 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 的结构特征判断 m 的值即可.

【详解】解： $\because x^2 + mx + 16$ 能用完全平方公式因式分解，

$\therefore m = \pm 8$

故选：D.

【点睛】本题考查因式分解-运用公式法，熟练掌握完全平方公式的结构特点是解题的关键.

10. (1) $n(m+3)(m-3)$

(2) $(x+3)^2(x-3)^2$

【分析】(1) 先提公因式，再进行平方差的因式分解即可；

(2) 先进行平方差公式的因式分解，再根据完全平方公式分解即可.

【详解】(1) 原式 $= n(m^2 - 9)$

$= n(m+3)(m-3)$ ；

(2) 原式 $= (x^2 + 9)^2 - (6x)^2$

$= (x^2 + 9 + 6x)(x^2 + 9 - 6x)$

$= (x+3)^2(x-3)^2$.

【点睛】本题考查了因式分解，熟练运用平方差公式和完全平方公式是解题的关键.

11. (1) $-3b(a-1)^2$

(2) $(x+y)^2(x-y)^2$

【分析】(1) 先提公因式，再利用完全平方公式继续分解即可详解；

(2) 先利用平方差公式，再利用完全平方公式继续分解即可详解。

(1)

$$\text{解： } -3a^2b + 6ab - 3b$$

$$= -3b(a^2 - 2a + 1)$$

$$= -3b(a-1)^2;$$

(2)

$$(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$= (x^2 + y^2 + 2xy)(x^2 + y^2 - 2xy)$$

$$= (x+y)^2(x-y)^2.$$

【点睛】 本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，一定要注意如果多项式的各项含有公因式，必须先提公因式。

$$12. (1) -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$(2) (x-3)^2(x+3)^2$$

$$(3) 5(x+y)(x-y)$$

$$(4) (a+b)(a-b)^3$$

【分析】(1) 根据提公因式法和完全平方公式进行因式分解即可；

(2) 根据平方差公式与完全平方公式因式分解即可；

(3) 根据平方差公式与提公因式法因式分解即可；

(4) 根据提公因式法与平方差公式因式分解即可。

(1)

$$-2x^2 + 2x - \frac{1}{2}$$

$$= -2\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right)$$

$$= -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

(2)

$$(x^2 + 9)^2 - 36x^2$$

$$= (x^2 + 9)^2 - (6x)^2$$

$$=(x^2-6x+9)(x^2+6x+9)$$

$$=(x-3)^2(x+3)^2$$

(3)

$$(3x+2y)^2-(2x+3y)^2$$

$$=(3x+2y+2x+3y)(3x+2y-2x-3y)$$

$$=(5x+5y)(x-y)$$

$$=5(x+y)(x-y)$$

(4)

$$a^2(a-b)^2-b^2(b-a)^2$$

$$=a^2(a-b)^2-b^2(a-b)^2$$

$$=(a^2-b^2)(a-b)^2$$

$$=(a-b)(a+b)(a-b)^2$$

$$=(a+b)(a-b)^3$$

【点睛】 本题考查了提公因式法、平方差公式和完全平方公式，解决此题的关键是熟练掌握因式分解的基本方法.

13. A

【分析】 先将代数式前三项利用完全平方公式适当变形，然后将 $m+n=3$ 代入计算即可.

【详解】 解： $2m^2+4mn+2n^2-5$

$$=2(m^2+2mn+n^2)-5$$

$$=2(m+n)^2-5$$

$$\because m+n=3$$

$$\therefore \text{原式} = 2 \times 3^2 - 5 = 13$$

故选 A

【点睛】 本题考查代数式求值，完全平方公式. 做此类题，首先必须做到心中牢记公式的“模型”，在此前提下认真地对具体题目进行观察，想方设法通过调整项的位置和添括号等变形技巧，把式子凑成公式的“模型”，然后就可以应用公式进行计算了.

14. D

【分析】 先对 $(a^2+1)(b^2+1)=3(2ab-1)$ 进行变形，可以解出 a, b 的关系，然后在 $b\left(\frac{1}{a}-a\right)$ 进行因式分解即可.

【详解】 $\because (a^2+1)(b^2+1)=3(2ab-1)$,

$$\therefore a^2b^2+a^2+b^2+1=6ab-3,$$

$$a^2+b^2-2ab+a^2b^2-4ab+4=0,$$

$$(a-b)^2+(ab-2)^2=0,$$

$$\therefore a=b, \quad ab=2,$$

$$\therefore b\left(\frac{1}{a}-a\right)=\frac{b}{a}-ab=1-2=-1$$

故选：D.

【点睛】本题主要考查了因式分解的应用，在解题时要注意符号变换，同时掌握正确的运算是解答本题的关键.

15. (1) $(x-y)(x+1)(x-1)$;

(2) 1.

【分析】(1) 根据提公因式法和公式法可以将式子因式分解；

(2) 根据完全平方公式解答即可.

(1)

解： $x^2(x-y)+(y-x)$

$$= (x-y)(x^2-1)$$

$$= (x-y)(x+1)(x-1);$$

(2)

解： $2022^2-2022\times 4042+2021^2$

$$=2022^2-2\times 2022\times 2021+2021^2$$

$$= (2022-2021)^2$$

$$=1^2$$

$$=1.$$

【点睛】本题考查因式分解、完全平方公式的简便运算，解答本题的关键是掌握完全平方公式的结构特征.

16. B

【分析】根据 $x^2+mx+16=(x-4)^2=x^2-8x+16$ ，即可得出 $m=-8$.

【详解】解： \because 分解因式 $x^2+mx+16$ 的结果为 $(x-4)^2$,

$$\therefore x^2+mx+16=(x-4)^2=x^2-8x+16,$$

$\therefore m=-8$ ，故 B 正确.

故选：B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/787060022130006100>