

2023-2024 学年广西宾阳县宾阳中学高三 5 月模拟（三模）数学试题文试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 根据最小二乘法由一组样本点 (x_i, y_i) (其中 $i=1, 2, \dots, 300$)，求得的回归方程是 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，则下列说法正确的是()

- A. 至少有一个样本点落在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上
- B. 若所有样本点都在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上，则变量间的相关系数为 1
- C. 对所有的解释变量 x_i ($i=1, 2, \dots, 300$)， $\hat{b}x_i + \hat{a}$ 的值一定与 y_i 有误差
- D. 若回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率 $\hat{b} > 0$ ，则变量 x 与 y 正相关

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x, & x > 0 \\ a \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若关于 x 的方程 $f[f(x)] = 0$ 有且只有一个实数根，则实数 a 的取值范围是()

- A. $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$
- C. $(-\infty, 0)$ D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

3. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \leq 1 \\ 2x+y \geq -1 \\ x-y \leq 0 \end{cases}$ ，若 $z = -3x + 2y$ 的最大值为 n ，则 $\left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中 x^2 项的系数为()

- A. 60 B. 80 C. 90 D. 120

4. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$ ， $N = \{x | y = \sqrt{x-a}\}$ 若 $M \cap N = M$ ，则实数 a 的取值范围为()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

5. 我国宋代数学家秦九韶（1202-1261）在《数书九章》（1247）一书中提出“三斜求积术”，即：以少广求之，以小斜幂并大斜幂减中斜幂，余半之，自乘于上；以小斜幂乘大斜幂减上，余四约之，为实；一为从隅，开平方得积. 其实

质是根据三角形的三边长 a, b, c 求三角形面积 S ，即 $S = \sqrt{\frac{1}{4}[a^2c^2 - (\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2})^2]}$. 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{\sqrt{11}}{2}$ ，

$a = \sqrt{3}$ ， $b = 2$ ，则 $\sin A$ 等于()

- A. $\frac{\sqrt{55}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{55}}{10}$ 或 $\frac{\sqrt{11}}{6}$ D. $\frac{11}{20}$ 或 $\frac{11}{36}$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n + 2$ ，将这个数列中的项摆放成如图所示的数阵. 记 b_n 为数阵从左至右的 n 列，

从上到下的 n 行共 n^2 个数的和，则数列 $\left\{\frac{n}{b_n}\right\}$ 的前 2020 项和为 ()

$$\begin{array}{cccccc} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_{n+1} \\ a_3 & a_4 & a_5 & \cdots & a_{n+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n & a_{n+1} & a_{n+2} & \cdots & a_{2n-1} \end{array}$$

- A. $\frac{1011}{2020}$ B. $\frac{2019}{2020}$ C. $\frac{2020}{2021}$ D. $\frac{1010}{2021}$

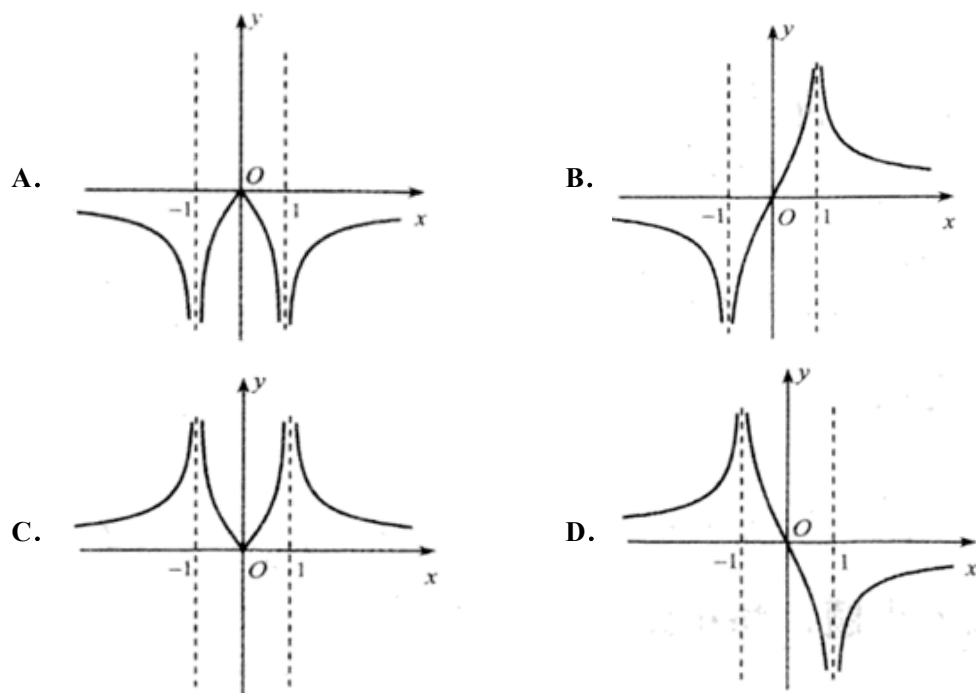
7. 已知正四面体的内切球体积为 v ，外接球的体积为 V ，则 $\frac{V}{v} =$ ()

- A. 4 B. 8 C. 9 D. 27

8. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \geq 2 \\ y-x \leq 1 \\ y+1 \geq kx \end{cases}$ ，若 $z = 2x - y$ 的最大值为 2，则实数 k 的值为 ()

- A. 1 B. $\frac{5}{3}$ C. 2 D. $\frac{7}{3}$

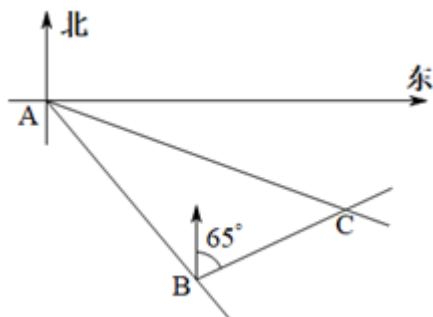
9. 函数 $f(x) = \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$ 的大致图像为 ()



10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_8 = 16$ ， $a_6 = 1$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公差为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

11. 一艘海轮从 A 处出发, 以每小时 24 海里的速度沿南偏东 40° 的方向直线航行, 30 分钟后到达 B 处, 在 C 处有一座灯塔, 海轮在 A 处观察灯塔, 其方向是南偏东 70° , 在 B 处观察灯塔, 其方向是北偏东 65° , 那么 B, C 两点间的距离是 ()



- A. $6\sqrt{2}$ 海里 B. $6\sqrt{3}$ 海里 C. $8\sqrt{2}$ 海里 D. $8\sqrt{3}$ 海里

12. 要得到函数 $y = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x$ 的图像, 只需把函数 $y = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x$ 的图像 ()

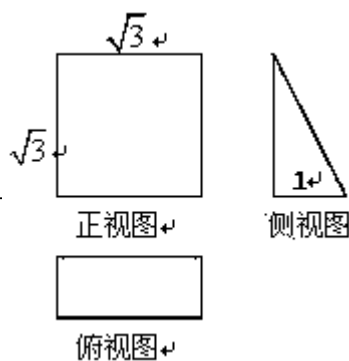
- A. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位 B. 向左平移 $\frac{7\pi}{12}$ 个单位
C. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $(2-x)^5$ 的展开式中, x^3 项的系数是_____ (用数字作答).

14. 已知集合 $A = \{2, 5\}, B = \{3, 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

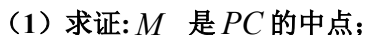
15. 一个空间几何体的三视图及部分数据如图所示, 则这个几何体的体积是_____



16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{5}{4}$, 则该双曲线的渐近线方程为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, 面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $\triangle PAD$ 是边长为 2 的等边三角形, $PC = \sqrt{13}, M$ 在 PC 上, 且 $PA \parallel$ 面 MBD .



18. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 2, 且过点 $P(2, 0)$.

(2) 设 F 为 C 的左焦点, 点 M 为直线 $x = -4$ 上任意一点, 过点 F 作 MF 的垂线交 C 于两点 A, B

(ii) 当 $\frac{|MF|}{|AB|}$ 取最小值时, 求点 M 的坐标.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的零点个数;

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

(2) 若方程 $f(x) = m$ 有两个不同实根 x_1, x_2 , 证明: $x_1 + x_2 > 2$.

(1) 求证: $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$

(2) 求证: $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} + \sqrt{c^2+a^2} \geq \sqrt{2}$.

$$\begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数}), \text{ 直线 } l \text{ 经过点 } M(-1, -3\sqrt{3}) \text{ 且倾斜角为 } \alpha.$$

- (1) 求曲线 C 的极坐标方程和直线 l 的参数方程;
- (2) 已知直线 l 与曲线 C 交于 A, B , 满足 A 为 MB 的中点, 求 $\tan \alpha$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

对每一个选项逐一分析判断得解。

【详解】

回归直线必过样本数据中心点, 但样本点可能全部不在回归直线上, 故 A 错误;

所有样本点都在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上, 则变量间的相关系数为 ± 1 , 故 B 错误;

若所有的样本点都在回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 上, 则 $\hat{b}x + \hat{a}$ 的值与 y_i 相等, 故 C 错误;

相关系数 r 与 $\hat{b}$ 符号相同, 若回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率 $\hat{b} > 0$, 则 $r > 0$, 样本点分布应从左到右是上升的, 则变量 x 与 y 正相关, 故 D 正确。

故选 D.

【点睛】

本题主要考查线性回归方程的性质, 意在考查学生对该知识的理解掌握水平和分析推理能力。

2、B

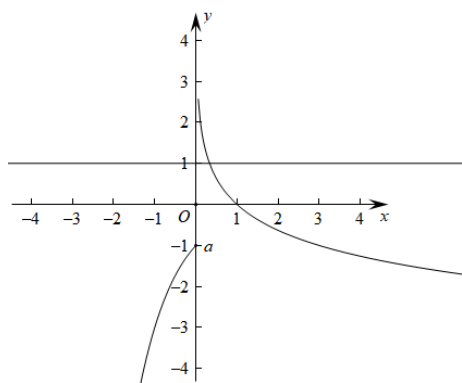
【解析】

利用换元法设 $t = f(x)$, 则等价于 $f(t) = 0$ 有且只有一个实数根, 分 $a < 0, a = 0, a > 0$ 三种情况进行讨论, 结合函数的图象, 求出 a 的取值范围。

【详解】

解: 设 $t = f(x)$, 则 $f(t) = 0$ 有且只有一个实数根。

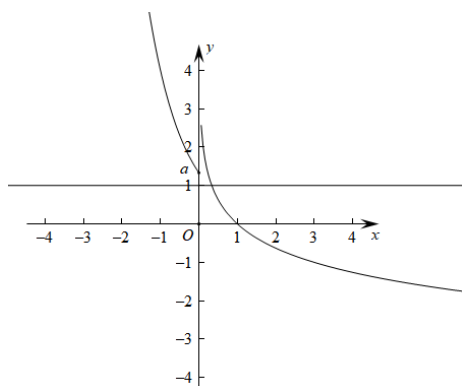
当 $a < 0$ 时, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = a \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x < 0$, 由 $f(t) = 0$ 即 $\log_{\frac{1}{3}} t = 0$, 解得 $t = 1$,



结合图象可知，此时当 $t=1$ 时，得 $f(x)=1$ ，则 $x=\frac{1}{3}$ 是唯一解，满足题意；

当 $a=0$ 时，此时当 $x \leq 0$ 时， $f(x)=a \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 0$ ，此时函数有无数个零点，不符合题意；

当 $a > 0$ 时，当 $x \leq 0$ 时， $f(x)=a \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \in [a, +\infty)$ ，此时 $f(x)$ 最小值为 a ，



结合图象可知，要使得关于 x 的方程 $f[f(x)]=0$ 有且只有一个实数根，此时 $a > 1$ 。

综上所述： $a < 0$ 或 $a > 1$ 。

故选:A.

【点睛】

本题考查了函数方程根的个数的应用.利用换元法，数形结合是解决本题的关键.

3、B

【解析】

画出可行域和目标函数，根据平移得到 $n=5$ ，再利用二项式定理计算得到答案.

【详解】

如图所示：画出可行域和目标函数，

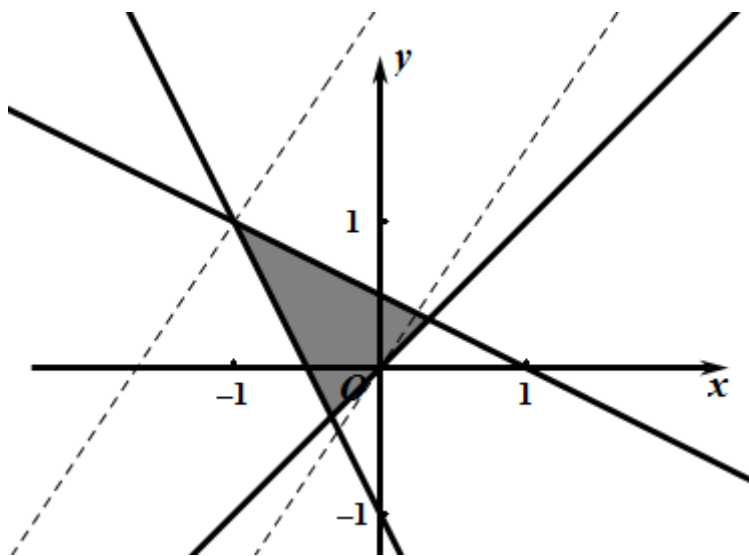
$z = -3x + 2y$ ，即 $y = \frac{3}{2}x + \frac{z}{2}$ ，故 z 表示直线与 y 截距的 2 倍，

根据图像知：当 $x = -1, y = 1$ 时， $z = -3x + 2y$ 的最大值为 5，故 $n = 5$ 。

$\left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 展开式的通项为： $T_{r+1} = C_5^r \cdot (2x)^{5-r} \left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r = C_5^r \cdot 2^{5-r} \cdot (-1)^r \cdot x^{5-\frac{3}{2}r}$ ，

取 $r = 2$ 得到 x^2 项的系数为： $C_5^2 \cdot 2^{5-2} \cdot (-1)^2 = 80$ 。

故选：B。



【点睛】

本题考查了线性规划求最值，二项式定理，意在考查学生的计算能力和综合应用能力。

4、A

【解析】

解一元二次不等式化简集合 M 的表示，求解函数 $y = \sqrt{x-a}$ 的定义域化简集合 N 的表示，根据 $M \cap N = M$ 可以得到集合 M 、 N 之间的关系，结合数轴进行求解即可。

【详解】

$$M = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\} = \{x | 1 \leq x \leq 2\}, \quad N = \{x | y = \sqrt{x-a}\} = \{x | x \geq a\}.$$

因为 $M \cap N = M$ ，所以有 $M \subseteq N$ ，因此有 $a \leq 1$ 。

故选：A

【点睛】

本题考查了已知集合运算的结果求参数取值范围问题，考查了解一元二次不等式，考查了函数的定义域，考查了数学运算能力。

5、C

【解析】

将 $S = \frac{\sqrt{11}}{2}$, $a = \sqrt{3}$, $b = 2$, 代入 $S = \sqrt{\frac{1}{4}[a^2c^2 - (\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2})^2]}$, 解得 $c^2 = 5$, $c^2 = 9$, 再分类讨论, 利用余

弦定理求 $\cos A$, 再用平方关系求解.

【详解】

已知 $S = \frac{\sqrt{11}}{2}$, $a = \sqrt{3}$, $b = 2$,

代入 $S = \sqrt{\frac{1}{4}[a^2c^2 - (\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2})^2]}$,

得 $\sqrt{\frac{1}{4}[3c^2 - (\frac{c^2 + 3 - 4}{2})^2]} = \frac{\sqrt{11}}{2}$,

即 $c^4 - 12c^2 + 45 = 0$,

解得 $c^2 = 5$, $c^2 = 9$,

当 $c^2 = 5$ 时, 由余弦定理得: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$, $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{55}}{10}$.

当 $c^2 = 9$ 时, 由余弦定理得: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{5}{6}$, $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{11}{6}$.

故选: C

【点睛】

本题主要考查余弦定理和平方关系, 还考查了对数学史的理解能力, 属于基础题.

6、D

【解析】

由题意, 设每一行的和为 c_i , 可得 $c_i = a_i + a_{i+1} + \dots + a_{n+1-i} = n(n+2i+1)$, 继而可求解

$b_n = c_1 + c_2 + \dots + c_n = 2n^2(n+1)$, 表示 $\frac{n}{b_n} = \frac{1}{2n(n+1)}$, 裂项相消即可求解.

【详解】

由题意, 设每一行的和为 c_i

故 $c_i = a_i + a_{i+1} + \dots + a_{n+1-i} = \frac{(a_i + a_{n+1-i})n}{2} = n(n+2i+1)$

因此: $b_n = c_1 + c_2 + \dots + c_n = n[(n+3) + (n+5) + \dots + (n+2n+1)] = 2n^2(n+1)$

$$\frac{n}{b_n} = \frac{1}{2n(n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$\text{故 } S_{2020} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2021} \right) = \frac{1010}{2021}$$

故选：D

【点睛】

本题考查了等差数列型数阵的求和，考查了学生综合分析，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

7、D

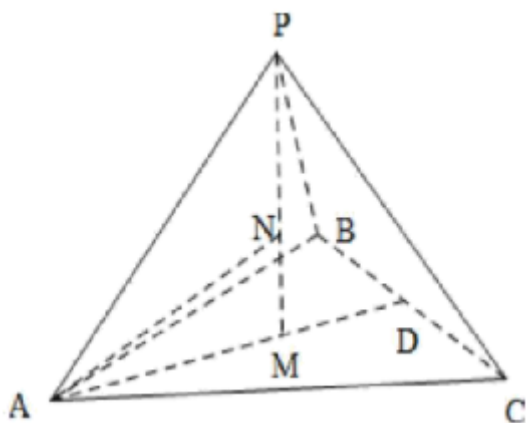
【解析】

设正四面体的棱长为1，取BC的中点为D，连接AD，作正四面体的高为PM，首先求出正四面体的体积，再利用等体法求出内切球的半径，在Rt△AMN中，根据勾股定理求出外接球的半径，利用球的体积公式即可求解.

【详解】

设正四面体的棱长为1，取BC的中点为D，连接AD，

作正四面体的高为PM，



$$\text{则 } AD = \frac{\sqrt{3}}{2}, AM = \frac{2}{3} AD = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore PM = \sqrt{PA^2 - AM^2} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{12},$$

设内切球的半径为r，内切球的球心为O，

$$\text{则 } V_{P-ABC} = 4V_{O-ABC} = 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} r,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/787063046033006161>