

2022-2023 学年山东省济南市高二（下）期末数学试卷

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \ln x - 2x$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线的斜率为 ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

2. 为弘扬中华优秀传统文化，济南市公开招募“泉润非遗”志愿者。现从所有报名的志愿者中，随机选取 300 人进行调查，其中青年人、中年人、老年人三个年龄段的比例饼状图如图 1 所示，各年龄段志愿者的性别百分比等高堆积条形图如图 2 所示，则下列关于样本数据的分析正确的是 ()

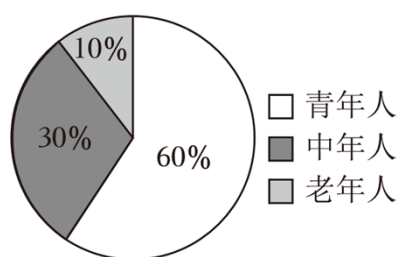


图1

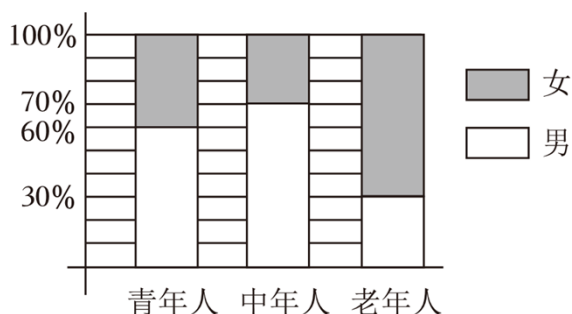


图2

- A. 老年男性志愿者人数为 90
 B. 青年女性志愿者人数为 72
 C. 老年女性志愿者人数大于中年女性志愿者人数
 D. 中年男性志愿者人数大于青年男性志愿者人数

3. 一个火车站有 8 股岔道，如果每股道只能停放 1 列火车，现要停放 4 列不同的火车，则不同的停放方法数为 ()

- A. 70 B. 256 C. 1680 D. 4096

4. 袋子里有 6 个大小相同的球，其中 2 个黑球，4 个白球，有放回的取 3 次，每次随机取 1 个，设此过程中取到黑球的次数为 ξ ，则 $P(\xi=1) = ()$

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{3}{5}$

5. 已知 $(x+m)^5 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_5(x+1)^5$ ，且 $\sum_{i=0}^5 a_i = 32$ ，则实数 $m = ()$

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数， $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，若 $f'(x) + f(x) > 0$ ， $f(1) = \frac{1}{e}$ ，则 $f(\ln x) < \frac{1}{x}$ 的解集是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(0, e)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(e, +\infty)$

7. 将三项式展开, 得到下列等式:

$$(x^2+x+1)^0=1;$$

$$(x^2+x+1)^1=x^2+x+1;$$

$$(x^2+x+1)^2=x^4+2x^3+3x^2+2x+1;$$

$$(x^2+x+1)^3=x^6+3x^5+6x^4+7x^3+6x^2+3x+1;$$

.....

观察多项式系数之间的关系, 可以仿照杨辉三角构造如图所示的广义杨辉三角:

第0行										1									
第1行										1	1	1							
第2行										1	2	3	2	1					
第3行										1	3	6	7	6	3	1			
第4行										1	4	10	16	19	16	10	4	1	

.....

若关于 x 的多项式 $(x^2+ax-3)(x^2+x+1)^5$ 的展开式中, x^8 的系数为 30, 则实数 $a=$ ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

8. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 + (e^{2x+2} - 2a)^2$, 若存在 x_0 , 使得 $f(x_0) \leq \frac{9}{5}$ 成立, 则 $\frac{x_0}{a} =$ ()

- A. 2 B. 5 C. -2 D. -5

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x - 2$, 则 ()

- A. $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增 B. $f(x)$ 有两个极值点
C. $f(x)$ 有三个零点 D. 直线 $y = -4$ 是曲线 $y = f(x)$ 的切线

10. 已知离散型随机变量 X 的分布列为

X	-1	0	1
P	$\frac{3}{8}$	$2t^2 - \frac{3}{2}t - \frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}t$

则下列说法正确的是 ()

- A. $t=1$ 或 $-\frac{1}{2}$ B. $E(X) = \frac{1}{8}$
C. $D(X) = \frac{55}{64}$ D. $D(8X+9) = 64$

11. 为调查某地区植被覆盖面积 x (单位: 公顷) 和野生动物数量 y 的关系, 某研究小组将该地区等面积划分为 200 个区块, 从中随机抽取 20 个区块, 得到样本数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 20)$, 经计算得:

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 60, \sum_{i=1}^{20} y_i = 1200, \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 80, \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 640$$

该小组利用这组数据分别建立了 y 关于 x 的线性回归方程 $l_1: \hat{y} = b_1x + \hat{a}_1$ 和 x 关于 y 的线性回归方程 $l_2: \hat{x} = b_2y + \hat{a}_2$ ，并把这两条拟合直线画在同一平面直角坐标系 xOy 下，横坐标 x ，纵坐标 y 的意义与植被覆盖面积 x 和野生动物数量 y 一致．则下列说法正确的是（ ）

附： y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = a + bx$ 中， $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ ， $r =$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}.$$

A. $\hat{b}_1 = 8$

B. $\hat{b}_1 \cdot \hat{b}_2 > 1$

C. l_1 经过点 $(3, 60)$

D. l_2 经过点 $(3, 60)$

12. 记两个函数 $f(x) = A \tan x$ ， $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ， $g(x) = x^\alpha$ 的图象的公共点个数是 $\varphi(A, \alpha)$ ，则（ ）

A. $\varphi(1, -1) = 1$ B. $\varphi(1, 1) = 1$ C. $\varphi(1, 2) = 1$ D. $\varphi(2, \frac{1}{2}) = 2$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $A_n^2 = 90$ ，则 C_{n+2}^n 的值为_____.

14. 已知随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，若 $P(X < 2) = 0.2$ ， $P(x < 3) = 0.5$ ，则 $P(X < 4)$ 的值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = x(\ln x + a)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，则 a 的最小值为_____.

16. 为研究某新型番茄品种，科学家对大量该品种果实颜色进行了统计，发现果皮为黄色的番茄约占 $\frac{3}{8}$ ．果皮为黄色的番茄中，果肉为红色的约占 $\frac{8}{15}$ ；果肉不是红色的番茄中，果皮为黄色的约占 $\frac{7}{30}$ ．根据上述数据，估计该新型番茄果肉为红色的概率值为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 2023 年 5 月 30 日，神舟十六号载人飞船发射升空，备受关注的“天宫课堂”将继续授课．为了解学生对“天宫课堂”的喜爱程度，某学校从全校学生中随机抽取 200 名学生进行问卷调查，以下是调查的部分数据：

	喜欢天宫课堂	不喜欢天宫课堂	合计
男生	75		
女生		45	
合计			200

已知从这 200 名学生中随机抽取 1 人，抽到喜欢“天宫课堂”的学生的概率为 $\frac{13}{20}$.

(1) 请将上面的 2×2 列联表补充完整；

(2) 根据以上数据，依据小概率值 $\alpha=0.010$ 的独立性检验，能否认为该校学生是否喜欢“天宫课堂”与性别有关联？

附：

α	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

参考公式： $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n=a+b+c+d$.

18. (12 分) 已知 $2C_n^1 + 2^2C_n^2 + 2^3C_n^3 + \dots + 2^nC_n^n = 728$.

(1) 求 n 的值；

(2) 求 $(x + \frac{1}{2\sqrt{x}})^n$ 的二项展开式中的常数项.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - (a+1)x + a\ln x$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得极值，求实数 a 的值；

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

20. (12 分) 某学校举办知识竞赛，规则是：比赛共三轮，每名选手只有通过上一轮才能进入下一轮，每轮比赛有两次挑战机会，若第一次挑战成功则直接进入下一轮，第一次不成功可以再挑战一次，若成功同样进入下一轮，两次均未成功，选手比赛终止. 已知每次挑战是否成功相互独立.

(1) 若选手甲第一轮每次挑战成功的概率为 $\frac{4}{5}$ ，第二轮每次挑战成功的概率为 $\frac{3}{4}$ ，求选手甲可以进入第三轮的概率；

(2) 已知共有 2000 名选手参加竞赛，竞赛采用计分制，选手得分 $X \sim N(212, \sigma^2)$ ，其中 270 分以上的选手有 46 名，学校决定对得分高的前 317 名选手进行表彰，若选手乙的得分为 231 分，问乙能否获得表彰.

附：若随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.683$ ； $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.954$ ； $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.997$.

21. (12 分) 为提高科技原创能力，抢占科技创新制高点，某企业锐意创新，开发了一款新产品，并进行大量试产.

(1) 现从试产的新产品中取出 6 件产品，其中恰有 2 件次品，但不能确定哪 2 件是次品，需对 6 件产品依次进行检验，每次检验后不放回，当能确定哪 2 件是次品时即终止检验，记终止时一共检验了 X 次，求随机变量 X 的分布列与期望；

(2) 设每件新产品为次品的概率都为 p ($0 < p < 1$)

), 且各件新产品是否为次品相互独立. 记“从试产的新产品中随机抽取 50 件, 其中恰有 2 件次品”的概率为 $f(p)$, 问 p 取何值时, $f(p)$ 最大.

22. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - 1 + ax^2$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)$ 存在唯一的极值点, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 , 求证: $x_1^2 + x_2^2 > 2(a + 1) + e$.

2022-2023 学年山东省济南市高二（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \ln x - 2x$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线的斜率为 ()

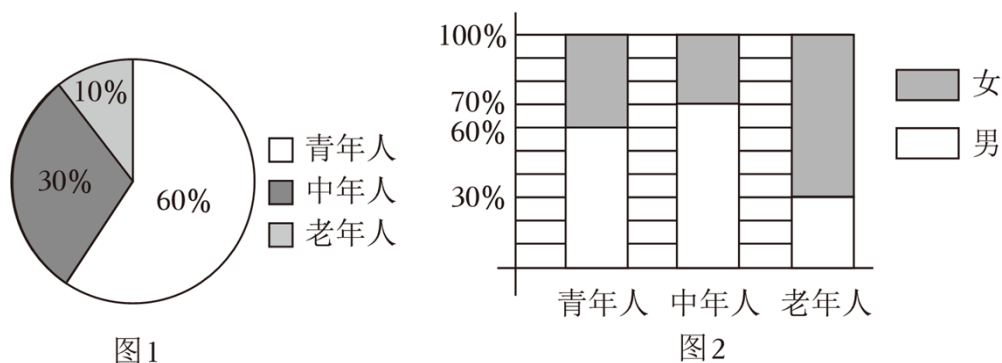
- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

解：函数 $f(x) = \ln x - 2x$ ，可得 $f'(x) = \frac{1}{x} - 2$ ，所以 $f'(1) = 1 - 2 = -1$ ，

因此曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为 -1；

故选：B.

2. 为弘扬中华优秀传统文化，济南市公开招募“泉润非遗”志愿者。现从所有报名的志愿者中，随机选取 300 人进行调查，其中青年人、中年人、老年人三个年龄段的比例饼状图如图 1 所示，各年龄段志愿者的性别百分比等高堆积条形图如图 2 所示，则下列关于样本数据的分析正确的是 ()



- A. 老年男性志愿者人数为 90
B. 青年女性志愿者人数为 72
C. 老年女性志愿者人数大于中年女性志愿者人数
D. 中年男性志愿者人数大于青年男性志愿者人数

解：根据饼状图老年志愿者占比 10%，则人数为 $10\% \times 300 = 30 < 90$ ，故 A 错，

青年志愿者占比 60%，则人数为 $300 \times 60\% = 180$ 人，而女性占比 40%，则青年女性志愿者人数为 $180 \times 40\% = 72$ ，故 B 正确；

老年女性志愿者人数为 $30 \times 70\% = 21$ 人，中年女性人数为 $300 \times 30\% \times 30\% = 27$ 人，则 C 错误；

中年男性志愿者人数为 $300 \times 30\% \times 70\% = 63$ 人，青年男性志愿者人数为 $300 \times 60\% \times 60\% = 108$ ，则 D 错误。

故选：B.

3. 一个火车站有 8 股岔道，如果每股道只能停放 1 列火车，现要停放 4 列不同的火车，则不同的停放方

法数为 ()

A. 70

B. 256

C. 1680

D. 4096

解：一个火车站有 8 股岔道，如果每股道只能停放 1 列火车，现要停放 4 列不同的火车，

则不同的停放方法数为 $A_8^4 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$.

故选：C.

4. 袋子里有 6 个大小相同的球，其中 2 个黑球，4 个白球，有放回的取 3 次，每次随机取 1 个，设此过程中取到黑球的次数为 ξ ，则 $P(\xi=1) = ()$

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{3}{5}$

解：由题意可知 $\xi=1$ 表示三次中，有且只有一次取到黑球，另外两次取到白球，

每一次取到黑球的概率为 $\frac{2}{4+2} = \frac{1}{3}$ ，则取到白球的概率为 $\frac{2}{3}$ ，

所以 $P(\xi=1) = C_3^1 \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

故选：C.

5. 已知 $(x+m)^5 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_5(x+1)^5$ ，且 $\sum_{i=0}^5 a_i = 32$ ，则实数 $m = ()$

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

解：已知 $(x+m)^5 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_5(x+1)^5$ ，且 $\sum_{i=0}^5 a_i = 32$ ，

则令 $x=0$ ，可得 $\sum_{i=0}^5 a_i = m^5 = 32$ ，解得 $m=2$.

故选：D.

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数， $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，若 $f'(x) + f(x) > 0$ ， $f(1) = \frac{1}{e}$ ，

则 $f(\ln x) < \frac{1}{x}$ 的解集是 ()

A. $(0, 1)$

B. $(0, e)$

C. $(1, +\infty)$

D. $(e, +\infty)$

解：记 $g(x) = e^x f(x)$ ，则 $g'(x) = e^x f(x) + e^x f'(x) = e^x [f'(x) + f(x)]$ ，

因为 $f'(x) + f(x) > 0$ ，所以 $g'(x) > 0$ ，所以 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

由 $f(\ln x) < \frac{1}{x}$ 知 $x > 0$ ，所以原不等式等价于 $xf(\ln x) < 1$ ，

又因为 $f(1) = \frac{1}{e}$ ，所以 $g(1) = ef(1) = 1$ ，

所以原不等式等价于 $e^{\ln x} f(\ln x) < ef(1)$ ，即 $g(\ln x) < g(1)$ ，

所以 $\ln x < 1$ ，解得 $0 < x < e$ ，即 $f(\ln x) < \frac{1}{x}$ 的解集是 $(0, e)$.

故选：B.

7. 将三项式展开, 得到下列等式:

$$(x^2+x+1)^0=1;$$

$$(x^2+x+1)^1=x^2+x+1;$$

$$(x^2+x+1)^2=x^4+2x^3+3x^2+2x+1;$$

$$(x^2+x+1)^3=x^6+3x^5+6x^4+7x^3+6x^2+3x+1;$$

.....

观察多项式系数之间的关系, 可以仿照杨辉三角构造如图所示的广义杨辉三角:

第0行					1				
第1行				1	1	1			
第2行			1	2	3	2	1		
第3行		1	3	6	7	6	3	1	
第4行	1	4	10	16	19	16	10	4	1
									

若关于 x 的多项式 $(x^2+ax-3)(x^2+x+1)^5$ 的展开式中, x^8 的系数为 30, 则实数 $a=(\quad)$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

解: 由题意可得: $(x^2+x+1)^5=x^{10}+5x^9+15x^8+30x^7+45x^6+51x^5+45x^4+30x^3+15x^2+10x+1$,

则 $(x^2+ax-3)(x^2+x+1)^5$ 的展开式中, x^8 的系数为 $1 \times 45 + a \times 30 + (-3) \times 15 = 30a$,

又 x^8 的系数为 30,

则 $30a=30$,

即 $a=1$.

故选: A.

8. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+a^2+(e^{2x+2}-2a)^2$, 若存在 x_0 , 使得 $f(x_0) \leq \frac{9}{5}$ 成立, 则 $\frac{x_0}{a}=(\quad)$

- A. 2 B. 5 C. -2 D. -5

解: 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+a^2+(e^{2x+2}-2a)^2=(x-a)^2+(e^{2x+2}-2a)^2$,

此时函数 $f(x)$ 可以看作是动点 $M(x, e^{2x+2})$ 与动点 $N(a, 2a)$ 之间距离的平方,

因为动点 M 在函数 $g(x)=e^{2x+2}$ 的图象上, 动点 N 在直线 $y=2x$ 上,

要求问题转化成求直线上的动点到曲线的最小距离,

易知 $g'(x)=2e^{2x+2}$, $y'=2$,

此时 $2e^{2x+2}=2$,

解得 $x=-1$,

则点 $(-1, 1)$ 到直线 $y=2x$ 的最小距离 $d=\frac{3}{\sqrt{5}}$,

所以 $f(x) \geq d^2 = \frac{9}{5}$,

若存在 x_0 , 使得 $f(x_0) \leq \frac{9}{5}$ 成立,

此时 $f(x_0) = \frac{9}{5}$,

即直线 MN 与直线 $y=2x$ 垂直, 点 N 恰好为垂足,

因为 $k_{MN} = \frac{2a-1}{a-(-1)} = \frac{2a-1}{a+1}$,

所以 $\frac{2a-1}{a+1} \times 2 = -1$,

解得 $a = \frac{1}{5}$,

则 $\frac{x_0}{a} = \frac{-1}{\frac{1}{5}} = -5$.

故选: D .

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x - 2$, 则 ()

A. $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增

B. $f(x)$ 有两个极值点

C. $f(x)$ 有三个零点

D. 直线 $y = -4$ 是曲线 $y = f(x)$ 的切线

解: 已知 $f(x) = x^3 - 3x - 2$, 函数定义域为 $\mathbf{R}$,

可得 $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$,

当 $x < -1$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增;

当 $-1 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减;

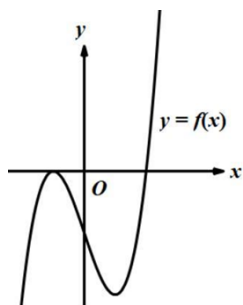
当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增,

所以当 $x = -1$ 时, 函数 $f(x)$ 取得极大值, 极大值 $f(-1) = 0$,

当 $x = 1$ 时, 函数 $f(x)$ 取得极小值, 极小值 $f(1) = -4$,

当 $x \rightarrow -\infty$ 时, $f(x) \rightarrow -\infty$; 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $f(x) \rightarrow +\infty$,

作出函数 $f(x)$ 图象如下所示:



所以函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递减, 故选项 A 错误;

函数 $f(x)$ 有两个极值点，别分为 $x = -1$, $x = 1$ ，故选项 B 正确；

函数 $f(x)$ 存在两个零点，故选项 C 错误；

不妨设切点为 $(x_0, f(x_0))$ ，

则曲线 $y = f(x)$ 在切点处的切线方程为 $y - (x_0^3 - 3x_0 - 2) = (3x_0^2 - 3)(x - x_0)$ ，

即 $y = (3x_0^2 - 3)x - 2x_0^3 - 2$ ，

若直线 $y = -4$ 是曲线 $y = f(x)$ 的切线，

$$\text{此时} \begin{cases} 3x_0^2 - 3 = 0 \\ -2x_0^3 - 2 = -4 \end{cases},$$

解得 $x_0 = 1$ ，符合题意，

则直线 $y = -4$ 是曲线 $y = f(x)$ 的切线，故选项 D 正确.

故选: BD .

10. 已知离散型随机变量 X 的分布列为

X	- 1	0	1
P	$\frac{3}{8}$	$2t^2 - \frac{3}{2}t - \frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}t$

则下列说法正确的是 ()

A. $t = 1$ 或 $-\frac{1}{2}$

B. $E(X) = \frac{1}{8}$

C. $D(X) = \frac{55}{64}$

D. $D(8X+9) = 64$

解: 根据题意, 依次分析选项:

对于 A , 由 X 的分布列, 有 $\frac{3}{8} + 2t^2 - \frac{3}{2}t - \frac{3}{8} + \frac{1}{2}t = 1$, 解可得 $t = 1$ 或 $-\frac{1}{2}$,

又由 $\begin{cases} 0 < 2t^2 - \frac{3}{2}t - \frac{3}{8} < 1 \\ 0 < \frac{1}{2}t < 1 \end{cases}$, 则 $t = 1$, A 错误;

对于 B , 由 A 的结论, $t = 1$,

则离散型随机变量 X 的分布列为

X	- 1	0	1
P	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

则 $E(X) = (-1) \times \frac{3}{8} + 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$, B 正确;

对于 C , $D(X) = (-1 - \frac{1}{8})^2 \times \frac{3}{8} + (0 - \frac{1}{8})^2 \times \frac{1}{8} + (1 - \frac{1}{8})^2 \times \frac{1}{2} = \frac{55}{64}$, C 正确;

对于 D , $D(8X+9) = 64D(X) = 55$, D 错误.

故选: BC .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/787165031200006106>