江苏省镇江市扬中市第二高级中学2023-2024学年高三下学期期初检测数学试题

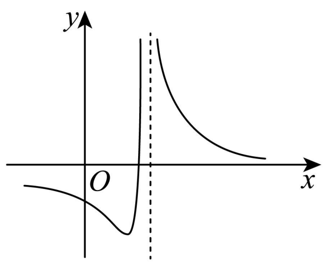
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．在复平面内，复数$z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$对应的向量为$\overrightarrow{OA}$，复数$z+1$对应的向量为$\overrightarrow{OB}$，那么向量$\overrightarrow{AB}$对应的复数是（　）

A．1　　　　B．-1　　　　C．$\sqrt{3}\mathrm{i}$　　　　D．$-\sqrt{3}\mathrm{i}$

2．函数$f(x)=\frac{ax+b}{(x+c)^2}$的图象如图所示，则（　　）



A．$a<0,b<0,c>0$　　　　B．$a>0,b<0,c>0$

C．$a>0,b>0,c<0$　　　　D．$a>0,b<0,c<0$

3．已知各顶点都在一个球面上的正三棱柱的高为2，这个球的体积为$\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$，则这个正三棱柱的体积为（　　）

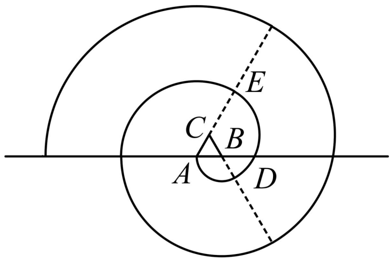
A．$4\sqrt{3}$　　　　B．$6\sqrt{3}$　　　　C．6　　　　D．4

4．已知函数$f(x)=\left(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}\right)\cdot x^3$，若$m$满足$f\left(\log_2 m\right)+f\left(\log_{0.5} m\right)<2\left(\mathrm{e}-\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$，则实数$m$的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{1}{2},2\right)$　　　　B．$(2,+\infty)$　　　　C．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　　　D．$\left(0,\frac{1}{2}\right)\cup(2,+\infty)$

5．蚊香具有悠久的历史，我国蚊香的发明与古人端午节的习俗有关.如图为某校数学社团用数学软件制作的“蚊香”. 画法如下：在水平直线上取长度为1的线段*AB*，作一个等边三角形*ABC*，然后以点*B*为圆心，*AB*为半径逆时针画圆弧交线段*CB*的延长线于点*D*（第一段圆弧），再以点*C*为圆心，*CD*为半径逆时针画圆弧交线段*AC*的延长线于点*E*，再以点*A*为圆心，*AE*为半径逆时针画圆弧……以此类推，当得到的“蚊香”恰好有11段圆弧时，“蚊香”的长度为（　）

蚊香



A．14π　　B．18π　　C．30π　　D．44π

6．在$\triangle ABC$，角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{DC},b\sin A+\sqrt{3}a\cos B=0$，且$2a+c=12$，则$BD$的最小值为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{6}$　　D．$3\sqrt{2}$

7．已知斜率为$k\left(k>0\right)$的直线过抛物线C：$y^2=4x$的焦点F且与抛物线C相交于A,B两点，过A,B分别作该抛物线准线的垂线，垂足分别为A_1，B_1，若$\triangle ABB_1$与$\triangle ABA_1$的面积之比为2，则k的值为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

8．已知函数$f\left(x\right)$的定义域为$\mathbf{R}$，且$f\left(x\right)+x^2$为奇函数，$f\left(x\right)-2x$为偶函数．令函数$g\left(x\right)=\begin{cases}f\left(x\right),x\geq 0,\\-f\left(x\right),x<0.\end{cases}$若存在唯一的整数$x_0$，使得不等式$\left[g\left(x_0\right)\right]^2+a\cdot g\left(x_0\right)<0$成立，则实数$a$的取值范围为（　）

A．$\left[-8,-3\right)\cup\left(1,3\right]$　　B．$\left[-3,-1\right)\cup\left(3,8\right]$

C．$\left[-3,0\right)\cup\left(3,8\right]$　　D．$\left[-8,-3\right)\cup\left(0,3\right]$

二、多选题

9．已知$f\left(x\right)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$，则（　）

A．函数$f\left(x\right)$的最小正周期为π

B．将函数$f\left(x\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位，所得图象关于y轴对称

C．函数$f\left(x\right)$在区间$\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right]$上单调递减

D．若$f\left(\theta\right)=\frac{1}{2}$，则$8\tan\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-\tan^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=1$

10．已知过点$\left(0,t\right)$的直线l_1与抛物线C：$x^2=4y$相交于A、B两点，直线l_2：$y=kx+4$

是线段AB的中垂线，且l_1与l_2的交点为$Q\left(m,n\right)$，则下列说法正确的是（　）

A．m为定值　　B．n为定值

C．$-\frac{\sqrt{2}}{2}<k<\frac{\sqrt{2}}{2}$且$k\neq0$　　D．$-2<t<2$

11．已知在伯努利试验中，事件A发生的概率为$p\left(0<p<1\right)$，我们称将试验进行至事件A发生r次为止，试验进行的次数X服从负二项分布，记作$X\sim NB\left(r,p\right)$，则下列说法正确的是（　）

A．若$X\sim NB\left(1,\frac{1}{2}\right)$，则$P\left(X=k\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^k$，$k=1,2,3,\cdots$

B．若$X\sim NB\left(r,p\right)$，则$P\left(X=k\right)=p^r\left(1-p\right)^{k-r}$，$k=r,r+1,r+2,\cdots$

C．若$X\sim NB\left(r,p\right)$，$Y\sim B\left(n,p\right)$，则$P\left(X\leq n\right)=P\left(Y\geq r\right)$

D．若$X\sim NB\left(r,p\right)$，则当k取不小于$\frac{r-1}{p}$的最小正整数时，$P\left(X=k\right)$最大

12．在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P在线段BD_1上运动（包括端点），下列说法正确的有（　）

A．存在点P，使得$CP\perp$平面A_1DB

B．不存在点P，使得直线C_1P与平面A_1DB所成的角为30°

C．$PC+PD$的最小值为$2\sqrt{3}$

D．以P为球心，PA为半径的球体积最小时，被正方形ADD_1A_1截得的弧长是$\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

三、填空题

13．若正数a，b满足$2+\log_2 a=3+\log_3 b=\log_6(a+b)$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=$________.

14．已知$f\left(x\right)$是定义在R上的偶函数，且在区间$\left(-\infty,0\right]$上单调递增，若实数a满足$f\left(2^{|2a-1|}\right)>f\left(-\sqrt{2}\right)$，则$a$的取值范围是______.

15．已知非零数列$\{a_n\},b_n=a_1\cdot a_2\cdot a_3\cdots a_n$，点$\left(a_n,b_n\right)$在函数$y=\frac{x}{2x-2}$的图象上，则数列$\left\{\frac{a_n}{\left(b_n-1\right)\cdot 2^n}\right\}$的前2024项和为_________.

16．已知点$P\left(x_0,\mathrm{e}^{x_0}\right)$是函数$y=\mathrm{e}^x$图像上任意一点，点$Q$是曲线$\left(x-\mathrm{e}^4-2\right)^2+y^2=1$上一

点，则 P 、 Q 两点之间距离的最小值是______.

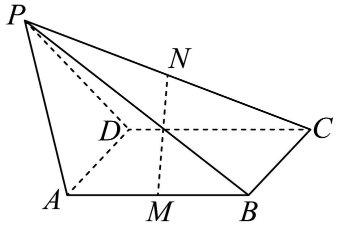
四、解答题

17．在 $\triangle ABC$ 中，角 A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{7}}{4}\left(a^2+b^2-c^2\right)$.

(1)求 $\sin C$ ；

(2)若 $\sin\left(B-A\right)=\frac{3\sqrt{7}}{32}$ ，求 $\tan A$.

18．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$PA=AD, PD=2\sqrt{3}$ ，M 是 AB 的中点， N 是线段 PC 上一点，且 $MN//$ 平面 PAD ， $MN\perp PC$.



(1)求证： $CD\perp$ 平面 PAD ；

(2)求平面 MNC 和平面 PBD 所成的二面角的正弦值.

19．已知正项数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2=8$ ，点 $\left(a_{n+1},a_n^2+2a_n\right)$ 在直线 $y=x$ 上， $b_n=\lg\left(a_n+1\right)$ ，其中 $n\in\mathbf{N}^*$.

(1)证明：数列 $\{b_n\}$ 为等比数列；

(2)设 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，求 S_n ；

(3)记 $c_n=\frac{2\left(a_n+1\right)}{a_n\left(a_n+2\right)}$ ，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，试探究是否存在非零常数 λ 和 μ ，使得 $T_n+\frac{1}{\lambda 10^{S_n}+\mu}$ 为定值?若存在，求出 λ 和 μ 的值；若不存在，请说明理由.

20．为考察药物 M 对预防疾病 A 以及药物 N 对治疗疾病 A 的效果，科研团队进行了大量动物对照试验．根据100个简单随机样本的数据，得到如下列联表：（单位：只）

药物 M	疾病A		
	未患病	患病	合计
未服用	30	15	45
服用	45	10	55

合计	75	25	100

(1)依据$\alpha=0.1$的独立性检验，分析药物M对预防疾病A的有效性；

(2)用频率估计概率，现从患病的动物中用随机抽样的方法每次选取1只，用药物N进行治疗．已知药物N的治愈率如下：对未服用过药物M的动物治愈率为$\frac{1}{2}$，对服用过药物M的动物治愈率为$\frac{3}{4}$．若共选取3次，每次选取的结果是相互独立的．记选取的3只动物中被治愈的动物个数为X，求X的分布列和数学期望．

附：$\chi^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$，$n=a+b+c+d$．

α	0.100	0.050	0.010	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	10.828

21．已知平面上动点E到点$A\left(1,0\right)$与到圆$B:x^2+y^2+2x-15=0$的圆心B的距离之和等于该圆的半径.

(1)求点E的轨迹方程；

(2)已知M,N两点的坐标分别为$\left(-2,0\right),\left(2,0\right)$，过点A的直线与（1）中点$E$的轨迹交于$C,D$两点（$C,D$与$M,N$不重合）.证明：直线$MC$与$ND$的交点的横坐标是定值.

22．设函数$f(x)=\ln x,g(x)=x^2+a$

(1)若函数$y=f(x)$与$y=g(x)$的图象存在公切线，求a的取值范围

(2)若函数$F(x)=f(x)-g(x)$有两个零点$x_1,x_2(x_1<x_2)$，求证：$x_1+x_2>\sqrt{2}$.

参考答案：

1．A

【分析】根据复数的几何意义判断即可.

【详解】由题意得$A\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$B\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\overrightarrow{AB}=(1,0)$，

则$\overrightarrow{AB}$对应复数1.

故选：A.

2．D

【分析】由函数的定义域可判断c的符号，分别令$x=0, y=0$可判断a,b的符号.

【详解】由$x+c\neq 0$，得$x\neq -c$，所以$f(x)$的定义域为$(-\infty,-c)\cup(-c,+\infty)$，

由图可知$-c>0$，得$c<0$，

令$f(x)=0$，则$ax+b=0$，得$x=-\frac{b}{a}$，

由图可知$x=-\frac{b}{a}>0$，得$\frac{b}{a}<0$，

令$x=0$，得$y=\frac{b}{c^2}$，由图可知$\frac{b}{c^2}<0$，得$b<0$，

所以$a>0$，

综上，$a>0$，$b<0$，$c<0$，

故选：D

3．B

【分析】先根据外接球体积得到外接球半径，进而得到底面正三角形的外接圆半径为r，利用柱体体积公式求出答案.

【详解】设球的半径为R，则$\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi=\frac{4}{3}\pi R^3\Rightarrow R=\sqrt{5}$，

又正三棱柱的高为$h=2$，

设底面正三角形的外接圆半径为r，

$\therefore\left(\frac{h}{2}\right)^2+r^2=R^2$，故$1+r^2=5$，解得$r=2$，

由正弦定理得底面等边三角形的边长为$a=2r\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$，

则这个正三棱柱的体积为$\frac{1}{2}a^2\times\sin 60^\circ\cdot h=\frac{1}{2}\times\left(2\sqrt{3}\right)^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=6\sqrt{3}$.

故选：B.

4．A

【分析】根据题意，由奇偶性的定义可得$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数，然后求导得$f'(x)$，即可判断$f(x)$在$(0,+\infty)$上的单调性，再将不等式化简求解，即可得到结果.

【详解】因为函数$f(x)=\left(e^{x}-e^{-x}\right)\cdot x^{3}$定义域为$\mathbf{R}$关于原点对称，

且$f(-x)=\left(e^{-x}-e^{x}\right)\cdot(-x)^{3}=\left(e^{x}-e^{-x}\right)\cdot x^{3}=f(x)$，

所以$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数，

又$f'(x)=\left(e^{x}+e^{-x}\right)\cdot x^{3}+3x^{2}\cdot\left(e^{x}-e^{-x}\right)$，

当$x>0$时，$e^{x}>1,0<e^{-x}<1$，则$f¢(x)>0$，所以$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递增，

又$\log_{0.5}m=-\log_{2}m$，则$f\left(\log_{0.5}m\right)=f\left(-\log_{2}m\right)=f\left(\log_{2}m\right)$，

且$f(1)=e-\dfrac{1}{e}$，则不等式$f\left(\log_{2}m\right)+f\left(\log_{0.5}m\right)<2\left(e-\dfrac{1}{e}\right)$可化为

$2f\left(\log_{2}m\right)<2f(1)$，即$f\left(\log_{2}m\right)<f(1)$，

且$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数，$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递增，

则$\left|\log_{2}m\right|<1$，即$-1<\log_{2}m<1$，即$\log_{2}\dfrac{1}{2}<\log_{2}m<\log_{2}2$，

所以$\dfrac{1}{2}<m<2$，即实数m的取值范围是$\left(\dfrac{1}{2},2\right)$.

故选：A

5．D

【分析】确定每段圆弧的中心角是$\dfrac{2\pi}{3}$，第n段圆弧的半径为n，由弧长公式求得弧长，然后由等差数列前n项和公式计算.

【详解】由题意每段圆弧的中心角都是$\dfrac{2\pi}{3}$，第n段圆弧的半径为n，弧长记为a_{n}，

则$a_{n}=\dfrac{2\pi}{3}\cdot n$，

所以$S_{11}=\dfrac{2\pi}{3}(1+2+\cdots+11)=44\pi$.

故选：D.

6．B

【分析】已知 $b\sin A+\sqrt{3}a\cos B=0$，由正弦定理边化角，化简可得 $B=\frac{2\pi}{3}$，设 $CD=m,BD=n$，在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CDB$ 中，由余弦定理可得 $3n^2=4(a-3)^2+12$，可求 BD 的最小值.

【详解】由 $b\sin A+\sqrt{3}a\cos B=0$ 及正弦定理可得 $\sin B\sin A+\sqrt{3}\sin A\cos B=0$，

由 $A\in(0,\pi)$，$\sin A>0$ 可得 $tanB=-\sqrt{3}$，故 $B=\frac{2\pi}{3}$.

通解 设 $CD=m,BD=n$，由 $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{DC}$ 可得 $AD=2m$，

由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos\angle ABC=a^2+c^2+ac$，又 $2a+c=12$，

所以 $9m^2=a^2+(12-2a)^2+a(12-2a)$，得 $3m^2=a^2-12a+48$.

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CDB$ 中，由余弦定理得 $\cos\angle ADB=\frac{4m^2+n^2-c^2}{4mn}$，$\cos\angle CDB=\frac{m^2+n^2-a^2}{2mn}$，

由 $\angle ADB+\angle CDB=\pi$ 可得 $\frac{4m^2+n^2-c^2}{4mn}=-\frac{m^2+n^2-a^2}{2mn}$，

故 $3n^2=-6m^2+2a^2+c^2=-2\left(a^2-12a+48\right)+2a^2+(12-2a)^2=4(a-3)^2+12$，

当 $a=3$ 时，$3n^2$ 取得最小值 12，即 $3n^2\ge12$，得 $n\ge2$，故 BD 的最小值为 2.

优解 由题意知 $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，

两边同时平方得

$\overrightarrow{BD}^2=\frac{1}{9}\overrightarrow{BA}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\frac{4}{9}\overrightarrow{BC}^2=\frac{1}{9}c^2-\frac{2}{9}ac+\frac{4}{9}a^2\ge2\sqrt{\frac{1}{9}c^2\times\frac{4}{9}a^2}-\frac{2}{9}ac=\frac{2}{9}ac$，

又 $2a+c=12$，所以当且仅当 $c^2=4a^2$，即 $a=3,c=6$ 时取等号，

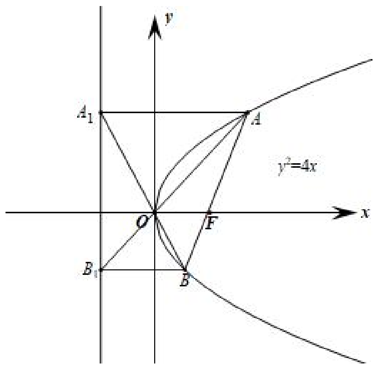
则 $\overrightarrow{BD}^2\ge\frac{2}{9}ac=\frac{1}{9}\times2a\times c=\frac{1}{9}\times6\times6=4$，故 BD 的最小值为 2.

故选：B

7．D

【分析】设直线 AB：$y=k(x-1)$，与椭圆方程联立，根据 $\triangle ABB_1$ 与 $\triangle ABA_1$ 的面积之比为 2，利用抛物线定义得到 $x_2+1=2(x_1+1)$，再结合韦达定理求解.

【详解】解：如图所示：



由抛物线C：$y^2=4x$，得$F(1,0)$，

设直线AB：$y=k(x-1)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases} y^2=4x, \\ y=k(x-1) \end{cases}$得$k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$，

所以$x_1x_2=1$，$x_1+x_2=\dfrac{2k^2+4}{k^2}$，

由已知和抛物线定义知：$\dfrac{S_{\triangle ABB_1}}{S_{\triangle ABA_1}}=\dfrac{\frac{1}{2}|BB_1||A_1B_1|}{\frac{1}{2}|AA_1||A_1B_1|}=\dfrac{|BB_1|}{|AA_1|}=\dfrac{|BF|}{|AF|}=2$，

则有$x_2+1=2(x_1+1)$，即$x_2=2x_1+1$，

所以$\begin{cases} x_2=2x_1+1, \\ x_1x_2=1, \\ x_1+x_2=\dfrac{2k^2+4}{k^2}, \end{cases}$

解得$x_1=\dfrac{1}{2}$，$x_2=2$，$k=2\sqrt{2}$.

故选：D

8．B

【分析】先根据函数奇偶性的定义求出函数$f(x)$的解析式，进而得到$g(x)$的解析式，根据$[g(x_0)]^2+a\cdot g(x_0)<0$，对$a$进行讨论从而求出实数$a$的取值范围.

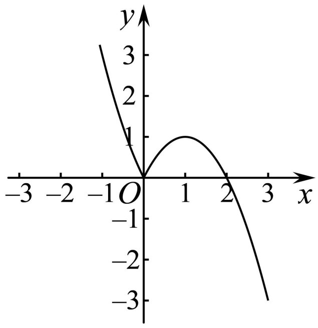
【详解】$\because$ $f(x)+x^2$为奇函数，$f(x)-2x$为偶函数,

$\therefore$ $f(-x)+(-x)^2=-f(x)-x^2$，$f(-x)+2x=f(x)-2x$，

两式相减整理得$f(x)=2x-x^2$，

$\therefore g(x)=\begin{cases}2x-x^2, x\geq 0,\\ x^2-2x, x<0.\end{cases}$

$g(x)$的图象如图所示：



$\because$存在唯一的整数x_0，使得不等式$\left[g(x_0)\right]^2+a\cdot g(x_0)<0$成立，

即存在唯一的整数x_0，使得不等式$g(x_0)\left[g(x_0)+a\right]<0$成立，

当$a=0$时，$\left[g(x_0)\right]^2<0$，显然不成立；

当$a<0$时，需满足$g(x_0)\in(0,-a)$只有一个整数解，

$\because g(1)=1$，$g(-1)=3$，则$1<-a\leq 3$，即$-3\leq a<-1$；

当$a>0$时，需满足$g(x_0)\in(-a,0)$只有一个整数解，

$\because g(2)=0$，$g(3)=-3$，$g(4)=-8$，则$-8\leq -a<-3$，即$3<a\leq 8$.

综上，实数a的取值范围为$[-3,-1)\cup(3,8]$.

故选：B.

【点睛】关键点点睛：本题解决的关键是利用方程组法求得$f(x)$，从而得到$g(x)$，再作出$g(x)$的图象，从而得解.

9．ACD

【分析】运用辅助角公式化简，得到$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，再结合正弦型图象与性质，三角函数图象的平移变换逐项判断即可.

【详解】由$f(x)=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$，得$f(x)=2\left(\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

对于A：最小正周期为$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，所以A 正确；

对于B：将函数$f\left(x\right)$的图象上所有点向右平移$\frac{\pi}{6}$，

所得图象的函数解析式为$g\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin 2x$，

而$g\left(x\right)$为奇函数，所以其图象关于原点对称，所以B 错误；

对于C：令$2k\pi+\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in \mathrm{Z}$，化简得$k\pi+\frac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{7\pi}{12}$，

当$k=0$时，$\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{7\pi}{12}$，又因为$\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right]\subseteq\left[\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right]$，

所以函数在$\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}\right]$单调递减，所以C 正确；

对于D 选项：因为$f\left(\theta\right)=\frac{1}{2}$，所以$\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{4}$，

所以$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{8}$，所以$\frac{\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{1}{8}$，

即得$\frac{\tan\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}{\tan^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+1}=\frac{1}{8}$，也就是$8\tan\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-\tan^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=1$，

所以D 正确.

故选：ACD.

10．BD

【分析】设$l_1: y=-\frac{1}{k}x+t$，联立直线方程和抛物线方程后可取Q的坐标，结合l_2的方程可得k,t的关系，化简后可判断AB 的正误，结合判别式可判断CD 的正误.

【详解】由题设可得l_1的斜率存在，而l_2的斜率存在，故l_1的斜率存在且不为零，

设$l_1: y=-\frac{1}{k}x+t$，$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，其中$k\ne 0$.

由$\begin{cases}x^2=4y\\ y=-\frac{1}{k}x+t\end{cases}$可得$x^2+\frac{4}{k}x-4t=0$，故$x_1+x_2=-\frac{4}{k}$，且$y_1+y_2=\frac{4}{k^2}+2t$，

故AB的中点为$M\left(-\frac{2}{k},\frac{2}{k^2}+t\right)$，

故直线l_2的方程为：$y-\frac{2}{k^2}-t=k\left(x+\frac{2}{k}\right)$即$y=kx+\frac{2}{k^2}+2+t$，

又直线l_2的方程$y=kx+4$，故$\frac{2}{k^2}+2+t=4$，故$\frac{2}{k^2}+t=2$，故$t=2-\frac{2}{k^2}$.

由$\begin{cases}y=kx+4\\ y=-\frac{1}{k}x+t\end{cases}$可得$\begin{cases}x_Q=\frac{k(t-4)}{k^2+1}\\ y_Q=\frac{k^2t+4}{k^2+1}\end{cases}$，故$x_Q=\frac{k\left(2-\frac{2}{k^2}-4\right)}{k^2+1}=-\frac{2}{k},y_Q=2$

故$m=-\frac{2}{k}$，$n=2$，故A错误，B正确.

又$\Delta=\frac{16}{k^2}+16t>0$，故$\frac{1}{k^2}+2-\frac{2}{k^2}>0$，故$k^2>\frac{1}{2}$，故$k<-\frac{\sqrt{2}}{2}$或$k>-\frac{\sqrt{2}}{2}$

由$t=2-\frac{2}{k^2}$可得$-2<t<2$，故C错误，D正确.

故选：BD.

11．ACD

【分析】利用负二项分布的概念可判断AB选项；利用二项分布和负二项分布的概率公式可判断C选项；分析并结合负二项分布的概率公式可判断D选项.

【详解】对于A，若$X\sim NB\left(1,\frac{1}{2}\right)$，则$P(X=k)$为$k-1$个$\frac{1}{2}$相乘再乘$\frac{1}{2}$，即$\left(\frac{1}{2}\right)^k$，

则$P(X=k)=\left(\frac{1}{2}\right)^k$，$k=1,2,3,\cdots$，故A正确，

对于B，若$X\sim NB(r,p)$，则$P(X=k)=\mathrm{C}_{k-1}^{r-1}p^{r-1}(1-p)^{k-r}\ p=\mathrm{C}_{k-1}^{r-1}p^r(1-p)^{k-r}$，

$k=r,r+1,r+2,\cdots$，故B错误，

对于C，因为从$\{1,2,\cdots,n\}$中取出$r+j(0\le j\le n-r)$个数的取法有C_n^{r+j}种，这些取法可按a_r的值分类，即$a_r=r+i(0\le i\le n-r-j)$时的取法有$\mathrm{C}_{r-1+i}^{r-1}\mathrm{C}_{n-r-i}^{i}$种，

则$\sum_{i=0}^{n-r-i}\mathrm{C}_{r-1+i}^{r-1}\cdot\mathrm{C}_{n-r-i}^{i}=\mathrm{C}_n^{r+j}$，又$X\sim NB(r,p)$，$Y\sim B(n,p)$，设$q=1-p$，

则$p+q=1$，则$P(X\le n)=\sum_{i=0}^{n-r}\mathrm{C}_{r-1}^{r-1}+ip^rq^i=\sum_{i=0}^{n-r}\mathrm{C}_{r-1}^{r-1}+p^rq^i(p+q)^{n-r-i}$，

化简得$=\sum_{i=0}^{n-r}\mathrm{C}_{r-1}^{r-1}+ip^rq^i\cdot\sum_{j=0}^{n-r-i}\mathrm{C}_{n-r-ip^j}^{j}q^{n-r-i-j}=\sum_{j=0}^{n-r-i}\sum_{i=0}^{n-r}\mathrm{C}_{r-1+i}^{r-1}\mathrm{C}_{n-r-i}^{j}p^{r+j}q^{n-r-j}$，

可得$\sum_{j=0}^{n-r}\mathrm{C}_n^{j+r}p^{r+j}q^{n-r-j}=P(Y\ge r)$，故C正确.

对于D：因为$X\sim NB(r,p),P(X=k)P(X=k)$最大，则$\begin{cases}P(X=k)\ge P(X\ge k+1)\\ P(X=k)\ge P(X\ge k-1)\end{cases}$，