2023-2024学年安徽省合肥市高三下学期考后适应性测试数学模拟试题

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知数据$4x_1+1$，$4x_2+1$，…，$4x_{10}+1$的平均数和方差分别为4，10，那么数据x_1，x_2，…，x_{10}的平均数和方差分别为（　）

A．-1，$\frac{5}{2}$　　B．1，$\frac{5}{2}$　　C．1，$\frac{3}{2}$　　D．$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{8}$

2．已知方程$\frac{y^2}{m-3}+\frac{x^2}{4-m}=1$表示焦点在$x$轴上的椭圆，则实数$m$的取值范围是（　）

A．$(3,4)$　　B．$\left(\frac{7}{2},4\right)$　　C．$(3,+\infty)$　　D．$\left(3,\frac{7}{2}\right)$

3．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_4=1,a_7+a_9=-16$，则$\frac{a_{10}+a_{12}}{a_5+a_7}=$（　）

A．-4　　B．8　　C．-16　　D．16

4．已知m,n表示两条直线，α,β,γ表示平面，下列命题中正确的有（　）

①若$\alpha\cap\gamma=m,\beta\cap\gamma=n$，且$m//n$，则$\alpha//\beta$；

②若m,n相交且都在平面α,β外，$m//\alpha,m//\beta,n//\alpha,n//\beta$，则$\alpha//\beta$；

③若$m//\alpha,m//\beta$，则$\alpha//\beta$；

④若$m//\alpha,n//\beta$，且$m//n$，则$\alpha//\beta$．

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

5．加强学生心理健康工作已经上升为国家战略，为响应国家号召，W区心理协会派遣具有社会心理工作资格的3位专家去定点帮助5名心理特异学生.若要求每名学生只需一位专家负责，每位专家至多帮助两名学生，则不同的安排方法共有（　）种

A．90　　B．125　　C．180　　D．243

6．平行四边形$ABCD$中，$AB=3$，$AD=4$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=-6$，$\overrightarrow{DM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，则$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$的值为（　）

A．10　　B．12　　C．14　　D．16

7．已知$\cos(140°-\alpha)+\sin(110°+\alpha)=\sin(130°-\alpha)$，求$\tan\alpha=$（　）

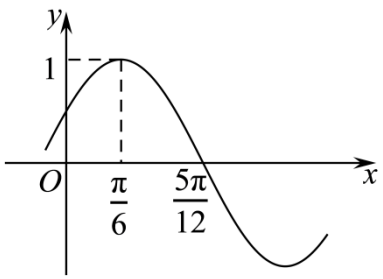
A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$-\sqrt{3}$

8．已知$a=\frac{7}{9}$，$b=0.7e^{0.1}$，$c=\cos\frac{2}{3}$，则（　）

A．$a>b>c$　　B．$b>a>c$　　C．$c>b>a$　　D．$c>a>b$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9．已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则（　）



A．$f(x)$的最小正周期为π

B．当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$f(x)$的值域为$\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

C．将函数$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度可得函数$g(x)=\sin 2x$的图象

D．将函数$f(x)$的图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍，纵坐标不变，得到的函数图象关于点$\left(\frac{5\pi}{6},0\right)$对称

10．已知复数$z=1+\mathrm{i}$，则（　）

A．$|z|=2$

B．$z\cdot\overline{z}=2$

C．$(z-1)^{2024}=-1$

D．若关于x的方程$x^2-ax+2=0(x\in\mathrm{C},\ a\in\mathrm{R})$的一个根为$z$，则$a=2$

11．设定义在 **R** 上的可导函数$f(x)$和$g(x)$满足$f'(x)=g(x)$，$g'(x)=f(x)$，$f(x)$为奇函数，且$g(0)=1$．则下列选项中正确的有（　　）

A．$g(x)$为偶函数

B．$f(x)$为周期函数

C．$g(x)$存在最大值且最大值为1

D．$g(x+y)=g(x)g(y)+f(x)f(y)$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12．已知$\alpha:\frac{2}{x+1}>1$，$\beta:m\le x\le 2$，若α是β的充分条件，则实数m的取值范围是_____．

13．在四面体$P-ABC$中，$BP\perp PC,\angle BAC=60^\circ$，若$BC=2$，则四面体$P-ABC$体积的最大值是_____，它的外接球表面积的最小值为_____．

14．设$a>0$且$a\neq 1$，若对$\forall x\in(-\infty,0)$都有$a^x+a^{\frac{1}{x}}\le\frac{2}{a}$恒成立，则实数 a 的取值范围为_____．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．已知函数$f(x)=a\ln(x+1)-x\sin x$．

(1)若$a=0$，求曲线$y=f(x)$在点$\left(\frac{\pi}{2},f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$处的切线方程；

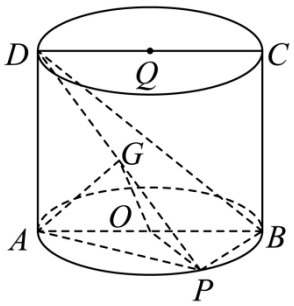
(2)若$a=1$，研究函数$f(x)$在$x\in(-1,0]$上的单调性和零点个数．

16．一个骰子各个面上分别写有数字$1,2,3,4,5,6$，现抛掷该股子 2 次，记第一次正面朝上的数字为Y_1，第二次正面朝上的数字为Y_2，记不超过$\frac{Y_1}{Y_2}$的最大整数为Y．

(1)求事件“$Y=0$”发生的概率，并判断事件“$Y_1=6$”与事件“$Y=0$”是否为互斥事件；

(2)求Y的分布列与数学期望．

17．如图，四边形$ABCD$是圆柱OQ的轴截面，圆柱OQ的侧面积为$6\sqrt{3}\pi$，点P在圆柱OQ的底面圆周上，且$\triangle OPB$是边长为$\sqrt{3}$的等边三角形，点G是DP的中点．



(1)求证：$AG\perp$平面PBD；

(2)求二面角$A-PG-O$的正弦值.

18．已知双曲线$x^2-\frac{y^2}{3}=1$与直线l：$y=kx+m$（$k\neq\pm\sqrt{3}$）有唯一的公共点P，直线l与双曲线的两条渐近线分别交于M，N两点，其中点M，P在第一象限.

(1)探求参数k，m满足的关系式；

(2)若O为坐标原点，F为双曲线的左焦点，证明.$\angle MFP=\angle NFO$

19．已知数列$A:a_1,a_2,\cdots,a_n$为有穷正整数数列.若数列A满足如下两个性质，则称数列A为m的k减数列：

①$a_1+a_2+\cdots+a_n=m$；

②对于$1\le i<j\le n$，使得$a_i>a_j$的正整数对(i,j)有k个.

(1)写出所有4的1减数列；

(2)若存在m的6减数列，证明：$m>6$；

(3)若存在2024的k减数列，求k的最大值.

1．D

【分析】利用平均数与方差的运算性质求解即可.

【详解】设数据x_1，x_2，…，x_{10}的平均数和方差分别为μ和s^2，

则数据$4x_1+1$，$4x_2+1$，…，$4x_{10}+1$的平均数为$4\times\mu+1=4$，方差为$4^2\times s^2=10$，

得$\mu=\frac{3}{4}$，$s^2=\frac{5}{8}$，

故选：D.

2．D

【分析】由椭圆方程特点可求m范围.

【详解】由题意得，$0<m-3<4-m$，解得$3<m<\frac{7}{2}$.

故选：D.

3．C

【分析】设出公比，结合两等式左边两项的内在联系,直接求得公比，再结合所求式分子分母项的内在联系,化简成公比的乘方式，直接代入即得.

【详解】设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，则$a_7+a_9=(a_2+a_4)q^5=1\times q^5=-16$，即$q^5=-16$，

$\therefore\frac{a_{10}+a_{12}}{a_5+a_7}=\frac{(a_5+a_7)q^5}{a_5+a_7}=q^5=-16$.

故选:C.

4．A

【分析】根据线面平行和面面平行逐项判断即可.

【详解】对于①，若$\alpha\cap\gamma=m,\beta\cap\gamma=n$，且$m//n$，则$\alpha//\beta$或相交，故①错误；

对于③和④，α与β也可能相交，均错误；

对于②，设m,n相交确定平面γ，根据线面平行的判定定理知$\alpha//\gamma,\beta//\gamma$，根据平行平面的传递性得知$\alpha//\beta$.

故选：A.

5．A

【分析】根据已知对五位同学分 3 组，然后全排列即可求解.

【详解】根据题意，具有社会心理工作资格的 3 位专家去定点帮助 5 名心理特异学生，

要求每名学生只需一位专家负责，每位专家至多帮助两名学生，

则把五位同学分 3 组，且三组人数为 2、2、1，然后分配给 3 位专家，

所以不同的安排方法共有 $\dfrac{C_5^2C_3^2C_1^1}{A_2^2}\cdot A_3^3=90$ 种.

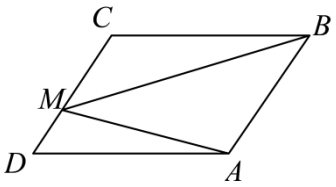
故选：A.

6．D

【分析】以 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DA}$ 作为基底，得

$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{DA}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}\right)\cdot\left(\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}\right)=\overrightarrow{DA}^2-\dfrac{2}{9}\overrightarrow{AB}^2+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DA}$，代入数值即可.

【详解】因为平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$AD=4$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=-6$，$\overrightarrow{DM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，



所以 $\overrightarrow{MA}=\left(\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DM}\right)=\overrightarrow{DA}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DA}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，

$\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}=\left(\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}\right)$，

$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{DA}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}\right)\cdot\left(\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}\right)=\overrightarrow{DA}^2-\dfrac{2}{9}\overrightarrow{AB}^2+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DA}=16-\dfrac{2}{9}\times9+\dfrac{1}{3}\times6=16$

故选：D.

7．D

【分析】利用三角函数诱导公式化简已知等式可得 $\cos\left(20°+\alpha\right)=\cos\left(40°-\alpha\right)+\cos\left(40°+\alpha\right)$，

再利用两角和差的余弦公式结合同角三角函数关系化简可得 $\tan\alpha=\dfrac{\cos20°-2\cos40°}{\sin20°}$，继而利用三角恒等变换，化简求值，即得答案.

【详解】由题意知，$\cos\left(140°-\alpha\right)+\sin\left(110°+\alpha\right)=\sin\left(130°-\alpha\right)$

即 $-\cos\left(40°+\alpha\right)+\cos\left(20°+\alpha\right)=\cos\left(40°-\alpha\right)$，

故 $\cos\left(20°+\alpha\right)=\cos\left(40°-\alpha\right)+\cos\left(40°+\alpha\right)$，

即 $\cos20°\cos\alpha-\sin20°\sin\alpha=2\cos40°\cos\alpha$，

故$\cos 20°\cos\alpha-2\cos 40°\cos\alpha=\sin 20°\sin\alpha$，

即$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\cos 20°-2\cos 40°}{\sin 20°}=\dfrac{\cos(30°-10°)-2\cos(30°+10°)}{\sin 20°}$

$=\dfrac{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 10°+\frac{3}{2}\sin 10°}{\sin 20°}=\dfrac{\sqrt{3}\sin(10°-30°)}{\sin 20°}=\dfrac{-\sqrt{3}\sin 20°}{\sin 20°}=-\sqrt{3}$，

故选：D

关键点睛：解答本题的关键在于利用三角函数诱导公式以及两角和差的公式化简得出$\tan\alpha$的表达式之后，要利用拆角的方法，继而结合三角恒等变换公式，化简求值即可.

8．D

【分析】利用常见放缩$x-1\geq\ln x$，构造函数$f(x)=1-x+\ln x$，判断出$b<a$，然后利用$\sin x<x,$构造$\sin\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{3},$从而判断$c>a$即可.

【详解】$\ln b-\ln a=0.1+\ln 0.7-\ln\dfrac{7}{9}=\dfrac{1}{10}+\ln\dfrac{9}{10}=1-\dfrac{9}{10}+\ln\dfrac{9}{10},$

令$f(x)=1-x+\ln x$，则$f'(x)=-1+\dfrac{1}{x}=\dfrac{1-x}{x}$，

当$0<x<1$时，$f'(x)>0$，所以$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，

$\therefore\ln b-\ln a=f\left(\dfrac{9}{10}\right)<f(1)=0$，

$\therefore b<a$；

$c=\cos\dfrac{2}{3}=1-2\sin^2\dfrac{1}{3}$，

易知$0<\sin\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{3},$

$\therefore c=\cos\dfrac{2}{3}=1-2\sin^2\dfrac{1}{3}>1-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$，

$\therefore c>a>b$.

故选：D.

9．AD

【分析】利用图象求函数解析式，根据解析式求函数最小正周期和区间内的值域，求出函数图象变换后的解析式，判断新图象的对称中心.

【详解】由函数图象可知，$A=1$，$f(x)$的最小正周期为$T=4\left(\dfrac{5\pi}{12}-\dfrac{\pi}{6}\right)=\pi$，A 选项正确；

$T=\pi=\dfrac{2\pi}{\omega}$，$\omega=2$，$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{6}+\varphi\right)=1$，

则$2\times\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi\left(k\in\mathrm{Z}\right)$，由$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$，得$\varphi=\frac{\pi}{6}$，

所以$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$，$\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left[-\frac{1}{2},1\right]$，$f\left(x\right)$的值域为$\left[-\frac{1}{2},1\right]$，B 选项错误；

将函数$f\left(x\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度可得函数$g\left(x\right)=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$的图象，C 选项错误；

将函数$f\left(x\right)$的图象上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍，纵坐标不变，得到的函数$h\left(x\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象，

$h\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\pi=0$，函数$h\left(x\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$的图象关于点$\left(\frac{5\pi}{6},0\right)$对称，D 选项正确.

故选：AD

10．BD

【分析】根据复数的模定义 A，根据共轭复数的性质判断 B，根据虚数单位的周期性判断 C，根据复数的乘法加法及复数相等判断 D.

【详解】复数 $z=1+\mathrm{i}$，则$\left|z\right|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，故 A 错误；

因为$z\cdot\overline{z}=\left(1+\mathrm{i}\right)\left(1-\mathrm{i}\right)=1-\left(\mathrm{i}\right)^2=1+1=2$，故 B 正确；

因为$\left(z-1\right)^{2024}=\left(1+\mathrm{i}-1\right)^{2024}=\mathrm{i}^{2024}=\left(\mathrm{i}^4\right)^{506}=1$，故 C 错误；

因为x的方程 $x^2-ax+2=0\left(x\in\mathrm{C}，a\in\mathrm{R}\right)$的一个根为 z，

所以$(1+\mathrm{i})^2-a(1+\mathrm{i})+2=2\mathrm{i}-a-a\mathrm{i}+2=2-a+\left(2-a\right)\mathrm{i}=0$，

由复数相等可知$2-a=0$，即$a=2$，故 D 正确.

故选：BD

11．AD

【分析】A 选项，$f\left(x\right)=-f\left(-x\right)$两边求导得到$f'\left(x\right)=f'\left(-x\right)$，故$g\left(-x\right)=g\left(x\right)$，故 A 正确；

B 选项，构造$F(x)=f(x)+g(x)$，求导得到$F'(x)-F(x)=0$，从而构造$G(x)=\mathrm{e}^{-x}F(x)$，求导得到$G'(x)=0$，求出$G(x)=c$，$c=1$，结合函数奇偶性和方程思想得到$f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{2}$，$x\in\mathbf{R}$，$g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{2}$，$x\in\mathbf{R}$，从而$f(x+T)\neq f(x)$，B 错误；C 选项，利用基本不等式求出$g(x)$最小值为$1$，D 选项，计算出$g(x)g(y)+f(x)f(y)=g(x+y)$.

【详解】A 选项，由$f(x)$为奇函数， 即$f(x)=-f(-x)$， 对方程两边同时求导，

根据求导法则， 得$f'(x)=-f'(-x)\cdot(-x)'=f'(-x)$， 即$g(-x)=g(x)$，

从而$g(x)$为偶函数， 所以 A 正确.

B 选项，由题意知， 构造函数$F(x)=f(x)+g(x)$，$x\in\mathbf{R}$，

根据求导法则，得 ，

即$F'(x)-F(x)=0$，

于是， 构造函数$G(x)=\mathrm{e}^{-x}F(x)$，$x\in\mathbf{R}$，根据求导法则，

得$G'(x)=\mathrm{e}^{-x}\left[F'(x)-F(x)\right]=0$.

从而$G(x)=c$，$x\in\mathbf{R}$， 即$F(x)=f(x)+g(x)=c\mathrm{e}^{x}$，$x\in\mathbf{R}$，其中$c$为待定常数.

由$f(x)$为奇函数，得$f(0)=0$. 再由$g(0)=1$，得$f(0)+g(0)=1$，

又$F(0)=f(0)+g(0)=c\mathrm{e}^{0}=c$， 即$c=1$，

从而$F(x)=f(x)+g(x)=\mathrm{e}^{x}$，$x\in R$.

另由$f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数知，

$F(-x)=f(-x)+g(-x)=-f(x)+g(x)=\mathrm{e}^{-x}$，

与$F(x)=f(x)+g(x)=\mathrm{e}^{x}$联立， 解得$f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{2}$，$x\in\mathbf{R}$，

$g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{2}$，$x\in\mathbf{R}$.

由于当$T\neq 0$时，$f(x+T)=\dfrac{\mathrm{e}^{x+T}-\mathrm{e}^{-x-T}}{2}\neq f(x)$，

故$f(x)$不是周期函数，所以 B 不正确；

C 选项，由基本不等式知，$g(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}\geq\dfrac{2\sqrt{e^{x}\cdot e^{-x}}}{2}=1$，

其中当且仅当$x=0$时等号成立，即$g(x)$存在最小值且最小值为1，所以 C 不正确；

D 选项，$g(x)g(y)+f(x)f(y)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}\cdot\dfrac{e^{y}+e^{-y}}{2}+\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}\cdot\dfrac{e^{y}-e^{-y}}{2}$

$=\dfrac{e^{x+y}+e^{x-y}+e^{y-x}+e^{-x-y}}{4}+\dfrac{e^{x+y}-e^{x-y}-e^{y-x}+e^{-x-y}}{4}=\dfrac{e^{x+y}+e^{-x-y}}{2}=g(x+y)$，

D 正确.

故选：AD

利用函数$f(x)$与导函数$f'(x)$的相关不等式构造函数，是高考常考题目，以下是构造函数的常见思路：

比如：若$f(x)+f'(x)>0$，则构造$g(x)=e^{x}\cdot f(x)$，

若$f(x)-f'(x)>0$，则构造$g(x)=\dfrac{f(x)}{e^{x}}$，

若$f(x)+xf'(x)>0$，则构造$g(x)=xf(x)$，

若$f(x)-xf'(x)>0$，则构造$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

12．$\{m\mid m\leq-1\}$

【分析】根据分式不等式可得$\alpha:-1<x<1$，由题意分析可知$\{x\mid-1<x<1\}$是$\{x\mid m\leq x\leq 2\}$的子集，根据子集关系列式求解即可.

【详解】由$\dfrac{2}{x+1}>1$可得$\dfrac{1-x}{x+1}>0$，则$(1-x)(1+x)>0$，解得$-1<x<1$，

即$\alpha:-1<x<1$，

若α是β的充分条件，则$\{x\mid-1<x<1\}$是$\{x\mid m\leq x\leq 2\}$的子集，

可得$m\leq-1$，所以实数m的取值范围是$\{m\mid m\leq-1\}$.

故答案为.$\{m\mid m\leq-1\}$

13．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　$\dfrac{16\pi}{3}$

【分析】根据余弦定理以及不等式可得$AB\cdot AC\leq 4$，进而可求解面积的最大值，进而根据

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/788040006104006044