第二章　§2.2　平面向量的线性运算

2.2.1　向量加法运算及其几何意义

学习目标

1.理解并掌握向量加法的概念，了解向量加法的物理意义及其几何意义.

2.掌握向量加法的三角形法则和平行四边形法则，并能熟练地运用这两个法则作两个向量的加法运算.

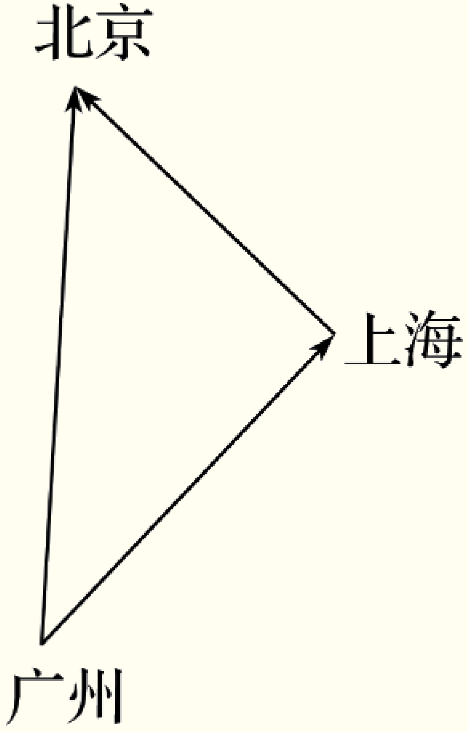
3.了解向量加法的交换律和结合律，并能依据几何意义作图解释向量加法运算律的合理性.

问题导学

知识点一　向量加法的定义及其运算法则

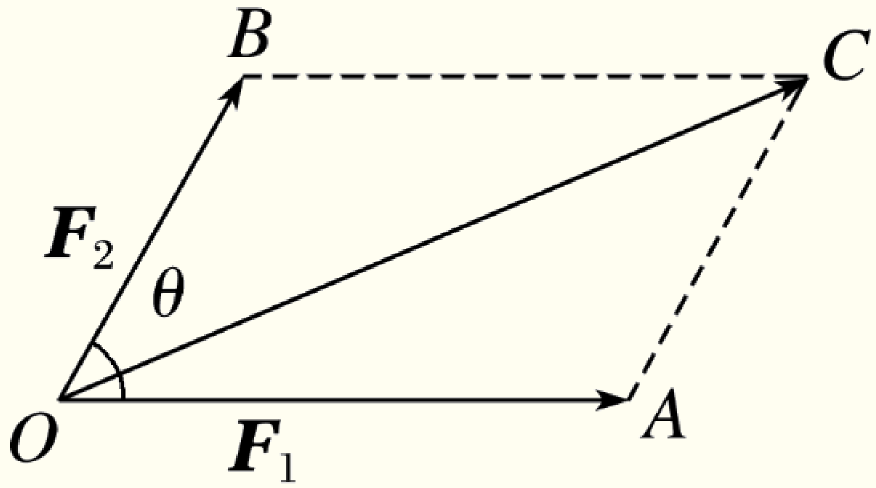
分析下列实例：(1)飞机从广州飞往上海，再从上海飞往北京(如图)

，



这两次位移的结果与飞机从广州直接飞往北京的位移是相同的.

(2)有两条拖轮牵引一艘轮船，它们的牵引力分别是$\boldsymbol{F}_1$＝3 000 N，$\boldsymbol{F}_2$＝2 000 N，牵引绳之间的夹角为θ＝60°(如图)，如果只用一条拖轮来牵引，也能产生跟原来相同的效果.



思考1

从物理学的角度，上面实例中位移、牵引力说明了什么？体现了向量的什么运算？

答案 后面的一次位移叫做前面两次位移的合位移，四边形 $OACB$ 的对角线$\overrightarrow{OC}$ 表示的力是$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$表示的力的合力.体现了向量的加法运算.

答案

思考2

上述实例中位移的和运算、力的和运算分别用什么法则？

答案　三角形法则和平行四边形法则.

答案

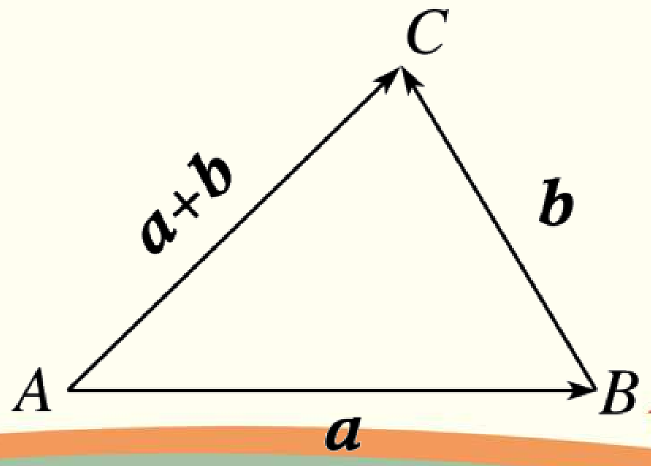
梳理

(1)向量加法的定义

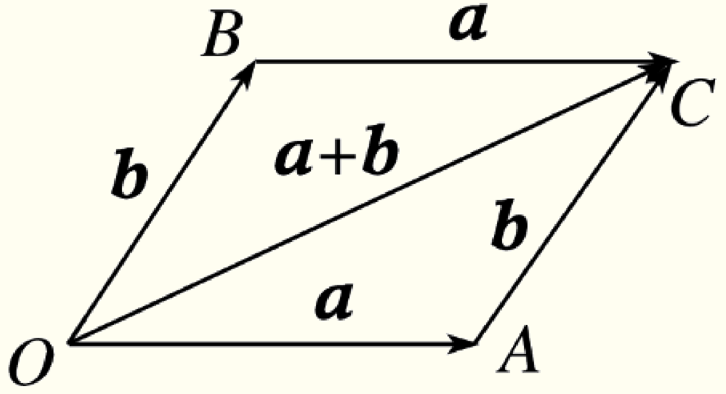
求＿两个向量和＿的运算，叫做向量的加法.

对对答案吧

(2)向量求和的法则

向量求和的法则	三角形法则	已知非零向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在平面上任取一点A，作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量<u>$\overrightarrow{AC}$</u>叫做$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的和，记作<u>$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$</u>，即$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=$<u>$\overrightarrow{AC}$</u>. 这种求向量和的方法，称为向量加法的<u>三角形</u>法则. 对于零向量与任一向量$\boldsymbol{a}$的和有$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=$<u>$\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}$</u>$=$<u>$\boldsymbol{a}$</u> 

对对答案吧

向量求和的法则	平行四边形法则	以同一点O为起点的两个已知向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$为邻边作▱$OACB$，则以O为起点的对角线就是$\overrightarrow{OC}$ $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的和.把这种作两个向量和的方法叫做向量加法的______平行四边形法则 

向量加法的三角形法则和平行四边形法则实际上就是向量加法的几何意义.

对对答案吧

思考1

实数加法有哪些运算律?

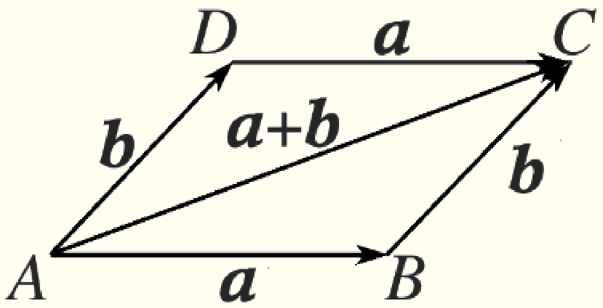
答案　交换律和结合律.

答案

思考2

根据图中的平行四边形$ABCD$，验证向量加法是否满足交换律.

(注：$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$)



答案　$\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$，$\therefore \overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

$\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$，$\therefore \overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$.

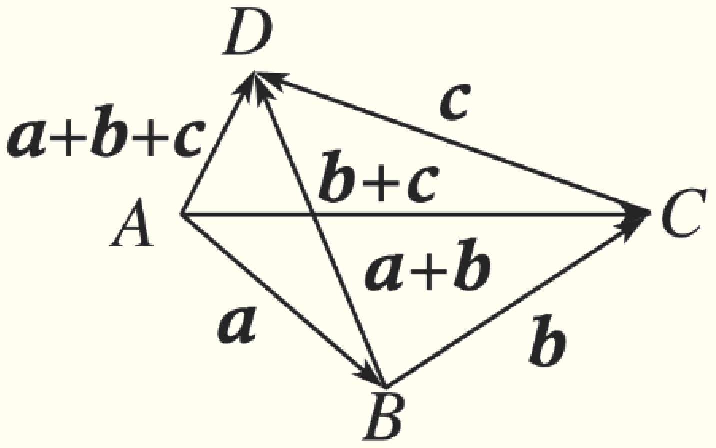
$\therefore \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$.

答案

思考3

根据图中的四边形$ABCD$，验证向量加法是否满足结合律.

(注：$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{c}$)



答案 $\because\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$

$=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CD}$，$\therefore\overrightarrow{AD}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}$，

又$\because\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})$，

$\therefore\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$，$\therefore(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

答案

梳理

向量加法的运算律

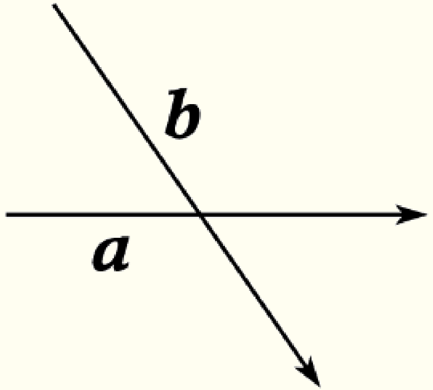
交换律	$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\underline{\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}}$
结合律	$(\underline{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\underline{\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}})$

对对答案吧

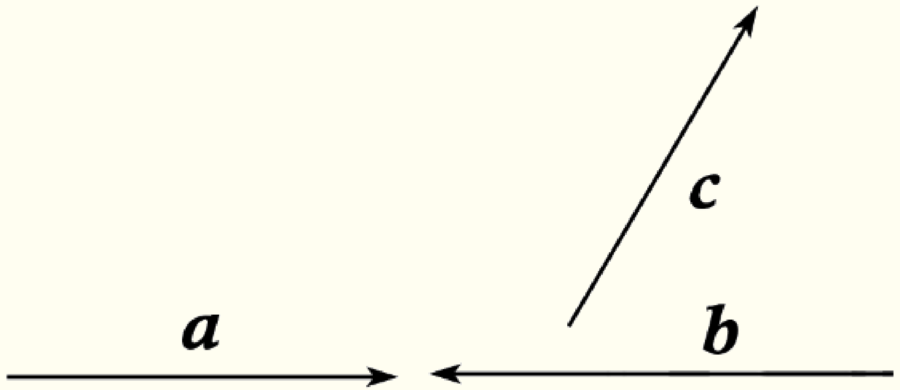
题型探究

类型一　向量加法的三角形法则和平行四边形法则

例1　如图(1)(2)，已知向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，求作向量$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$和$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$.



(1)



(2)

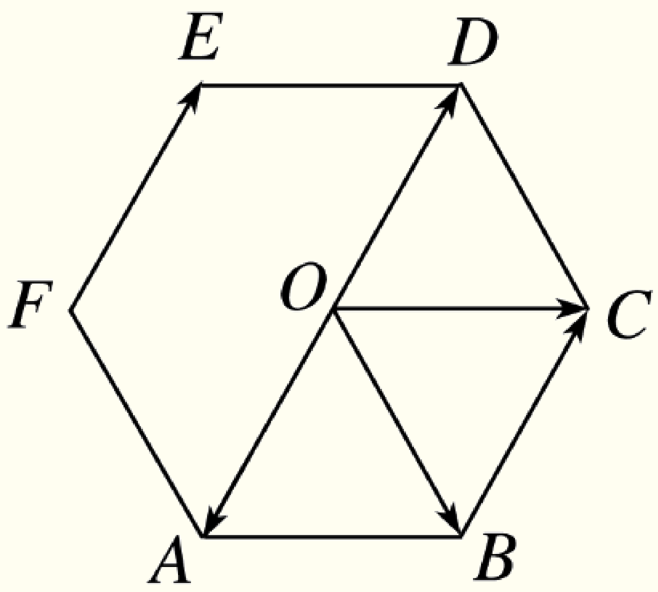
解答

向量加法的平行四边形法则和三角形法则的区别和联系.

区别：(1)三角形法则中强调“首尾相接”，平行四边形法则中强调的是“共起点”；(2)三角形法则适用于任意两个非零向量求和，而平行四边形法则仅适用于不共线的两个向量求和.

联系：(1)当两个向量不共线时，向量加法的三角形法则和平行四边形法则是统一的；(2)三角形法则作出的图形是平行四边形法则作出的图形的一半.

跟踪训练1 如图所示，O为正六边形$ABCDEF$的中心，化简下列向量.



(1)$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=$ $\underline{\overrightarrow{OB}}$；

(2)$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{FE}=$ $\underline{\overrightarrow{AD}}$；

(3)$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{FE}=$ $\underline{\mathbf{0}}$.

答案