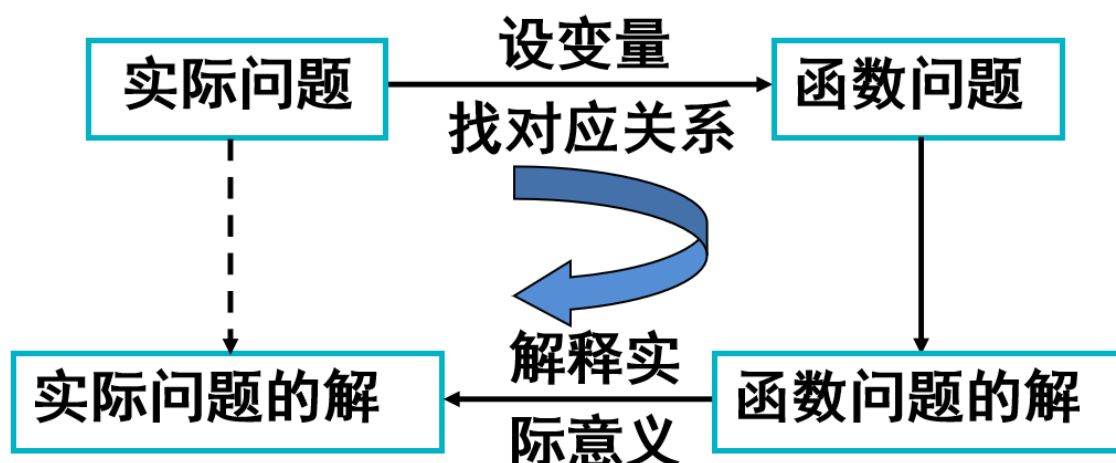


19.3 课题学习 选择方案（单元教学设计）

一、【单元目标】

1. 巩固一次函数知识，灵活运用变量关系解决相关实际问题；(重点)
2. 有机地把各种数学模型通过函数统一起来使用，提高解决实际问题的能力。(难点)

二、【单元知识结构框架】



三、【学情分析】

学生学习数学问题解决的经验相对缺乏，因此，在学习解决问题时会遇到较大困难，学生习惯于接受老师的解题分析，一旦自己独立面对陌生问题，就无从下手，学生的主要困难是:(1)不会审题，难以从整体上把握数量关系:(2)不能用适当的力法表示问题中的数量关系，因此就难以形成适当的数学模型:(3)不会进行系统的解题规划而习惯于提取直接的解题经验:(4)只要得到答案就完事，没有反思的习惯。问题解决学习活动的核心价值是通过这种高层次的数学学习活动发展数学感知、表征、抽象概括、推理计算等认知能力，发展发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力，而这些教育价值的实现，必须以独立完整地经历相关的认知活动为前提。

四、【教学设计思路/过程】

课时安排： 约 3 课时

教学重点： 巩固一次函数知识，灵活运用变量关系解决相关实际问题

教学难点： 规划解决问题思路，建立函数模型。

五、【教学问题诊断分析】

一、情境导入

某校打算组织八年级师生进行春游，负责组织春游的老师了解到本地有甲乙两家旅行社满足要求，针对团体出游，两家旅行社的优惠方案各不相同，甲旅行社表示可在原价基础上打八折优惠，乙旅行社则推出学生半价，教师九折的优惠，经统计得知有 300 名学生和 24 名老师将参加此次春游，你能帮忙分析出如何选择旅行社更划算吗？

二、合作探究

探究点：运用一次函数解决方案选择性问题

【类型一】 利用一次函数解决自变量是非负实数的方案选择问题

例1 小刚和他父亲一起去灯具店买灯具，灯具店老板介绍说，一种节能灯的功率是10瓦(即0.01千瓦)的，售价60元；一种白炽灯的功率是60瓦(即0.06千瓦)的，售价为3元。两种灯的照明效果是一样的。使用寿命也相同(3000小时以上)。如果当地电费为0.5元/千瓦·时，请你帮助他们选择哪种灯可以省钱？

解析：设照明时间是 x 个小时，节能灯的费用为 y_1 元，白炽灯的费用为 y_2 元。根据“费用=灯的售价+电费”，分别列出 y_1 、 y_2 与 x 的函数解析式；然后根据 $y_1=y_2$ ， $y_1>y_2$ ， $y_2>y_1$ 三种情况进行讨论即可求解。

解：设照明时间是 x 个小时，节能灯的费用为 y_1 元，白炽灯的费用为 y_2 元，由题意可知 $y_1=0.01\times 0.5x+60=0.005x+60$ ， $y_2=0.06\times 0.5x+3=0.03x+3$ 。

①当使用两灯费用相等时， $y_1=y_2$ ，即 $0.005x+60=0.03x+3$ ，解得 $x=2280$ ；

②当使用节能灯的费用大于白炽灯的费用时， $y_1>y_2$ ，即 $0.005x+60>0.03x+3$ ，解得 $x<2280$ ；

③当使用节能灯的费用小于白炽灯的费用时， $y_2>y_1$ ，即 $0.03x+3>0.005x+60$ ，解得 $x>2280$ 。

所以当照明时间小于2280小时，应买白炽灯；当照明时间大于2280小时，应买节能灯；当照明时间等于2280小时，两种灯具费用一样。本题中两种灯的照明效果是一样的。使用寿命也相同(3000小时以上)，所以买节能灯可以省钱。

方法总结：解题的关键是要分析题意，根据实际意义求解。注意要把所有的情况都考虑进去，分情况讨论问题是解决实际问题的基本能力。

【类型二】 利用一次函数解决自变量是非负整数的方案选择问题

例2 某灾情发生后，某市组织20辆汽车装运食品、药品、生活用品三种救灾物资共100吨到灾民安置点。按计划20辆汽车都要装运，每辆汽车只能装运同一种救灾物资且必须装满。根据表中提供的信息，解答下列问题：

物资种类	食品	药品	生活用品
每辆汽车运载量(吨)	6	5	4
每吨所需运费(元/吨)	120	160	100

(1)设装运食品的辆数为 x ，装运药品的辆数为 y 。求 y 与 x 的函数关系式；

(2)如果装运食品的辆数不少于5辆，装运药品的辆数不少于4辆，那么车辆的安排有几种方案？并写出每种安排方案；

(3)在(2)的条件下，若要求总运费最少，应采用哪种安排方案？并求出最少总运费。

解析：(1)装运生活用品的车辆为 $(20-x-y)$ 辆，根据三种救灾物资共100吨列出关系式；(2)根据题意求出 x 的取值范围并取整数值从而确定方案；(3)分别表示装运三种物资的费用，求出表示总运费的表达式，运用函数性质解答。

解 (1)根据题意，装运食品的辆数为 x 辆，装运药品的辆数为 y 辆，那么装运生活用品的车辆数为 $(20-x-y)$ 辆，则有 $6x+5y+4(20-x-y)=100$ ，整理得， $y=-2x+20$ ；

(2)由(1)知，装运食品，药品，生活用品三种物资的车辆数分别为 x ， $20-2x$ ， x ，由题意得 $\begin{cases} x \geq 5, \\ 20-2x \geq 4, \end{cases}$ 解得 $5 \leq x \leq 8$ 。因为 x 为整数，所以 x 的值为5，6，7，8。所以安排方案有4种：

方案一：装运食品5辆、药品10辆，生活用品5辆；

方案二：装运食品6辆、药品8辆，生活用品6辆；

方案三：装运食品 7 辆、药品 6 辆，生活用品 7 辆；

方案四：装运食品 8 辆、药品 4 辆，生活用品 8 辆；

(3) 设总运费为 W (元)，则 $W=6x \times 120 + 5(20-2x) \times 160 + 4x \times 100 = 16000 - 480x$. 因为 $k=-480 < 0$ ，所以 W 的值随 x 的增大而减小. 要使总运费最少，需 x 最大，则 $x=8$. 故选方案四， $W_{\text{最小}} = 16000 - 480 \times 8 = 12160$ (元).

答：选方案四，最少总运费为 12160 元.

方法总结：解答此类问题往往通过解不等式(组)求出自变量的取值范围，然后求出自变量取值范围内的非负整数，进而得出每种方案，最后根据一次函数的性质求出最佳方案.

【类型三】 利用一次函数、统计等知识解决最省钱、更划算、更优惠的问题

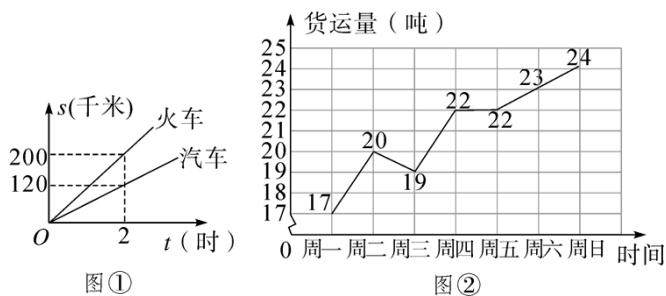
例 3 已知 A 、 B 两地的路程为 240 千米. 某经销商每天都要用汽车或火车将 x 吨保鲜品一次性由 A 地运往 B 地. 受各种因素限制，下一周只能采用汽车和火车中的一种进行运输，且须提前预订.

现有货运收费项目及收费标准表、行驶路程 s (千米)与行驶时间 t (时)的函数图象(如图①)、上周货运量折线统计图(如图②)等信息如下：

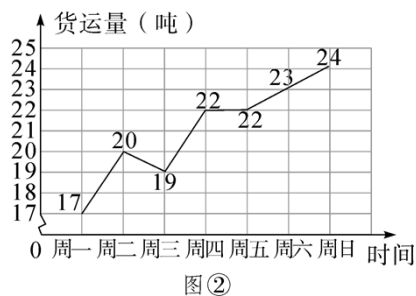
货运收费项目及收费标准表

运输工具	运输费单价： 元/(吨·千米)	冷藏单价： 元/(吨·时)	固定费用： 元/次
汽车	2	5	200
火车	1.6	5	2280

上周货运量折线统计图



图①



图②

货运收费项目及收费标准表：

(1) 汽车的速度为 _____ 千米/时，火车的速度为 _____ 千米/时；

(2) 设每天用汽车和火车运输的总费用分别为 $y_{\text{汽}}$ (元)和 $y_{\text{火}}$ (元)，分别求 $y_{\text{汽}}$ 、 $y_{\text{火}}$ 与 x 的函数关系式(不必写出 x 的取值范围)，当 x 为何值时， $y_{\text{汽}} > y_{\text{火}}$ (总费用 = 运输费 + 冷藏费 + 固定费用)；

(3) 请你从平均数、折线图走势两个角度分析，建议该经销商应提前为下周预定哪种运输工具，才能使每天的运输总费用较省？

解析：(1) 根据图①上两点的坐标分别为(2, 120)，(2, 200)，直接得出两车的速度即可；(2) 根据图表得出货运收费项目及收费标准表、行驶路程 s (千米)与行驶时间 t (时)的函数图象，得出关系式即可；(3) 根据平均数的求法以及折线图走势两个角度分析得出运输总费用较省方案.

解：(1) 60 100

(2) 根据题意得 $y_{\text{汽}} = 240 \times 2x + \frac{240}{60} \times 5x + 200 = 500x + 200$ ； $y_{\text{火}} = 240 \times 1.6x + \frac{240}{100} \times 5x + 2280 = 396x + 2280$.

若 $y_{汽} > y_{火}$, 得出 $500x + 200 > 396x + 2280$. 解得 $x > 20$, 当 $x > 20$ 时, $y_{汽} > y_{火}$;

(3) 上周货运量 $x = (17 + 20 + 19 + 22 + 22 + 23 + 24) \div 7 = 21 > 20$, 从平均数分析, 建议预定火车费用较省. 从折线图走势分析, 上周货运量周四(含周四)后大于 20 且呈上升趋势, 建议预订火车费用较省.

方法总结: 解答方案选择问题, 要注意根据具体情境适当调整方法, 如解统计有关的方案选择问题时, 要注意从统计图表中读取信息, 然后利用这些信息解决问题.

三、板书设计

1. 利用一次函数解决自变量是非负实数的方案选择问题
2. 利用一次函数解决自变量是非负整数的方案选择问题
3. 利用一次函数、统计等知识解决最省钱、更划算、更优惠的问题

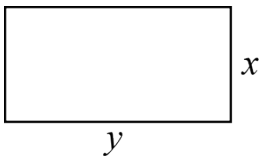
六、【教学成果自我检测】

1. 课前预习

设计意图: 落实与理解教材要求的基本教学内容.

一、单选题

1. (22-23 八年级下·山西朔州·期末) 如图, 用绳子围成周长为 10m 的矩形, 记矩形的一边长为 x m, 它的邻边长为 y m. 则 y 关于 x 的函数解析式是 ()



- A. $y = 5 - x$ B. $y = 10 - x$ C. $y = 5 + x$ D. $y = x + 10$

【答案】 A

【分析】 根据矩形的周长得出 $2(x + y) = 10$, 再移项即可得出答案.

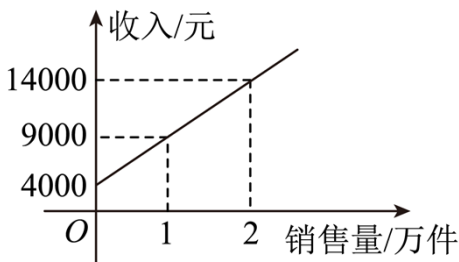
【详解】 根据题意可得 $2(x + y) = 10$

$$\therefore y = 5 - x$$

故选 A.

【点睛】 本题考查了一次函数的应用, 理清题中的数量关系式是解题的关键.

2. (22-23 八年级下·山西吕梁·阶段练习) 某公司市场营销部的个人收入与其每月的销售量成一次函数关系(如图), 由图中给出的信息可知, 营销人员月销售 3 万件的收入是 ()



- A. 17000 元 B. 18000 元 C. 19000 元 D. 20000 元

【答案】 C

【分析】 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ，由图可知，函数经过点 $(0, 4000)$ 和点 $(1, 9000)$ ，列方程组求解，即可求得函数关系式；当 $x = 3$ 时，代入函数关系式计算即可求得收入。

【详解】 设所求的函数关系式为： $y = kx + b$ ，

∵ 函数图象过 $(0, 4000)$ 和 $(1, 9000)$ 两点，

根据题意得：
$$\begin{cases} 4000 = b \\ 9000 = k + b \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} k = 5000 \\ b = 4000 \end{cases}$$

∴ 所求的函数关系式为 $y = 5000x + 4000$ 。

当 $x = 3$ 时， $y = 5000 \times 3 + 4000 = 19000$ ，

∴ 营销人员月销售 3 万件的收入是 19000 元。

故选：C。

【点睛】 本题考查了一次函数的应用，解题的关键是能够运用待定系数法准确求出一一次函数的关系式。

二、填空题

3. (23-24 八年级下·湖南长沙·阶段练习) 入选初中课本的《桃花源记》是东晋文学家陶渊明的代表作之一，诗人向大家描述了一个风景宜人的世外桃源。桃花源原型的地点与武陵源有关，而常德市在古代被称为武陵郡。常德的桃源县内有桃花源风景区，该地以美丽的自然风光和历史遗迹而文明。某校组织师生乘坐客车去桃花源开展研学旅行。已知客车开始行驶时，油箱中有油 80 升，如果每小时耗油 5.5 升，则油箱余油量 y (升) 与行驶时间 x (时) 的关系式为_____ (不用写自变量的取值范围)

【答案】 $y = 80 - 5.5x$

【分析】 本题主要考查一次函数的应用，解题的关键是理解题意；由题意可直接列出函数关系式。

【详解】 解：由题意可得：油箱余油量 y (升) 与行驶时间 x (时) 的关系式为 $y = 80 - 5.5x$ ；

故答案为 $y = 80 - 5.5x$ 。

4. (22-23 八年级下·海南儋州·期中) 一次函数 $y = 2x + b$ 的图象与 x 轴的交点 A 的坐标为 $A(-2, 0)$ ，与 y 轴的交点为 B ，在 y 轴上有一点 P ，且 $\triangle APB$ 的面积为 5，求 P 的坐标为_____。

【答案】 $(0, 9)$ 或 $(0, -1)$

【分析】 把点 $A(-2, 0)$ 代入 $y = 2x + b$ 可以解得 $b = 4$ ，得到一次函数的解析式为 $y = 2x + 4$ ，再求出与 y 轴

的交点 B 的坐标是 $(0,4)$ ，设点 P 的坐标为 $(0,m)$ ，则 $BP = |m-4|$ ，由 $\triangle APB$ 的面积为 5，点 $A(-2,0)$ 得到

$\frac{1}{2}BP \times 2 = \frac{1}{2} \times |m-4| \times 2 = 5$ ，解得 $m = 9$ 或 $m = -1$ ，即可得到 P 的坐标.

【详解】解：∵一次函数 $y = 2x + b$ 的图象与 x 轴的交点 A 的坐标为 $A(-2,0)$ ，

∴把点 $A(-2,0)$ 代入 $y = 2x + b$ 得到， $0 = 2 \times (-2) + b$ ，

解得 $b = 4$ ，

∴一次函数的解析式为 $y = 2x + 4$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = 4$ ，

∴与 y 轴的交点 B 的坐标是 $(0,4)$ ，

∵点 P 在 y 轴上，

∴可设点 P 的坐标为 $(0,m)$ ，

∴ $BP = |m-4|$ ，

∵ $\triangle APB$ 的面积为 5，点 $A(-2,0)$ ，

∴ $\frac{1}{2}BP \times 2 = \frac{1}{2} \times |m-4| \times 2 = 5$ ，

解得 $m = 9$ 或 $m = -1$ ，

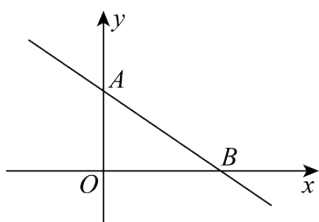
∴ P 的坐标为 $(0,9)$ 或 $(0,-1)$ ，

故答案为： $(0,9)$ 或 $(0,-1)$

【点睛】此题考查了一次函数与图形面积，求出一函数解析式是解题的关键.

5. (23-24 八年级上·江苏无锡·阶段练习) 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，直线

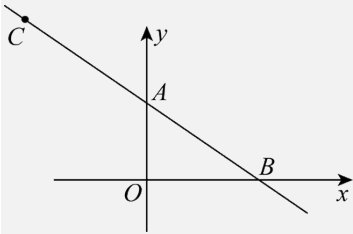
$y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 、 y 轴于点 B 、 A . 点 C 是直线 AB 上不同于点 B 的点，且 $CA = AB$. 则点 C 的坐标_____.



【答案】 $(-4,6)$

【分析】此题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征以及一次函数的图象和性质，由 $CA = AB$ 及点 C 不同于点 B ，可知点 A 是线段 BC 的中点，由点 A 、 B 的坐标即可求出点 C 的坐标。

【详解】解：如图，



直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ，当 $x = 0$ 时， $y = 3$ ；

当 $y = 0$ 时，由 $-\frac{3}{4}x + 3 = 0$ ，

解得： $x = 4$ ，

$\therefore A(0, 3)$ ， $B(4, 0)$ ；

$\because CA = AB$ ，且点 C 不同于点 B ，

\therefore 点 A 是线段 BC 的中点，即点 C 与点 B 关于点 A 对称，

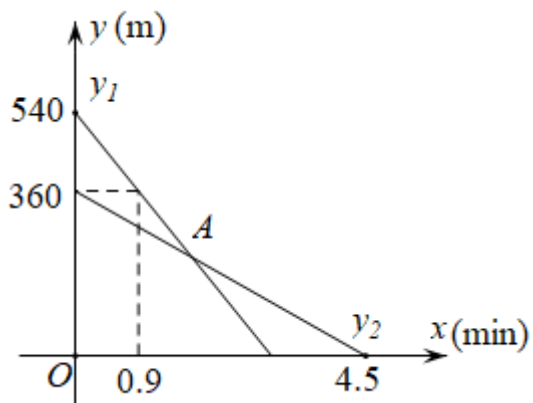
\therefore 点 C 的横坐标为 -4 ，

当 $x = -4$ 时， $y = -\frac{3}{4} \times (-4) + 3 = 6$ ，

$\therefore C(-4, 6)$ ，

故答案为： $(-4, 6)$ 。

6. (21-22 八年级上·河南新乡·期末) 小明和小亮的家分别位于新华书店的东西两边，他们相约同时出发到新华书店购买书籍，小明骑车小亮步行。小明、小亮到新华书店的距离 y_1 (m)， y_2 (m) 与时间 x (min) 之间的关系如图所示，经过_____min，他们途中到书店的距离相等。



【答案】 1.5

【分析】 分别求出函数 y_1 , y_2 的函数解析式, 然后求出它们的交点坐标即可得到答案.

【详解】 解: 设函数 $y_1 = kx + 540$, $y_2 = k_1x + 360$,

$$\therefore \begin{cases} 0.9k + 540 = 360 \\ 4.5k_1 + 360 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -200 \\ k_2 = -80 \end{cases},$$

$$\therefore y_1 = -200x + 540, \quad y_2 = -80x + 360,$$

$$\text{联立} \begin{cases} y_1 = -200x + 540 \\ y_2 = -80x + 360 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 1.5 \\ y = 240 \end{cases},$$

\therefore 经过 1.5 分钟, 他们途中到书店的距离相等,

故答案为: 1.5.

【点睛】 本题主要考查了一次函数的实际应用, 正确求出对应的函数解析式是解题的关键.

7. (22-23 八年级上·山东枣庄·期末) 和谐号动车刹车后作匀减速运动, 速度 $v(\text{km/min})$ 与刹车时间

$t(\text{min})$ 之间满足关系式 $v = -\frac{5}{4}t + 5$. 动车在匀变速直线运动中, 从开始刹车到准确停到站台, 需要 _____ min.

【答案】 4

【分析】 令 $v = 0$, 解方程即可求解.

【详解】 解: 令 $v = 0$, 则 $-\frac{5}{4}t + 5 = 0$,

解得： $t = 4$ 。

故答案为：4。

【点睛】本题考查了一次函数的应用，正确理解“从开始刹车到准确停到站台”即为速度为0是解题的关键。

8. (22-23 八年级下·广东汕头·期末) 一根蜡烛长 25cm，点燃后每小时燃烧 5cm，蜡烛燃烧时剩下的高度 h (厘米)与燃烧时间 t (小时)($0 \leq t \leq 5$)之间的关系是_____。

【答案】 $h = -5t + 25$

【分析】根据题意可得等量关系：燃烧的高度 + 剩余的高度 = 25cm，根据等量关系列出函数关系式即可。

【详解】解：由题意得： $5t + h = 25$ ，

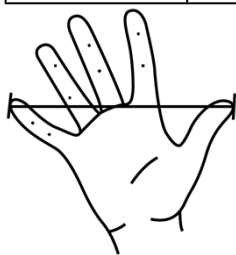
整理得： $h = -5t + 25$ ，

故答案为： $h = -5t + 25$ 。

【点睛】此题主要考查了由实际问题抽象出一次函数解析式，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系。

9. (22-23 八年级下·北京房山·期末) 如图，大拇指与小拇指尽量张开时，两指尖的距离称为指距，某项研究表明，一般情况下人的身高 y (单位：cm) 是指距 x (单位：cm) 的一次函数，现测得指距 x 与身高 y 的几组对应值：

指距 x / cm	16	18	20	22
身高 y / cm	133	151	169	187



小明的身高是 160cm，一般情况下，他的指距约是_____ cm。

【答案】19

【分析】先利用待定系数法求出一次函数解析式，再求出当 $y = 160$ 时 x 的值即可。

【详解】解：设身高 y (单位：cm) 是指距 x (单位：cm) 的一次函数解析式为 $y = kx + b$ ，当 $x = 16$ 时， $y = 133$ ，当 $x = 18$ 时， $y = 151$ ，

$$\text{则} \begin{cases} 16k + b = 133 \\ 18k + b = 151 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=9 \\ b=-11 \end{cases},$$

$$\therefore y=9x-11,$$

当 $y=160$ 时, $160=9x-11$, 解得 $x=19$,

即小明的身高是 160cm , 一般情况下, 他的指距约是 19cm ,

故答案为: 19

【点睛】 此题考查了一次函数的应用, 熟练掌握待定系数法求函数解析式是解题的关键.

10. (22-23 八年级下·辽宁葫芦岛·期末) 汽车邮箱中有汽油 30L , 如果不再加油, 那么邮箱中的油量 y (单位: L) 随行驶路程 x (单位: km) 的增加而减少, 耗油量为 $0.15\text{L}/\text{km}$. 请写出 y 与 x 的函数关系式 ($0 \leq x \leq 200$).

【答案】 $y=30-0.15x$

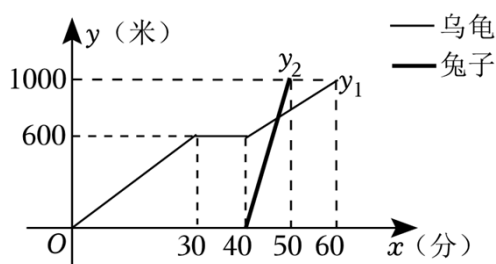
【分析】 本题考查一次函数的实际应用, 读懂题意, 根据题意求出函数关系式即可得到答案.

【详解】 解: 由题意可知 $y=30-0.15x$ ($0 \leq x \leq 200$),

故答案为: $y=30-0.15x$.

三、解答题

11. (21-22 八年级下·吉林长春·阶段练习) “龟兔首次赛跑”之后, 输了比赛的兔子没有气馁, 总结反思后, 和乌龟约定再赛一场. 图中的函数图象刻画了“龟兔再次赛跑”的故事 (x 表示时间, y_1 、 y_2 表示路程), 根据图象解答下列问题:



(1) “龟兔再次赛跑”路程为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 米;

(2) 它们两个约定先出发 $\underline{\hspace{1cm}}$ (填“兔子”和“乌龟”), 先出发 $\underline{\hspace{1cm}}$ 分钟;

(3) 乌龟跑完全程用了 $\underline{\hspace{1cm}}$ 分钟, 兔子跑完全程用了 $\underline{\hspace{1cm}}$ 分钟, 乌龟平均速度是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 米/分, 兔子平均速度是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 米/分.

【答案】 (1) 1000

(2) 乌龟, 40

(3) 60, 10, $\frac{50}{3}$, 100

【分析】(1) 根据图象直接得出结论；

(2) 根据图象直接得出结论；

(3) 根据图象直接得出乌龟和兔子所用的时间，再用路程除以时间求出所用速度。

【详解】(1) 解：由图可知，“龟兔再次赛跑”的路程为 1000 米，

故答案为：1000

(2) 由图可知，乌龟先出发，先出发 40 分钟，

故答案为：乌龟，40

(3) 乌龟用 60 分钟跑完全程，兔子用 10 分钟跑完全程，

乌龟的平均速度为 $\frac{1000}{60} = \frac{50}{3}$ (米/分)，

兔子的平均速度为 $\frac{1000}{10} = 100$ (米/分)，

故答案为：60, 10, $\frac{50}{3}$, 100

【点睛】本题考查了一次函数的应用，具备在直角坐标系中的读图能力是解题的关键。

12. (22-23 八年级下·安徽淮南·期末) 某小型企业获得授权生产甲、乙两种奥运吉祥物，生产每种吉祥物所需材料及所获利润如下表：

	A 种材料 (m ²)	B 种材料 (m ²)	所获利润 (元)
每个甲种吉祥物	0.3	0.5	10
每个乙种吉祥物	0.6	0.2	20

该企业现有 A 种材料 900m²，B 种材料 850m²，用这两种材料生产甲、乙两种吉祥物共 2000 个。设生产甲种吉祥物 x 个，生产这两种吉祥物所获总利润为 y 元。

(1) 求出 y (元) 与 x (个) 之间的函数关系式，并求出自变量 x 的取值范围；

(2) 该企业如何安排甲、乙两种吉祥物的生产数量，才能获得最大利润？最大利润是多少？

【答案】(1) $y = -10x + 40000$ ， $1000 \leq x \leq 1500$ 且 x 是整数

(2) 生产甲种吉祥物 1000 个，乙种吉祥物 1000 个，所获利润最大，最大为 30000 元

【分析】(1) 本题的等量关系是：总利润 = 生产甲吉祥物的利润 + 生产乙吉祥物的利润，可根据此得出函

数关系式，然后根据生产甲吉祥物用的A材料+生产乙吉祥物用的A材料 ≤ 900 ，生产甲吉祥物用的B材料+生产乙吉祥物用的B材料 ≤ 850 ，来列出不等式组求出自变量的取值范围；

(2) 根据(1)得出的函数关系式，以及自变量的取值范围，依据函数的性质判断出最大利润及生产方案.

【详解】 (1) 解：根据题意得 $y = 10x + 20(2000 - x)$,

$$\therefore y = -10x + 40000,$$

$$\text{由题意} \begin{cases} 0.3x + 0.6(2000 - x) \leq 900 \\ 0.5x + 0.2(2000 - x) \leq 850 \end{cases}$$

解得： $1000 \leq x \leq 1500$,

\therefore 自变量 x 的取值范围是 $1000 \leq x \leq 1500$ 且 x 是整数；

(2) 由(1) $y = -10x + 40000$,

$$\therefore k = -10 < 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

又 $\because 1000 \leq x \leq 1500$ 且 x 是整数，

\therefore 当 $x = 1000$ 时， y 有最大值，最大值是 $-10 \times 1000 + 40000 = 30000$ (元)，

\therefore 生产甲种吉祥物1000个，乙种吉祥物1000个，所获利润最大，最大为30000元.

【点睛】 本题主要考查了一次函数的应用和一元一次不等式组的应用，解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，进而找到所求的量的等量关系，准确的解不等式是需要掌握的基本计算能力，要熟练掌握利用自变量的取值范围求最值的方法.

13. (22-23 八年级下·广东佛山·阶段练习) 某校长暑假将带领该校市级“三好学生”去北京旅游，甲旅行社说：“如果校长买全票一张，则其余的学生可享受半价优惠。”乙旅行社说：“包括校长在内全部按票价的六折优惠。”若全票价为 240 元，两家旅行社的服务质量相同. 假如校长带领 x 名学生去旅游，甲、乙旅行社的收费分别为 $y_{\text{甲}}$ ， $y_{\text{乙}}$ 元.

(1) 写出 $y_{\text{甲}}$ ， $y_{\text{乙}}$ 与 x 的函数关系式.

(2) 三好学生人数在什么情况下，选择哪个旅行社合算？

【答案】 (1) $y_{\text{甲}} = 240 + 240 \times 50\% \cdot x = 120x + 240$ ， $y_{\text{乙}} = 240 \times (x+1) \times 60\% = 144x + 144$

(2) 当学生人数小于 4 人时，选择乙旅行社合算；当学生人数等于 4 人时，选择甲乙旅行社一样；当学生人数大于 4 人时，选择甲旅行社合算

【分析】 (1) 根据题意直接得出该校向甲乙两家旅行社支付的旅游费 y (元) 与“三好学生”的人数 x 人之间的关系式;

(2) 通过两家旅行社费用的比较即可得出结论.

【详解】 (1) 解: 由题意可知: $y_{\text{甲}} = 240 + 240 \times 50\% \cdot x = 120x + 240$,

$$y_{\text{乙}} = 240 \times (x+1) \times 60\% = 144x + 144;$$

(2) 解: 当 $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}$ 时,

$$120x + 240 > 144x + 144,$$

解得 $x < 4$,

\therefore 当学生人数小于 4 人时, 选择乙旅行社合算;

当 $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}$ 时,

$$120x + 240 = 144x + 144,$$

解得 $x = 4$,

\therefore 当学生人数等于 4 人时, 选择甲乙旅行社一样;

当 $y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}$ 时,

$$120x + 240 < 144x + 144,$$

解得 $x > 4$,

\therefore 当学生人数大于 4 人时, 选择甲旅行社合算.

【点睛】 本题考查一次函数和一元一次不等式的应用, 明确题意, 列出关系式是解题的关键.

14. (20-21 八年级下·四川凉山·期末) 随着西昌葡萄种植面积不断扩大, 现新推广甲、乙两种葡萄苗, 已知乙种葡萄苗比甲种葡萄苗每株贵 3 元, 且用 100 元钱购买甲种葡萄苗的株数与用 160 元钱购买乙种葡萄苗的株数刚好相同.

(1) 求甲、乙两种葡萄苗每株的价格;

(2) 小颖家计划购买甲、乙两种葡萄苗共 1000 株, 调查统计发现, 甲、乙两种葡萄苗的成活率分别为 90%、95%, 要使这批葡萄苗的成活率不低于 92%, 且使购买葡萄苗的费用最低, 应如何选购葡萄苗? 最低费用是多少?

【答案】 (1) 甲种葡萄苗每株的价格为 5 元, 乙种葡萄苗每株的价格为 8 元

(2) 购买甲种葡萄苗 600 株, 乙种葡萄苗 400 株时费用最低, 最低费用是 6200 元

【分析】 (1) 设甲种葡萄苗每株的价格为 x 元, 则乙种葡萄苗每株的价格为 $(x+3)$ 元, 根据题目中的等量关系列分式方程, 求解即可;

(2) 设甲种葡萄苗购买 b 株, 则乙种葡萄苗购买 $(1000-b)$ 株, 根据总成活率不低于 92% 列不等式, 求出 b 的取值范围, 列出总费用 W 与 b 的函数关系式, 即可求解.

【详解】 (1) 解: 设甲种葡萄苗每株的价格为 x 元, 则乙种葡萄苗每株的价格为 $(x+3)$ 元,

由题意得 $\frac{100}{x} = \frac{160}{x+3}$,

解得: $x=5$,

经检验 $x=5$ 是原方程组的解.

所以甲种葡萄苗每株的价格为 5 元,

乙种葡萄苗每株的价格为 $x+3=5+3=8$ 元.

答: 甲种葡萄苗每株的价格为 5 元, 乙种葡萄苗每株的价格为 8 元;

(2) 解: 设甲种葡萄苗购买 b 株, 则乙种葡萄苗购买 $(1000-b)$ 株, 购买的总费用为 W 元,

由题意, $90\%b + 95\%(1000-b) \geq 1000 \times 92\%$,

解得 $b \leq 600$,

由题意, $W = 5b + 8(1000-b) = -3b + 8000$,

$\therefore k = -3 < 0$,

$\therefore W$ 随 b 的增大而减小,

$\therefore b = 600$ 时, $W_{\text{最低}} = 6200$ 元.

答: 购买甲种葡萄苗 600 株, 乙种葡萄苗 400 株时费用最低, 最低费用是 6200 元.

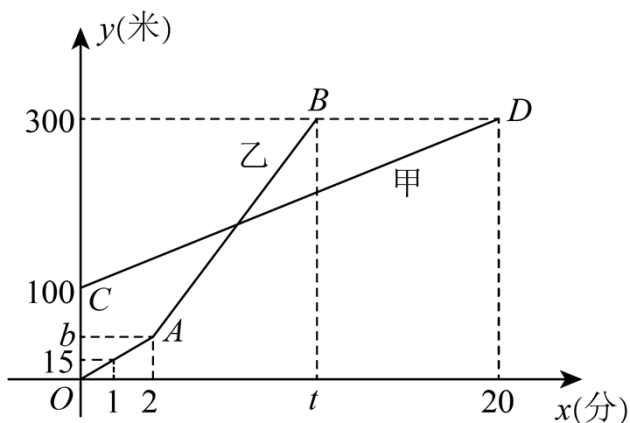
【点睛】 本题考查分式方程、一元一次不等式、一次函数的实际应用, 根据已知等量关系正确列方程是解题关键, 注意分式方程求解后要进行检验.

2. 课堂检测

设计意图: 例题变式练.

一、单选题

1. (23-24 八年级下·江苏南通·阶段练习) 甲、乙两人相约登山, 甲、乙两人距地面的高度 y (米) 与登山时间 x (分) 之间的函数图象如图所示, 根据图象所提供的信息: ①甲登山上升的速度是每分钟 10 米; ②乙在 A 地时距地面的高度 b 为 30 米; ③若乙提速后, 乙的登山上升速度是甲登山上升速度的 3 倍, 乙登山 1 分钟时, 距地面的高度为 15 米; ④登山时间为 4 分钟, 9 分钟, 15 分钟时, 甲、乙两人距地面的高度差为 50 米. 其中说法正确的个数为 ()



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 D

【分析】 本题考查了一次函数的应用以及解一元一次方程. 根据速度=高度 \div 时间即可算出甲登山上升的速度; 根据高度=速度 \times 时间即可算出乙在A地时距地面的高度 b 的值; 根据高度=初始高度+速度 \times 时间即可得出 y 关于 x 的函数关系; 找出甲登山全程中 y 关于 x 的函数关系式, 令二者做差等于50即可得出关于 x 的一元一次方程, 解之即可得出结论.

【详解】 解: $(300-100)\div 20=10$ (米/分钟),

$$b=15\div 1\times 2=30.$$

故①②正确;

当 $0\leq x\leq 2$ 时, $y=15x$, \therefore 当 $x=1$ 时, $y=15m$, 故③正确,

甲登山全程中, 距地面的高度 y (米)与登山时间 x (分)之间的函数关系式为 $y=10x+100(0\leq x\leq 20)$.

当 $10x+100-(30x-30)=50$ 时, 解得: $x=4$;

当 $30x-30-(10x+100)=50$ 时, 解得: $x=9$;

当 $300-(10x+100)=50$ 时, 解得: $x=15$.

故登山4分钟、9分钟或15分钟时, 甲、乙两人距地面的高度差为50米. 故④正确.

故选: D.

2. (23-24 八年级下·四川遂宁·阶段练习) 已知等腰三角形的周长为20cm, 则底边长 y (cm)与腰长 x (cm)的函数关系式是 ()

A. $y=20-2x(5<x<10)$

B. $y=20-2x(0<x<10)$

C. $y=10-\frac{1}{2}x(x<10)$

D. $y=\frac{1}{2}x-10(5<x)$

【答案】 A

【分析】 本题考查了由实际问题抽象一次函数关系式的知识, 要求同学们熟练掌握等腰三角形的性质及三

角形三边关系.

根据已知列方程, 再根据三角形三边的关系确定定义域即可.

【详解】解: $\because 2x + y = 20,$

$\therefore y = 20 - 2x,$

$\because y > 0,$

即 $20 - 2x > 0,$

$\therefore x < 10,$

又 \because 两边之和大于第三边, 即 $2x > 20 - 2x,$

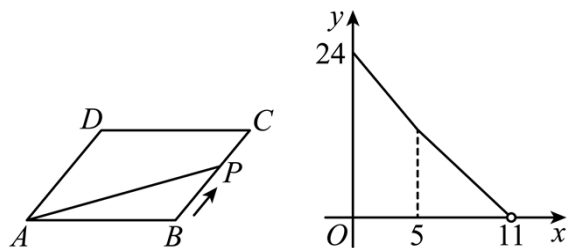
解得: $x > 5,$

故底边长 $y(\text{cm})$ 与腰长 $x(\text{cm})$ 的函数关系式是: $y = 20 - 2x (5 < x < 10).$

故选: A.

二、填空题

3. (23-24 八年级下·河南南阳·阶段练习) 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 P 从起点 B 出发, 沿 BC, CD 逆时针方向向终点 D 匀速运动, 设点 P 所走过的路程为 x , 则线段 AP, AD 与平行四边形的边所围成的图形面积为 y , 表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图, 则 AB 边上的高是_____.



【答案】4

【分析】本题考查一次函数图像的应用, 根据图像得到 $BC = 5$, $CD = 11 - 5 = 6$, $S_{ABCD} = 24$, 结合平行四边形面积公式求解即可得到答案;

【详解】解: 由图像得,

$BC = 5$, $CD = 11 - 5 = 6$, $S_{ABCD} = 24$,

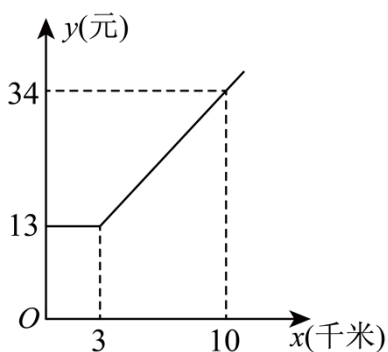
$\therefore 6 \times h = 24$,

解得: $h = 4$,

故答案为: 4.

4. (23-24 八年级下·重庆万州·阶段练习) 图中反映某网约车平台收费 y (元) 与所行驶的路程 x (千米)

的函数关系，根据图中的信息，当小明通过该网约车从家到机场共收费 64 元，他家距离机场_____千米.



【答案】 20

【分析】

本题考查了一次函数的解析式以及一次函数的应用，先运用待定系数法求一次函数的解析式，再把 $y = 64$ 代入，即可作答.

【详解】 解：设 $y = kx + b (x \geq 3)$

把 $(3, 13), (10, 34)$ 代入 $y = kx + b (x \geq 3)$

$$\text{得} \begin{cases} 13 = 3k + b \\ 34 = 10k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 3 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\therefore y = 3x + 4 (x \geq 3)$$

当 $y = 64$ 时，则 $64 = 3x + 4$

解得 $x = 20$

故答案为：20

5. (23-24 八年级下·福建泉州·阶段练习) 某物流公司的快递车和货车同时从甲地出发，以各自的速度匀速向乙地行驶，快递车到达乙地后卸完物品再另装货物共用 45 分钟，立即按原路以另一速度匀速返回，直至与货车相遇. 已知货车的速度为 60 千米/时，两车之间的距离 y (千米) 与货车行驶时间 x (小时) 之间的函数图象如图所示，现有以下 4 个结论：

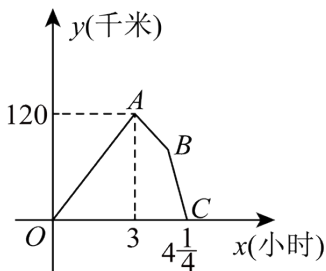
① 快递车从甲地到乙地的速度为 100 千米/时；

② 甲、乙两地之间的距离为 120 千米；

③ 图中点 B 的坐标为 $(\frac{15}{4}, 75)$ ；

④快递车从乙地返回时的速度为 90 千米/时.

以上 4 个结论中正确的是_____ (填序号)



【答案】①③④

【分析】本题考查一次函数的应用. 根据和函数图象中的数据, 可以计算出各个小题中的结论是否正确, 从而可以判断哪个选项是正确的.

【详解】解: 由图象可得,

快递车从甲地到乙地的速度为: $120 \div 3 + 60 = 40 + 60 = 100$ (千米/小时), 故①正确, 符合题意;

甲、乙两地之间的距离为: $100 \times 3 = 300$ (千米), 故②错误, 不符合题意;

图中点 B 的横坐标为: $3 + \frac{45}{60} = 3\frac{3}{4}$, 纵坐标为: $120 - 60 \times \frac{45}{60} = 75$,

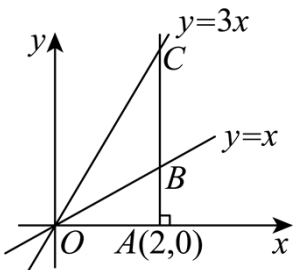
则图中点 B 的坐标为 $(\frac{15}{4}, 75)$, 故③正确, 符合题意;

快递车从乙地返回时的速度为: $75 \div (4\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4}) - 60 = 90$ (千米/小时), 故④正确, 符合题意;

综上, ①③④正确,

故答案为: ①③④.

6. (22-23 八年级下·江苏南通·阶段练习) 如图所示, 已知正比例函数 $y=x$ 和 $y=3x$, 过点 $A(2,0)$ 作 x 轴的垂线, 与这两个正比例函数的图象分别交于 B, C 两点, 则 $\triangle OBC$ 的面积为_____ (其中 O 为坐标原点).



【答案】4

【分析】本题主要考查了一次函数与几何问题以及两点之间的距离, 把点 $A(2,0)$ 的横坐标分别代入正比例

函数 $y=x$ 和 $y=3x$ ，求得 B 、 C 点的坐标，进一步求得 BC 的长度，利用三角形的面积求得答案即可。

【详解】解：把 $x=2$ 分别代入 $y=x$ 和 $y=3x$ 中，

可得点 B 的坐标是 $(2,2)$ ，点 C 的坐标是 $(2,6)$ ，

$$\therefore BC = 6 - 2 = 4.$$

\therefore 点 $A(2,0)$ ，

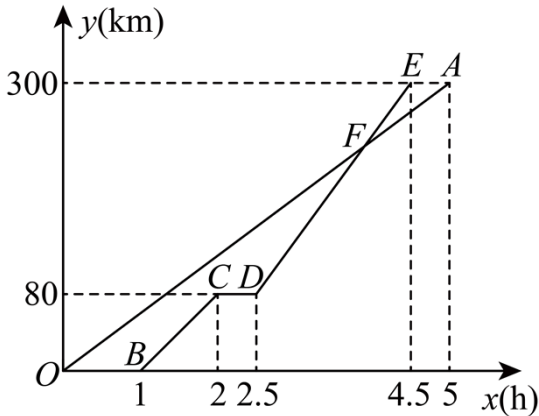
$$\therefore OA = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2} BC \cdot OA = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4.$$

故答案为：4.

三、解答题

7. (21-22 八年级下·河南鹤壁·期中) 甲、乙两地相距 300km ，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发驶向乙地。如图，线段 OA 表示货车离甲地的距离 $y(\text{km})$ 与时间 $x(\text{h})$ 之间的函数关系，折线 $BC \rightarrow CD \rightarrow DE$ 表示轿车离甲地的距离 $y(\text{km})$ 与时间 $x(\text{h})$ 之间的函数关系。请根据图象解答下列问题：



(1) 线段 CD 表示轿车在途中停留了 _____ h；

(2) 求线段 DE 对应的函数解析式；

(3) 求线段 DE 与线段 OA 交点 F 的坐标，并说明它的实际意义。

【答案】(1) 0.5

(2) $y = 110x - 195 (2.5 \leq x \leq 4.5)$

(3) $(3.9, 234)$ ；货车出发 3.9 小时后，在距甲地 234 千米处，轿车追上了货车

【分析】

本题考查一次函数的应用，解题的关键是读懂题意，熟练应用待定系数法列出相关线段的函数关系式。

- (1) 由图象直接可得答案；
- (2) 用待定系数法即可求出 DE 对应的函数解析式；
- (3) 求出线段 OA 的函数解析式，再联立函数关系式解方程组即可。

【详解】 (1) 线段 CD 表示轿车在途中停留了 $2.5 - 2 = 0.5$ (小时)，

故答案为: 0.5；

(2) 设线段 DE 对应的函数解析式为 $y = kx + b (2.5 \leq x \leq 4.5)$ ，由图可知， $D(2.5, 80), E(4.5, 300)$ ，

\therefore 把 $D(2.5, 80), E(4.5, 300)$ 代入 $y = kx + b (2.5 \leq x \leq 4.5)$ 得：

$$\begin{cases} 2.5k_1 + b = 80 \\ 4.5k_1 + b = 300 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k_1 = 110 \\ b = -195 \end{cases}$$

\therefore 线段 DE 对应的函数解析式为 $y = 110x - 195 (2.5 \leq x \leq 4.5)$ ；

(3) 设线段 OA 的函数解析式为 $y = k_2x (0 \leq x \leq 5)$ ，把 $A(5, 300)$ 代入得 $300 = 5k_2$ ，解得 $k_2 = 60$ ，

\therefore 线段 OA 的函数解析式为 $y = 60x (0 \leq x \leq 5)$ ，

$$\text{由} \begin{cases} y = 110x - 195 \\ y = 60x \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = 3.9 \\ y = 234 \end{cases}$$

\therefore 线段 DE 与线段 OA 交点 F 的坐标为 $(3.9, 234)$ ，

它的实际意义为：货车出发 3.9 小时后，在距甲地 234 千米处，轿车追上了货车。

8. (23-24 八年级下·四川成都·阶段练习) 2022 年 5 月 18 日，成都市政府正式发布了《成都建设践行新发展理念的城市公园城市示范区行动计划(2021—2025 年)》。某学校同学为此积极设计了两款文创产品共 100 件，其中 1 件 A 产品与 1 件 B 产品，需成本 25 元；3 件 A 产品与 2 件 B 产品，需成本 60 元。

(1) 这两款文创产品的成本分别是多少元？

(2) 同学们决定将这两款文创产品拿到社区公园销售，销售计划如下：投入资金不超过 1300 元，利润不低于 4500 元， A 产品定价 50 元/件， B 产品定价 65 元/件，同学们怎么分配设计两种文创产品的数量，以及最大利润是多少？

【答案】 (1) A 产品的成本是 10 元， B 产品的成本是 15 元

(2) A 产品的数量为 40 件，则 B 产品的数量为 60 件时，最大利润为 4600 元

【分析】

本题主要考查一元一次不等式组的应用，二元一次方程组的应用，解答的关键是理解清楚题意，找到相应的等量关系.

(1) 可设 A 产品的成本是 x 元， B 产品的成本是 y 元，从而可列出二元一次方程组进行求解；

(2) 可设 A 产品的数量为 m 件，则 B 产品的数量为 $(100-m)$ 件，利用“投入资金不超过 1300 元，利润不低于 4500 元”，得到一元一次不等式组，解不等式组即可.

【详解】 (1) 解：设 A 产品的成本是 x 元， B 产品的成本是 y 元

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 3x+2y=60 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} x=10 \\ y=15 \end{cases}$

答： A 产品的成本是 10 元， B 产品的成本是 15 元；

(2)

设 A 产品的数量为 m 件，则 B 产品的数量为 $(100-m)$ 件

$$\begin{cases} 10m+15(100-m)\leq 1300 \\ (50-10)m+(65-15)(100-m)\geq 4500 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} m\geq 40 \\ m\leq 50 \end{cases}$

故不等式组的解集为： $40\leq m\leq 50$ ，

利润为： $(50-10)m+(65-15)\times(100-m)=-10m+5000$ ，

当 $m=40$ 时，其利润最大， $-10\times 40+5000=4600$ 元

则 B 产品的数量为： $100-40=60$ （件），

答： A 产品的数量为 40 件，则 B 产品的数量为 60 件时.

9. (22-23 八年级下·辽宁大连·期末) 某学校计划在租用 6 辆客车总费用不超过 2300 元的限额内组织师生集体外出研学活动，若每位老师带队 12 名学生，则还剩 8 名学生没老师带；若每位老师带队 13 名学生，就有一位老师少带 6 名学生，现有甲、乙两种大型客车，它们的载客量和租金如下表所示：

	甲型客车	乙型客车
载客量 (人/辆)	40	30

租金（元/辆）	400	320
---------	-----	-----

(1)参加此次研学活动的老师和学生各有多少人？

(2)学校共有几种租车方案？最少租车费用是多少？

【答案】(1)参加此次研学活动的老师有14人，学生有176人

(2)共有4种租车方案，最少租车费用是2000元

【分析】(1) 设参加此次研学活动的老师有 x 人，学生有 y 人，根据数量关系列方程组求解即可；

(2) 租车总辆数为6辆，设租甲型客车 m 辆，则乙型客车 $(6-m)$ 辆，列不等式组求解，设租车总费用为 w 元，可求出关于租车费用的函数关系，根据一次函数的性质即可求解。

【详解】(1) 解：设参加此次研学活动的老师有 x 人，学生有 y 人，

$$\therefore \begin{cases} 12x+8=y \\ 13x-6=y \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=14 \\ y=176 \end{cases},$$

\therefore 参加此次研学活动的老师有14人，学生有176人。

(2) 解： \because 租车总辆数为6辆，设租甲型客车 m 辆，则乙型客车 $(6-m)$ 辆，

$$\therefore \begin{cases} 40m+30(6-m) \geq 176+14 \\ 400m+320(6-m) \leq 2300 \end{cases}, \text{解得: } 1 \leq m \leq 4.75,$$

$\because m$ 为正整数，

$\therefore m=1$ 或 $m=2$ 或 $m=3$ 或 $m=4$ ，

\therefore 共有4种租车方案，

设租车总费用为 w 元，则 $w=400m+320(6-m)=80m+1920$ ，

$\because 80 > 0$ ，

$\therefore w$ 的值随 m 值的增大而增大，

当 $m=1$ 时， w 取得最小值，最小值为 $w=80m+1920=80 \times 1+1920=2000$ ，

\therefore 学校共有4种租车方案，最少租车费用是2000元。

【点睛】本题主要考查二元一次方程组，一元一次不等式组，一次函数图像的性质综合，理解题目中的数量关系列方程，掌握解二元一次方程组，解一元一次不等式组的方法，一次函数图像的性质等知识是解题的关键。

10. (23-24 八年级下·全国·课后作业) 已知 $y+2$ 与 x 成正比例，且 $x=-2$ 时， $y=0$ 。

(1)求 y 与 x 的函数关系式；

(2)点 $(m,6)$ 在该函数图象上,求 m 的值;

(3)设点 P 在 y 轴负半轴上,函数图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点,且 $S_{\triangle ABP} = 4$,求点 P 的坐标.

【答案】(1) $y = -x - 2$;

(2) $m = -8$;

(3) $(0, -6)$.

【分析】本题考查的知识点是待定系数法求解析式、正比例函数的定义、求一次函数自变量或函数值、几何问题(一次函数的实际应用),解题关键是熟练掌握一次函数的图像与性质.

(1)根据正比例函数的定义列出 $y + 2$ 与 x 的关系式后,用待定系数法求解;

(2)将 $(m,6)$ 代入(1)中求出的函数解析式即可求解;

(3)由函数解析式求出点 A 、点 B 坐标后,根据三角形面积公式求出 $|BP|$ 后结合题意即可求解.

【详解】(1)解:设 $y + 2 = kx (k \neq 0)$,

把 $x = -2$, $y = 0$ 代入,

得 $k = -1$,

$\therefore y = -x - 2$.

(2)解: \because 点 $(m,6)$ 在该函数图象上,

$\therefore 6 = -m - 2$,

$\therefore m = -8$.

(3)解: \because 函数 $y = -x - 2$ 交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点,

$\therefore A(-2,0)$, $B(0,-2)$,

$\because S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}|BP||OA| = 4$,

$\therefore |BP| = \frac{8}{|OA|} = \frac{8}{2} = 4$,

即点 P 与点 B 的距离为4,

又 $\because B(0,-2)$,且 P 在 y 轴负半轴,

$\therefore P$ 点坐标为 $(0,-6)$.

11. (23-24 八年级下·重庆沙坪坝·阶段练习) 如图, 平面直角坐标系中, 已知直线 $l_1: y = x$ 与直线 $l_2: y = -3x$, 将直线 l_1 沿 y 轴正方向平移 4 个单位得直线 l_3 , 直线 l_3 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、点 B , 交直线 l_2 于点 C .

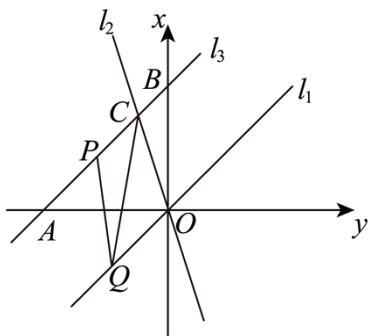


图1

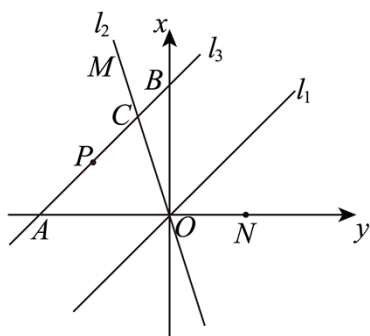


图2

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 如图 1, 点 P 为线段 AC 上的动点, 点 Q 为直线 l_1 上的动点, 当 $S_{PCQ} = \frac{8}{3}$ 时, 求出此时 P 点的坐标;

(3) 如图 2, 在第 (2) 问的条件下, 直线 l_2 上有一动点 M , x 轴上有一动点 N , 当以 P 、 B 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形时, 直接写出此时 N 点的坐标.

【答案】 (1) $C(-1, 3)$

(2) $P\left(-\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$

(3) $N\left(\frac{28}{9}, 0\right)$ 或 $N\left(-\frac{28}{9}, 0\right)$ 或 $N\left(-\frac{4}{9}, 0\right)$

【分析】 本题考查一次函数的图象及性质、平行四边形的性质、坐标与图形, 熟练掌握一次函数的图象及性质, 平行四边形的性质, 分类讨论是解题的关键.

(1) 先求出 $l_3: y = x + 4$, 联立求解即可.

(2) 设 $P(m, m+4)$, 过点 B 作 $EB \perp l_1$, 先求出三角形的高, 通过面积求出 CP 的长度, 进一步求出坐标即可.

(3) 分情况讨论, 根据平行四边形的性质求解即可.

【详解】 (1) 解: \because 直线 l_1 沿 y 轴正方向平移 4 个单位得直线 l_3 , $l_1: y = x$,

$\therefore l_3: y = x + 4$,

$$\therefore \begin{cases} y = x + 4 \\ y = -3x \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases},$$

$$\therefore C(-1, 3).$$

(2) 解: 设 $P(m, m+4)$, 过点 B 作 $EB \perp l_1$,

$$\therefore l_3: y = x + 4,$$

$$\therefore B(0, 4),$$

由题意可得: $\triangle BOE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore BE^2 + OE^2 = OB^2$$

$$\therefore 2BE^2 = 16$$

$$\therefore BE = 2\sqrt{2},$$

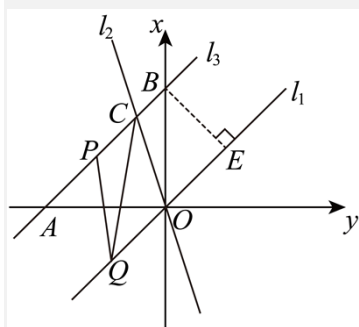
$$\therefore S_{PCQ} = \frac{1}{2} CP \times 2\sqrt{2} = \frac{1}{2} \sqrt{(-1-m)^2 + (m+4-3)^2} \times 2\sqrt{2} = \frac{8}{3},$$

$$\sqrt{4(m+1)^2} = \frac{8}{3}$$

$$(m+1)^2 = \frac{16}{9}$$

$$\text{解得 } m = \frac{1}{3} \text{ (舍去)}, \text{ 或 } m = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore P\left(-\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$$



(3) 解: 根据题意设 $M(m, -3m), N(n, 0)$,

① 当 PB, MN 为两组对角线时,

$$\begin{cases} m+n = -\frac{7}{3} + 0 \\ -3m+0 = 4 + \frac{5}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -\frac{17}{9} \\ n = -\frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\therefore N\left(-\frac{4}{9}, 0\right).$$

②当 PM, BN 为两组对角线时,

$$\begin{cases} m - \frac{7}{3} = n + 0 \\ \frac{5}{3} - 3m = 4 + 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -\frac{7}{9} \\ n = -\frac{28}{9} \end{cases}$$

$$\therefore N\left(-\frac{28}{9}, 0\right).$$

③当 PN, BM 为两组对角线时,

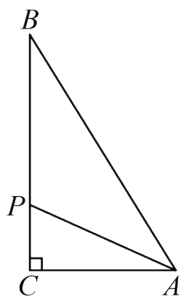
$$\begin{cases} n - \frac{7}{3} = m + 0 \\ \frac{5}{3} + 0 = 4 - 3m \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = \frac{7}{9} \\ n = \frac{28}{9} \end{cases}$$

$$\therefore N\left(\frac{28}{9}, 0\right).$$

综上所述, N 点的坐标 $N\left(\frac{28}{9}, 0\right)$ 或 $N\left(-\frac{28}{9}, 0\right)$ 或 $N\left(-\frac{4}{9}, 0\right)$

12. (23-24 八年级下·湖南长沙·阶段练习) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 4$, $AC = 2$, 点 P 为直角边 BC, CA 边上一动点, 现从点 B 出发, 沿着 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 的方向运动至点 A 处停止, 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle APB$ 的面积为 y . (点 P 不与点 B, A 重合)



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/788057022065006074>