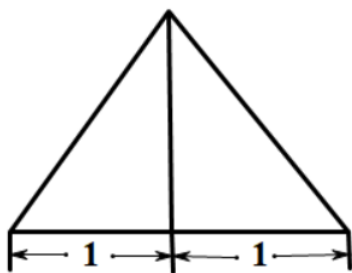
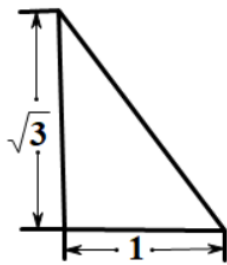


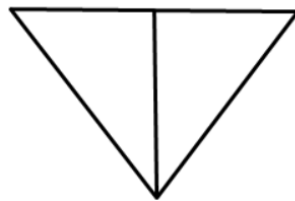
7. 一个几何体的三视图如图所示，其中正视图是一个正三角形，则这个几何体的体积为（ ）



正视图



侧视图



俯视图

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

8. 设点 A, B, C 不共线, 则“ $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \perp \overrightarrow{BC}$ ”是“ $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ ” ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分又不必要条件

9. 已知 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$, 且 $\sin 2\alpha < 0$, 则 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为 ()

- A. 7 B. -7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

10. 集合 $A = \{x | x > 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(3, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(2, 3)$

11. 已知函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = (2m+3)x + n$, 若 $\forall x \in (0, +\infty)$ 总有 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立. 记 $(2m+3)n$ 的最小值为 $F(m, n)$, 则 $F(m, n)$ 的最大值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{e}$ C. $\frac{1}{e^2}$ D. $\frac{1}{e^3}$

12. 已知 m, n 为两条不重合直线, α, β 为两个不重合平面, 下列条件中, $\alpha \perp \beta$ 的充分条件是 ()

- A. $m \parallel n, m \subset \alpha, n \subset \beta$ B. $m \parallel n, m \perp \alpha, n \perp \beta$
C. $m \perp n, m \parallel \alpha, n \parallel \beta$ D. $m \perp n, m \perp \alpha, n \perp \beta$

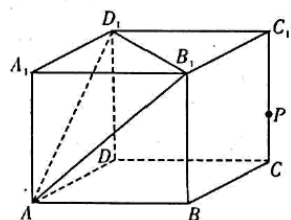
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知椭圆 $C: x^2 + \frac{y^2}{m} = 1$, $M(\sqrt{2}, 0)$, 若椭圆 C 上存在点 N 使得 $\triangle OMN$ 为等边三角形 (O 为原点), 则椭圆 C 的离心率为_____.

14. 已知角 $\alpha + \frac{\pi}{6}$ 的终边过点 $P(-1, -2\sqrt{2})$, 则 $\sin \alpha =$ _____.

15. 已知 $P(1,1)$ 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 内一定点, 经过 P 引一条弦, 使此弦被 P 点平分, 则此弦所在的直线方程为 _____.

16. 若点 N 为点 M 在平面 α 上的正投影, 则记 $N = f_\alpha(M)$. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 记平面 AB_1D_1 为 β , 平面 $ABCD$ 为 γ , 点 P 是线段 CC_1 上一动点, $Q_1 = f_\gamma[f_\beta(P)]$, $Q_2 = f_\beta[f_\gamma(P)]$. 给出下列四个结论:



① Q_2 为 $\triangle AB_1D_1$ 的重心;

② $Q_1Q_2 \perp BD$;

③ 当 $CP = \frac{4}{5}$ 时, $PQ_1 \perp$ 平面 β ;

④ 当三棱锥 $D_1 - APB_1$ 的体积最大时, 三棱锥 $D_1 - APB_1$ 外接球的表面积为 2π .

其中, 所有正确结论的序号是 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知平行于 x 轴的动直线 l 交抛物线 $C: y^2 = 4x$ 于点 P , 点 F 为 C 的焦点. 圆心不在 y 轴上的圆 M 与直线 l , PF , x 轴都相切, 设 M 的轨迹为曲线 E .

(1) 求曲线 E 的方程;

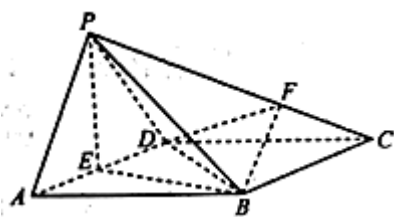
(2) 若直线 l_1 与曲线 E 相切于点 $Q(s, t)$, 过 Q 且垂直于 l_1 的直线为 l_2 , 直线 l_1 , l_2 分别与 y 轴相交于点 A , B . 当线段 AB 的长度最小时, 求 s 的值.

18. (12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $b = 3(a \cos B + b \cos A)$, $b + c = 8$.

(1) 求 b, c ;

(2) 若 BC 边上的中线 $AD = \frac{7}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, $\triangle PAD$ 是边长为 2 的正三角形, $PC = \sqrt{10}$, E 为线段 AD 的中点.



(1) 求证：平面 $PBC \perp$ 平面 PBE ；

(2) 若 F 为线段 PC 上一点，当二面角 $P-DB-F$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 时，求三棱锥 $B-PDF$ 的体积。

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+a| + |x-1|$.

(1) 当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x) \geq x+8$ 的解集；

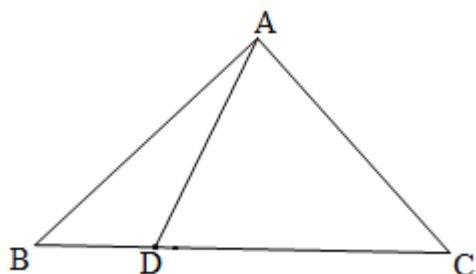
(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq |x-5|$ 的解集包含 $[0, 2]$ ，求实数 a 的取值范围。

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = |2x+1|$.

(1) 解不等式： $f(x) + f(x-2) \leq 6$ ；

(2) 求证： $f(x+a^2) - f(x-1) \leq |x+2a^2+3| + |x+2a-a^2|$.

22. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$ ， D 是边 BC 上一点，且 $AD=5$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$.



(1) 求 BD 的长；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 14，求 AC 的长。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据圆心到直线的距离小于半径可得 a, b 满足的条件, 利用 $M(a, b)$ 与圆心的距离判断即可.

【详解】

Q 直线 $ax + by = 1$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = 1$ 相交,

$\therefore$ 圆心 $(0, 0)$ 到直线 $ax + by = 1$ 的距离 $d = \frac{|-1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} < 1$,

即 $\sqrt{a^2 + b^2} > 1$.

也就是点 $M(a, b)$ 到圆 C 的圆心的距离大于半径.

即点 $M(a, b)$ 与圆 C 的位置关系是点 M 在圆 C 外.

故选: B

【点睛】

本题主要考查直线与圆相交的性质, 考查点到直线距离公式的应用, 属于中档题.

2、D

【解析】

弄清集合 B 的含义, 它的元素 x 来自于集合 A , 且 2^x 也是集合 A 的元素.

【详解】

因 $|x - 1| \leq 3$, 所以 $-2 \leq x \leq 4$, 故 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, 又 $x \in \mathbf{Z}$, $2^x \in A$, 则 $x = 0, 1, 2$,

故集合 $B = \{0, 1, 2\}$.

故选: D.

【点睛】

本题考查集合的定义, 涉及到解绝对值不等式, 是一道基础题.

3、A

【解析】

在 $\triangle ABC$ 中, 设 $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$, 结合三角形的内角和及和角的正弦公式化简可求 $\cos C = 0$, 可得

$C = \frac{\pi}{2}$, 再由已知条件求得 $a = 4$, $b = 3$, $c = 5$, 考虑建立以 AC 所在的直线为 x 轴, 以 BC 所在的直线为 y 轴建

立直角坐标系, 根据已知条件结合向量的坐标运算求得 $4x + 3y = 12$, 然后利用基本不等式可求得 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值.

【详解】

在 $\triangle ABC$ 中, 设 $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$,

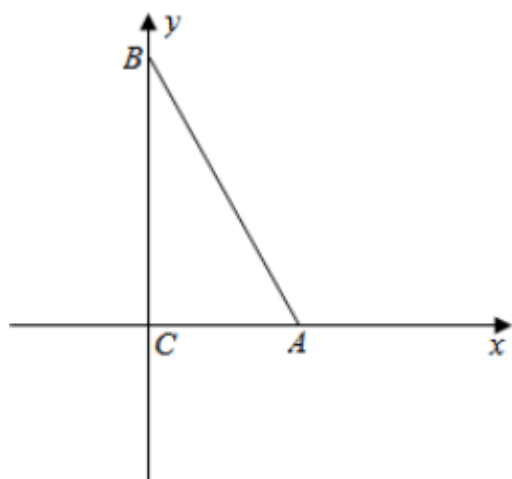
Q $\sin B = \cos A \sin C$ ，即 $\sin(A+C) = \cos A \sin C$ ，即 $\sin A \cos C + \cos A \sin C = \cos A \sin C$ ， $\therefore \sin A \cos C = 0$ ，

Q $0 < A < \pi$ ， $\therefore \sin A > 0$ ， $\therefore \cos C = 0$ ，Q $0 < C < \pi$ ， $\therefore C = \frac{\pi}{2}$ ，

Q $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 9$ ，即 $cb \cos A = 9$ ，又 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = 6$ ， $\therefore \tan A = \frac{bc \sin A}{bc \cos A} = \frac{4}{3} = \frac{a}{b}$ ，

Q $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab = 6$ ，则 $ab = 12$ ，所以， $\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{4}{3} \\ ab = 12 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$ ， $\therefore c = \sqrt{a^2 + b^2} = 5$ 。

以 AC 所在的直线为 x 轴，以 BC 所在的直线为 y 轴建立如下图所示的平面直角坐标系，



则 $C(0,0)$ 、 $A(3,0)$ 、 $B(0,4)$ ，

P 为线段 AB 上的一点，则存在实数 λ 使得 $\vec{AP} = \lambda \vec{AB} = \lambda(-3, 4) = (-3\lambda, 4\lambda) (0 \leq \lambda \leq 1)$ ，

$\therefore \vec{CP} = \vec{CA} + \vec{CB} = (3-3\lambda, 4\lambda)$ ，

设 $e_1 = \frac{\vec{CA}}{|\vec{CA}|}$ ， $e_2 = \frac{\vec{CB}}{|\vec{CB}|}$ ，则 $|e_1| = |e_2| = 1$ ， $\therefore e_1 = (1, 0)$ ， $e_2 = (0, 1)$ ，

Q $\vec{CP} = x \cdot \frac{\vec{CA}}{|\vec{CA}|} + y \cdot \frac{\vec{CB}}{|\vec{CB}|} = xe_1 + ye_2 = (x, y)$ ， $\therefore \begin{cases} x = 3-3\lambda \\ y = 4\lambda \end{cases}$ ，消去 λ 得 $4x + 3y = 12$ ， $\therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ ，

所以， $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4}\right) = \frac{x}{3y} + \frac{y}{4x} + \frac{7}{12} \geq 2\sqrt{\frac{x}{3y} \cdot \frac{y}{4x}} + \frac{7}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{7}{12}$ ，

当且仅当 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}y$ 时，等号成立，

因此， $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{7}{12}$ 。

故选：A。

【点睛】

本题是一道构思非常巧妙的试题，综合考查了三角形的内角和定理、两角和的正弦公式及基本不等式求解最值问题，

解题的关键是理解 $\frac{\overrightarrow{CA}}{|\overrightarrow{CA}|}$ 是一个单位向量，从而可用 x 、 y 表示 $\overrightarrow{CP}$ ，建立 x 、 y 与参数的关系，解决本题的第二个关

键点在于由 $x = 3 - 3\lambda$ ， $y = 4\lambda$ 发现 $4x + 3y = 12$ 为定值，从而考虑利用基本不等式求解最小值，考查计算能力，属于难题.

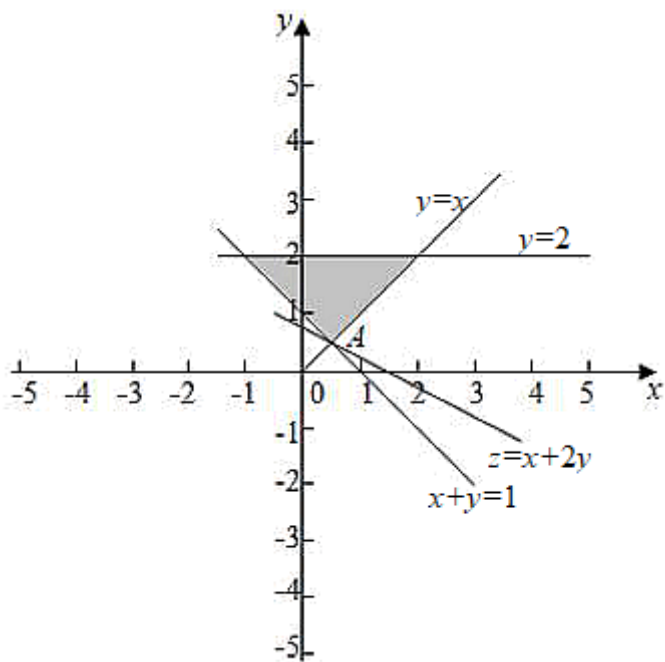
4、D

【解析】

根据约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案

【详解】

作出不等式组 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \\ y \geq x \end{cases}$ 所表示的可行域如下图所示：



联立 $\begin{cases} y = x \\ x + y = 1 \end{cases}$ ，得 $x = y = \frac{1}{2}$ ，可得点 $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ，

由 $z = x + 2y$ 得 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{z}{2}$ ，平移直线 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{z}{2}$ ，

当该直线经过可行域的顶点 A 时，该直线在 y 轴上的截距最小，

此时 z 取最小值，即 $z_{\min} = \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 。

故选：D.

【点睛】

本题考查简单的线性规划，考查数形结合的解题思想方法，是基础题.

5、A

【解析】

根据奇偶性定义和性质可判断出函数为偶函数且在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数，由此可将不等式化为 $-1 \leq ax+2 \leq 1$ ；利用分离变量法可得 $-\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$ ，求得 $-\frac{3}{x}$ 的最大值和 $-\frac{1}{x}$ 的最小值即可得到结果.

【详解】

Q $f(x) = f(-x)$ $\therefore f(x)$ 为定义在 R 上的偶函数，图象关于 y 轴对称

又 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 $\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数

Q $f(ax+2) \leq f(-1)$ $\therefore |ax+2| \leq 1$ ，即 $-1 \leq ax+2 \leq 1$

Q $-1 \leq ax+2 \leq 1$ 对于 $x \in [1, 2]$ 恒成立 $\therefore -\frac{3}{x} \leq a \leq -\frac{1}{x}$ 在 $[1, 2]$ 上恒成立

$\therefore -\frac{3}{2} \leq a \leq -1$ ，即 a 的取值范围为： $\left[-\frac{3}{2}, -1\right]$

本题正确选项：A

【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性和单调性求解函数不等式的问题，涉及到恒成立问题的求解；解题关键是能够利用函数单调性将函数值的大小关系转化为自变量的大小关系，从而利用分离变量法来处理恒成立问题.

6、A

【解析】

利用复数的除法运算化简 z ，求得 z 对应的坐标，由此判断对应点所在象限.

【详解】

Q $z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+i$ ， $\therefore$ 对应的点的坐标为 $(1, 1)$ ，位于第一象限.

故选：A.

【点睛】

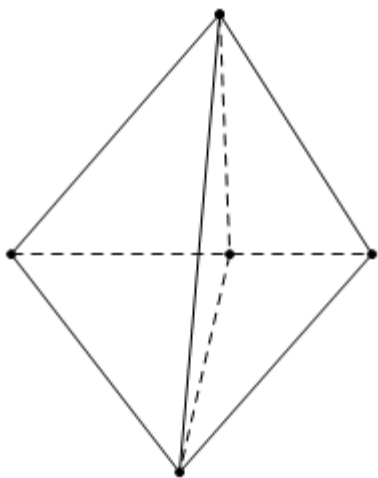
本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点所在象限，属于基础题.

7、C

【解析】

由已知中的三视图，可知该几何体是一个以俯视图为底面的三棱锥，求出底面面积，代入锥体体积公式，可得答案.

【详解】



由已知中的三视图，可知该几何体是一个以俯视图为底面的三棱锥，

其底面面积 $S = \frac{1}{2} \times 1 \times (1+1) = 1$ ，高 $h = \sqrt{3}$ ，

故体积 $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

故选：C.

【点睛】

本题考查的知识点是由三视图求几何体的体积，解决本题的关键是得到该几何体的形状.

8、C

【解析】

利用向量垂直的表示、向量数量积的运算，结合充分必要条件的定义判断即可.

【详解】

由于点 A ， B ， C 不共线，则

$$\begin{aligned} (\vec{AB} + \vec{AC}) \perp \vec{BC} &\Leftrightarrow (\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow (\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = \vec{AC}^2 - \vec{AB}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{AC}^2 = \vec{AB}^2 \Leftrightarrow \\ |\vec{AB}| &= |\vec{AC}| \end{aligned}$$

故“ $(\vec{AB} + \vec{AC}) \perp \vec{BC}$ ”是“ $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$ ”的充分必要条件.

故选：C.

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断，考查向量垂直的表示，考查向量数量积的运算，属于基础题.

9、A

【解析】

由 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$ 及 $\sin 2\alpha < 0$ 得到 $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ ，进一步得到 $\tan \alpha$ ，再利用两角差的正切公式计算即可。

【详解】

因为 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$ ，所以 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ，又 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha < 0$ ，所以 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，

$$\tan \alpha = -\frac{4}{3}，\text{所以 } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = \frac{-1 - \frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{3}} = 7.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数诱导公式、二倍角公式以及两角差的正切公式的应用，考查学生的基本计算能力，是一道基础题。

10、A

【解析】

计算 $B = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ ，再计算交集得到答案。

【详解】

$$B = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\} = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)，A = \{x | x > 2, x \in R\}，\text{故 } A \cap B = (3, +\infty)。$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了交集运算，属于简单题。

11、C

【解析】

根据 $\forall x \in (0, +\infty)$ 总有 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立可构造函数 $h(x) = \ln x - (2m+3)x - n$ ，求导后分情况讨论 $h(x)$ 的最大

$$\text{值得最大值最大值 } h\left(\frac{1}{2m+3}\right) = -\ln(2m+3) - 1 - n，$$

即 $-\ln(2m+3) - 1 - n \leq 0$ 。根据题意化简可得 $(2m+3)n \geq (2m+3)[- \ln(2m+3) - 1]$ ，求得

$$F(m, n) = (2m+3)[- \ln(2m+3) - 1]，\text{再换元求导分析最大值即可。}$$

【详解】

由题， $\forall x \in (0, +\infty)$ 总有 $\ln x \leq (2m+3)x + n$ 即 $\ln x - (2m+3)x - n \leq 0$ 恒成立。

设 $h(x) = \ln x - (2m+3)x - n$ ，则 $h(x)$ 的最大值小于等于 0。

$$\text{又 } h'(x) = \frac{1}{x} - (2m+3),$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/788074016007006051>