

新疆昌吉回族自治州昌吉州第二中学 2024 年高三联合高考模拟考数学试题试卷

注意事项

1. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.
4. 作答选择题, 必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑; 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 作答非选择题, 必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答, 在其他位置作答一律无效.
5. 如需作图, 须用 2B 铅笔绘、写清楚, 线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = -f(x)$, 且当 $x \geq 1$ 时, 函数 $f(x) = \sqrt{x-1}$. 若

$$a = f\left(\frac{1}{2}\right), b = f\left(-\frac{1}{2}\right), c = f\left(-\frac{1}{3}\right), \text{ 则 } a, b, c \text{ 大小关系是 ()}$$

- A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

2. 在复平面内, 复数 $z = \frac{2-i}{i}$ (i 为虚数单位) 对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. “ $-1 \leq x+y \leq 1$ 且 $-1 \leq x-y \leq 1$ ” 是 “ $x^2 + y^2 \leq 1$ ” 的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA = CC_1 = 2CB$, $AC \perp BC$, 则直线 BC_1 与 AB_1 所成的角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

5. 某中学有高中生 1500 人, 初中生 1000 人. 为了解该校学生自主锻炼的时间, 采用分层抽样的方法从高中生和初中生中抽取一个容量为 n 的样本. 若样本中高中生恰有 30 人, 则 n 的值为 ()

- A. 20 B. 50 C. 40 D. 60

6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , O 为坐标原点, P 为双曲线在第一象限上的点, 直线 PO , PF_2 分别交双曲线 C 的左、右支于另一点 M, N , 若 $|PF_1| = 3|PF_2|$, 且 $\angle MF_2N = 60^\circ$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

7. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = 2^{|x-m|} - 1$ (m 为实数) 为偶函数, 记 $a = f(\log_{0.5} 3)$, $b = f(\log_2 5)$,

$c = f(2+m)$ 则 a, b, c 的大小关系为()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

8. 函数 $\square(\square) = \sqrt{2\square-3} + \frac{1}{\square-3}$ 的定义域为 ()

- A. $[\frac{3}{2}, 3) \cup (3, +\infty)$ B. $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

- C. $[\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

9. 公元前5世纪,古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论:他提出让乌龟在跑步英雄阿基里斯前面1000米处开始与阿基里斯赛跑,并且假定阿基里斯的速度是乌龟的10倍.当比赛开始后,若阿基里斯跑了1000米,此时乌龟便领先他100米,当阿基里斯跑完下一个100米时,乌龟先他10米,当阿基里斯跑完下一个10米时,乌龟先他1米....所以,阿基里斯永远追不上乌龟.按照这样的规律,若阿基里斯和乌龟的距离恰好为0.1米时,乌龟爬行的总距离为 ()

- A. $\frac{10^5-1}{900}$ 米 B. $\frac{10^5-9}{90}$ 米

- C. $\frac{10^4-9}{900}$ 米 D. $\frac{10^4-1}{90}$ 米

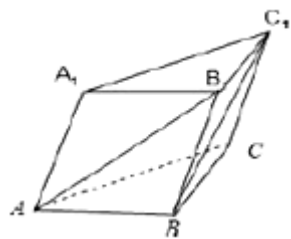
10. 设 i 是虚数单位,复数 $\frac{1+i}{i} =$ ()

- A. $-1+i$ B. $-1-i$ C. $1+i$ D. $1-i$

11. 已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x - \frac{x^2+2x}{2}$, 设 $a = f(\ln \sqrt{2}), b = f(\sqrt{2}), c = f(\ln \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 ()

- A. $b > a > c$ B. $b > a = c$ C. $a = c > b$ D. $c > a > b$

12. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面边长和侧棱长都相等, $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = \begin{cases} a_n + 2, & n = 2k - 1, k \in N^* \\ 2a_n, & n = 2k, k \in N^* \end{cases}$, 则满足 $2019 \leq S_m \leq 3000$ 的正整数 m 的所有取值为_____.

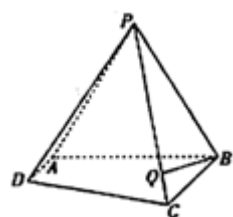
14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D , 且 $BD = 1$, 则 $4a + c$ 的最小值为_____.

15. 双曲线 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦距为_____, 渐近线方程为_____.

16. (5 分) 某膳食营养科研机构为研究牛蛙体内的维生素 E 和锌、硒等微量元素 (这些元素可以延缓衰老, 还能起到抗癌的效果) 对人体的作用, 现从 4 只雌蛙和 2 只雄蛙中任选 2 只牛蛙进行抽样试验, 则选出的 2 只牛蛙中至少有 1 只雄蛙的概率是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

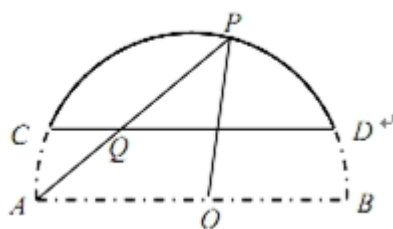
17. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形且 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = BC = 2AD = 2$, 侧面 PAB 为等边三角形, 且平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$.



(1) 求平面 PAB 与平面 PDC 所成的锐二面角的大小;

(2) 若 $\vec{CQ} = \lambda \vec{CP}$ ($0 < \lambda < 1$), 且直线 BQ 与平面 PDC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 λ 的值.

18. (12 分) 某房地产开发商在其开发的某小区前修建了一个弓形景观湖. 如图, 该弓形所在的圆是以 AB 为直径的圆, 且 $AB = 300$ 米, 景观湖边界 CD 与 AB 平行且它们间的距离为 $50\sqrt{2}$ 米. 开发商计划从 A 点出发建一座景观桥 (假定建成的景观桥的桥面与地面和水面均平行), 桥面在湖面上的部分记作 PQ . 设 $\angle AOP = 2\theta$.



(1) 用 θ 表示线段 PQ , 并确定 $\sin 2\theta$ 的范围;

(2) 为了使小区居民可以充分地欣赏湖景, 所以要将 PQ 的长度设计到最长, 求 PQ 的最大值.

19. (12 分) 已知 a, b, c 均为正实数, 函数 $f(x) = \left|x + \frac{1}{a^2}\right| + \left|x - \frac{1}{b^2}\right| + \frac{1}{4c^2}$ 的最小值为 1. 证明:

(1) $a^2 + b^2 + 4c^2 \geq 9$;

(2) $\frac{1}{ab} + \frac{1}{2bc} + \frac{1}{2ac} \leq 1$.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^{x-a} - \ln(x+a)$ ($a > 0$).

(1) 证明: 函数 $f'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在唯一的零点;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的最小值为 1, 求 a 的值.

21. (12 分) 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = x^2 - x + 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 记函数 $g(x) = f(x) - mx + 1$, 若函数 $g(x)$ 有 3 个零点, 求实数 m 的取值范围.

22. (10 分) 在直角坐标系 xOy 中, l 是过定点 $P(4, 2)$ 且倾斜角为 α 的直线; 在极坐标系 (以坐标原点 O 为极点, 以 x 轴非负半轴为极轴, 取相同单位长度) 中, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos \theta$.

(1) 写出直线 l 的参数方程, 并将曲线 C 的方程化为直角坐标方程;

(2) 若曲线 C 与直线 l 相交于不同的两点 M, N , 求 $|PM| + |PN|$ 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

由已知可得 $[1, +\infty)$ 的单调性, 再由 $f(2-x) = -f(x)$ 可得 $f(x)$ 对称性, 可求出 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 单调性, 即可求出结论.

【详解】

对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = -f(x)$,

因为函数 $f(x)$ 关于点 $(1,0)$ 对称,

当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = \sqrt{x-1}$ 是单调增函数,

所以 $f(x)$ 在定义域 R 上是单调增函数.

因为 $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, 所以 $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(-\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$,

$b < c < a$.

故选:A.

【点睛】

本题考查利用函数性质比较函数值的大小, 解题的关键要掌握函数对称性的代数形式, 属于中档题..

2、C

【解析】

化简复数为 $a+bi$ ($a, b \in R$) 的形式, 可以确定 z 对应的点位于的象限.

【详解】

解: 复数 $z = \frac{2-i}{i} = \frac{(2-i)i}{i^2} = -(2i-i^2) = -1-2i$

故复数 z 对应的坐标为 $(-1, -2)$ 位于第三象限

故选: C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的运算, 复数和复平面内点的对应关系, 属于基础题.

3、A

【解析】

画出“ $-1 \leq x+y \leq 1, -1 \leq x-y \leq 1, x^2+y^2 \leq 1$ ”所表示的平面区域, 即可进行判断.

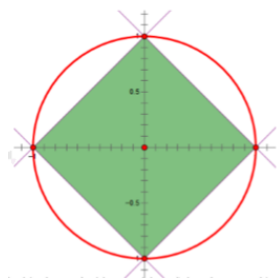
【详解】

如图, “ $-1 \leq x+y \leq 1$ 且 $-1 \leq x-y \leq 1$ ”表示的区域是如图所示的正方形,

记为集合 P , “ $x^2+y^2 \leq 1$ ”表示的区域是单位圆及其内部, 记为集合 Q ,

显然 P 是 Q 的真子集, 所以答案是充分非必要条件,

故选: A.



【点睛】

本题考查了不等式表示的平面区域问题,考查命题的充分条件和必要条件的判断,难度较易.

4、A

【解析】

设 $CA = CC_1 = 2CB = 2$, 延长 A_1B_1 至 D , 使得 $A_1B_1 = B_1D$, 连 BD, C_1D , 可证 $AB_1 \parallel BD$, 得到 $\angle C_1BD$ (或补角)

为所求的角, 分别求出 BC_1, AB_1, C_1D , 解 $\triangle C_1BD$ 即可.

【详解】

设 $CA = CC_1 = 2CB = 2$, 延长 A_1B_1 至 D , 使得 $A_1B_1 = B_1D$,

连 BD, C_1D , 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \parallel A_1B_1, AB = A_1B_1$,

$\therefore AB \parallel B_1D, AB = B_1D$, 四边形 $ABDB_1$ 为平行四边形,

$\therefore AB_1 \parallel BD$, $\therefore \angle C_1BD$ (或补角) 为直线 BC_1 与 AB_1 所成的角,

在 $Rt\triangle BCC_1$ 中, $BC_1 = \sqrt{CC_1^2 + BC^2} = \sqrt{5}$,

在 $Rt\triangle A_1B_1C_1$ 中, $A_1B_1 = \sqrt{A_1C_1^2 + B_1C_1^2} = \sqrt{5}, \cos \angle B_1A_1C_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

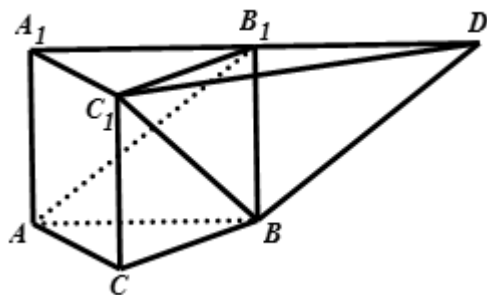
在 $\triangle A_1C_1D$ 中,

$$C_1D^2 = A_1C_1^2 + A_1D^2 - 2A_1C_1 \cdot A_1D \cos \angle B_1A_1C_1 = 4 + 20 - 16 = 8,$$

在 $Rt\triangle AA_1B_1$ 中, $AB_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1B_1^2} = 3, \therefore BD = AB_1 = 3$,

$$\text{在 } \triangle B_1C_1D \text{ 中, } \cos \angle C_1BD = \frac{BC_1^2 + BD^2 - C_1D^2}{2BC_1 \cdot BD} = \frac{5 + 9 - 8}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故选: A.



【点睛】

本题考查异面直线所成的角，要注意几何法求空间角的步骤“做”“证”“算”缺一不可，属于中档题.

5、B

【解析】

利用某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比计算即可.

【详解】

由题意， $30=1500 \times \frac{n}{1500+1000}$ ，解得 $n=50$.

故选：B.

【点睛】

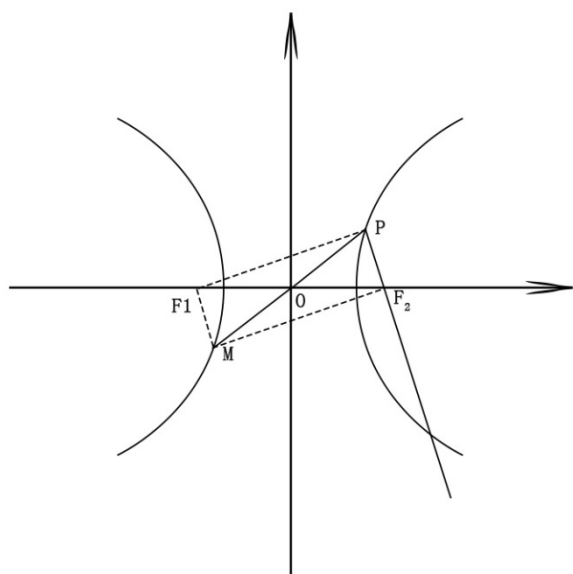
本题考查简单随机抽样中的分层抽样，某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比，本题是一道基础题.

6、D

【解析】

本道题结合双曲线的性质以及余弦定理，建立关于 a 与 c 的等式，计算离心率，即可.

【详解】



结合题意，绘图，结合双曲线性质可以得到 $PO=MO$ ，而 $F_1O = F_2O$ ，结合四边形对角线平分，可得四边形 PF_1MF_2 为平行四边形，结合 $\angle MF_2N = 60^\circ$ ，故 $\angle F_1MF_2 = 60^\circ$

对三角形 F_1MF_2 运用余弦定理，得到， $F_1M^2 + F_2M^2 - F_1F_2^2 = 2 \cdot MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos \angle F_1MF_2$

而结合 $|PF_1| = 3|PF_2|$ ，可得 $|MF_1| = a, |MF_2| = 3a$ ， $F_1F_2 = 2c$ ，代入上式子中，得到

$$a^2 + 9a^2 - 4c^2 = 3a^2, \text{ 结合离心率满足 } e = \frac{c}{a}, \text{ 即可得出 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{2}, \text{ 故选 D.}$$

【点睛】

本道题考查了余弦定理以及双曲线的性质，难度偏难.

7、B

【解析】

根据 $f(x)$ 为偶函数便可求出 $m=0$ ，从而 $f(x) = 2^{|x|} - 1$ ，根据此函数的奇偶性与单调性即可作出判断.

【详解】

解：∵ $f(x)$ 为偶函数；

$$\therefore f(-x) = f(x);$$

$$\therefore 2^{|-x-m|} - 1 = 2^{|x-m|} - 1;$$

$$\therefore |-x-m| = |x-m|;$$

$$(-x-m)^2 = (x-m)^2;$$

$$\therefore mx = 0;$$

$$\therefore m = 0;$$

$$\therefore f(x) = 2^{|x|} - 1;$$

$$\therefore f(x) \text{ 在 } [0, +\infty) \text{ 上单调递增，并且 } a = f(|\log_{0.5} 3|) = f(\log_2 3),$$

$$b = f(\log_2 5), c = f(2);$$

$$\therefore 0 < \log_2 3 < 2 < \log_2 5;$$

$$\therefore a < c < b.$$

故选 B.

【点睛】

本题考查偶函数的定义，指数函数的单调性，对于偶函数比较函数值大小的方法就是将自变量的值变到区间 $[0, +\infty)$ 上，根据单调性去比较函数值大小.

8、A

【解析】

根据幂函数的定义域与分母不为零列不等式组求解即可.

【详解】

因为函数 $y = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$, $\therefore \begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$,

解得 $x \geq \frac{3}{2}$ 且 $x \neq 3$;

$\therefore$ 函数 $y(x) = \sqrt{2x-3} + \frac{1}{x-3}$ 的定义域为 $[\frac{3}{2}, 3) \cup (3, +\infty)$, 故选 A.

【点睛】

定义域的三种类型及求法: (1) 已知函数的解析式, 则构造使解析式有意义的不等式(组)求解; (2) 对实际问题: 由实际意义及使解析式有意义构成的不等式(组)求解; (3) 若已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, 则函数 $y=f(f(x))$ 的定义域由不等式 $a \leq f(x) \leq b$ 求出.

9、D

【解析】

根据题意, 是一个等比数列模型, 设 $a_1 = 100, q = \frac{1}{10}, a_n = 0.1$, 由 $a_n = 0.1 = 100 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$, 解得 $n = 4$,

再求和.

【详解】

根据题意, 这是一个等比数列模型, 设 $a_1 = 100, q = \frac{1}{10}, a_n = 0.1$,

所以 $a_n = 0.1 = 100 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$,

解得 $n = 4$,

所以 $S_4 = \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{100\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^4\right)}{1-\frac{1}{10}} = \frac{10^4-1}{90}$.

故选: D

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/795011131332012003>