

2023-2024 学年安徽省肥东县圣泉中学高三下学期期末质量评估数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$ ，则 $f(f(-2)) =$ ()

- A. -1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

2. 新闻出版业不断推进供给侧结构性改革，深入推动优化升级和融合发展，持续提高优质出口产品供给，实现了行业的良性发展.下面是 2012 年至 2016 年我国新闻出版业和数字出版业营收增长情况，则下列说法错误的是 ()

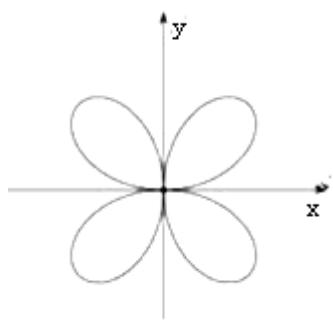


- A. 2012 年至 2016 年我国新闻出版业和数字出版业营收均逐年增加
- B. 2016 年我国数字出版业营收超过 2012 年我国数字出版业营收的 2 倍
- C. 2016 年我国新闻出版业营收超过 2012 年我国新闻出版业营收的 1.5 倍
- D. 2016 年我国数字出版营收占新闻出版营收的比例未超过三分之一

3. 数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，例如：四叶草曲线就是其中一种，其方程为 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$. 给出下列四个结论：

- ① 曲线 C 有四条对称轴；
- ② 曲线 C 上的点到原点的最大距离为 $\frac{1}{4}$ ；
- ③ 曲线 C 第一象限上任意一点作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形面积最大值为 $\frac{1}{8}$ ；
- ④ 四叶草面积小于 $\frac{\pi}{4}$.

其中，所有正确结论的序号是（ ）



- A. ①② B. ①③ C. ①③④ D. ①②④

4. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过 F_2 的直线交椭圆于 A, B 两点, 且 $\vec{AF_1} \cdot \vec{AF_2} = 0$,

$\vec{AF_2} = 2\vec{F_2B}$, 则椭圆 E 的离心率为()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

5. 某高中高三(1)班为了冲刺高考, 营造良好的学习氛围, 向班内同学征集书法作品贴在班内墙壁上, 小王, 小董, 小李各写了一幅书法作品, 分别是: “入班即静”, “天道酬勤”, “细节决定成败”, 为了弄清“天道酬勤”这一作品是谁写的, 班主任对三人进行了问话, 得到回复如下:

小王说: “入班即静”是我写的;

小董说: “天道酬勤”不是小王写的, 就是我写的;

小李说: “细节决定成败”不是我写的.

若三人的说法有且仅有一人是正确的, 则“入班即静”的书写者是()

- A. 小王或小李 B. 小王 C. 小董 D. 小李

6. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

7. 已知抛物线 $C: x^2 = 8y$, 点 P 为 C 上一点, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q , 又知点 $A(5, 2)$, 则 $|PQ| + |PA|$ 的最小值为()

- A. $\frac{13}{2}$ B. $4\sqrt{10} - 2$ C. 3 D. 5

8. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则双曲线的焦距为()

- A. $2\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 6 D. 8

9. 已知集合 $A=\{y|y=|x|-1, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|x\geq 2\}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $-3\in A$ B. $3\notin B$ C. $A\cap B=B$ D. $A\cup B=B$

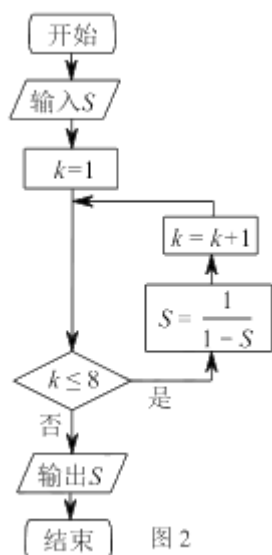
10. 设 F 为抛物线 $x=4y^2$ 的焦点, A, B, C 为抛物线上三点, 若 $\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}$, 则 $|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|+|\overrightarrow{FC}|=$ ().

- A. 9 B. 6 C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{16}$

11. 半径为 2 的球 O 内有一个内接正三棱柱, 则正三棱柱的侧面积的最大值为 ()

- A. $9\sqrt{3}$ B. $12\sqrt{3}$ C. $16\sqrt{3}$ D. $18\sqrt{3}$

12. 执行如图所示的程序框图, 当输出的 $S=2$ 时, 则输入的 S 的值为 ()



- A. -2 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_1+3a_2+\dots+3^{n-1}a_n=n$, 则 $S_4=$ _____

14. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 椭圆的焦距为 $2c$, 过 C 外一点 $P(c,2c)$ 作线段

PF_1, PF_2 分别交椭圆 C 于点 A, B , 若 $|PA|=|AF_1|$, 则 $\frac{|PF_2|}{|BF_2|}=$ _____.

15. 已知函数 $f(x)=\ln\frac{x-1}{1-ax}$ 为奇函数, 则 $a=$ _____.

16. 已知边长为 $4\sqrt{3}$ 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, 现沿对角线 BD 折起, 使得二面角 $A-BD-C$ 为 120° , 此时点 A, B, C, D 在同一个球面上, 则该球的表面积为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = xe^x + x^2 + ax + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $4x - 2y - 3 = 0$

(1) 求 a, b 的值;

(2) 证明: $f(x) > \ln x$.

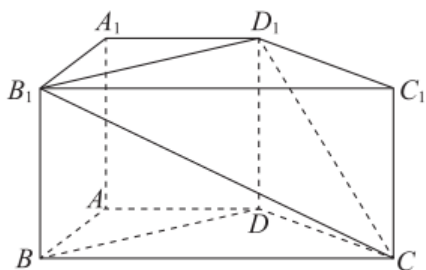
18. (12 分) 等差数列 $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$ 中, a_1, a_2, a_3 分别是下表第一、二、三行中的某一个数, 且其中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
第一行	5	8	2
第二行	4	3	12
第三行	16	6	9

(1) 请选择一个可能的 $\{a_1, a_2, a_3\}$ 组合, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 (1) 中您选择的 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 判断是否存在正整数 k , 使得 a_1, a_k, S_{k+2} 成等比数列, 若有, 请求出 k 的值; 若没有, 请说明理由.

19. (12 分) 如图, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 满足 $AD \parallel BC$, 且 $AB = AD = AA_1 = 2, BD = DC = 2\sqrt{2}$.



(I) 求证: $AB \perp$ 平面 ADD_1A_1 ;

(II) 求直线 AB 与平面 B_1CD_1 所成角的正弦值.

20. (12 分) 某调查机构为了了解某产品年产量 x (吨) 对价格 y (千克/吨) 和利润 z 的影响, 对近五年该产品的年产量和价格统计如下表:

x	1	2	3	4	5
-----	---	---	---	---	---

y	17.0	16.5	15.5	13.8	12.2
-----	------	------	------	------	------

(1) 求 y 关于 x 的线性回归方程 $y = \hat{b}x + \hat{a}$;

(2) 若每吨该产品的成本为 12 千元, 假设该产品可全部卖出, 预测当年产量为多少时, 年利润 w 取到最大值?

参考公式:
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

21. (12 分) 平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$. 直线 l 经过点 $P(m, 0)$, 且倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$, 以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系.

(1) 写出曲线 C 的极坐标方程与直线 l 的参数方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 且 $|PA| \cdot |PB| = 1$, 求实数 m 的值.

22. (10 分) 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \ln(x+1) - x^2 + ax + 2$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上为减函数, 求实数 a 的取值范围;

(2) 求证: 对 $(-1, +\infty)$ 上的任意两个实数 x_1, x_2 , 总有 $f\left(\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2\right) \geq \frac{1}{3}f(x_1) + \frac{2}{3}f(x_2)$ 成立.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

试题分析: $Q f(-2) = 2^{-2} = \frac{1}{4}$, $\therefore f(f(-2)) = f\left(\frac{1}{4}\right) = 1 - \sqrt{\frac{1}{4}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. 故 C 正确.

考点: 复合函数求值.

2、C

【解析】

通过图表所给数据, 逐个选项验证.

【详解】

根据图示数据可知选项 A 正确；对于选项 B： $1935.5 \times 2 = 3871 < 5720.9$ ，正确；对于选项 C：

$16635.3 \times 1.5 > 23595.8$ ，故 C 不正确；对于选项 D： $23595.8 \times \frac{1}{3} \approx 7865 > 5720.9$ ，正确.选 C.

【点睛】

本题主要考查柱状图是识别和数据分析，题目较为简单.

3、C

【解析】

①利用 x, y 之间的代换判断出对称轴的条数；②利用基本不等式求解出到原点的距离最大值；③将面积转化为 x, y 的关系式，然后根据基本不等式求解出最大值；④根据 x, y 满足的不等式判断出四叶草与对应圆的关系，从而判断出面积是否小于 $\frac{\pi}{4}$.

【详解】

①：当 x 变为 $-x$ 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 y 轴对称；

当 y 变为 $-y$ 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 x 轴对称；

当 y 变为 x 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 $y = x$ 轴对称；

当 y 变为 $-x$ 时， $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ 不变，所以四叶草图象关于 $y = -x$ 轴对称；

综上所述：有四条对称轴，故正确；

②：因为 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ ，所以 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2 \leq \left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)^2$ ，

所以 $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ ，所以 $\sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2}$ ，取等号时 $x^2 = y^2 = \frac{1}{8}$ ，

所以最大距离为 $\frac{1}{2}$ ，故错误；

③：设任意一点 $P(x, y)$ ，所以围成的矩形面积为 xy ，

因为 $(x^2 + y^2)^3 = x^2 y^2$ ，所以 $x^2 y^2 = (x^2 + y^2)^3 \geq (2xy)^3$ ，所以 $xy \leq \frac{1}{8}$ ，

取等号时 $x = y = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，所以围成矩形面积的最大值为 $\frac{1}{8}$ ，故正确；

④：由②可知 $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$ ，所以四叶草包含在圆 $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ 的内部，

因为圆的面积为： $S = \pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4}$ ，所以四叶草的面积小于 $\frac{\pi}{4}$ ，故正确.

故选：C.

【点睛】

本题考查曲线与方程的综合运用，其中涉及到曲线的对称性分析以及基本不等式的运用，难度较难.分析方程所表示曲线的对称性，可通过替换方程中 x, y 去分析证明.

4、C

【解析】

根据 $\overline{AF_2} = 2\overline{F_2B}$ 表示出线段长度，由勾股定理，解出每条线段的长度，再由勾股定理构造出 a, c 关系，求出离心率.

【详解】

$$\text{Q } \overline{AF_2} = 2\overline{F_2B}$$

设 $\overline{BF_2} = x$ ，则 $\overline{AF_2} = 2x$

由椭圆的定义，可以得到 $\overline{AF_1} = 2a - 2x, \overline{BF_1} = 2a - x$

$$\text{Q } \overline{AF_1} \cdot \overline{AF_2} = 0, \therefore \overline{AF_1} \perp \overline{AF_2}$$

在 $\text{Rt}\triangle AF_1B$ 中，有 $(2a - 2x)^2 + (3x)^2 = (2a - x)^2$ ，解得 $x = \frac{a}{3}$

$$\therefore \overline{AF_2} = \frac{2a}{3}, \overline{AF_1} = \frac{4a}{3}$$

在 $\text{Rt}\triangle AF_1F_2$ 中，有 $\left(\frac{4a}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2 = (2c)^2$

$$\text{整理得 } \frac{c^2}{a^2} = \frac{5}{9}, \therefore e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

故选 C 项.

【点睛】

本题考查几何法求椭圆离心率，是求椭圆离心率的一个常用方法，通过几何关系，构造出 a, c 关系，得到离心率.属于中档题.

5、D

【解析】

根据题意，分别假设一个正确，推理出与假设不矛盾，即可得出结论.

【详解】

解：由题意知，若只有小王的说法正确，则小王对应“入班即静”，

而否定小董说法后得出：小王对应“天道酬勤”，则矛盾；

若只有小董的说法正确，则小董对应“天道酬勤”，

否定小李的说法后得出：小李对应“细节决定成败”，
所以剩下小王对应“入班即静”，但与小王的错误的说法矛盾；
若小李的说法正确，则“细节决定成败”不是小李的，
则否定小董的说法得出：小王对应“天道酬勤”，
所以得出“细节决定成败”是小董的，剩下“入班即静”是小李的，符合题意.
所以“入班即静”的书写者是：小李.

故选：D.

【点睛】

本题考查推理证明的实际应用.

6、C

【解析】

分析：利用复数的除法运算法则：分子、分母同乘以分母的共轭复数，化简复数 z ，然后求解复数的模.

$$\text{详解： } z = \frac{1-i}{1+i} + 2i = \frac{(1-i)(1-i)}{(1-i)(1+i)} + 2i$$

$$= -i + 2i = i,$$

则 $|z|=1$ ，故选 c.

点睛：复数是高考中的必考知识，主要考查复数的概念及复数的运算. 要注意对实部、虚部的理解，掌握纯虚数、共轭复数这些重要概念，复数的运算主要考查除法运算，通过分母实数化转化为复数的乘法，运算时特别要注意多项式相乘后的化简，防止简单问题出错，造成不必要的失分.

7、C

【解析】

由 $|PQ|=|PF|-2$,再运用 P, F, A 三点共线时和最小，即可求解.

【详解】

$$|PQ|+|PA|=|PF|-2+|PA|\geq|FA|-2=5-2=3.$$

故选：C

【点睛】

本题考查抛物线的定义，合理转化是本题的关键，注意抛物线的性质的灵活运用，属于中档题.

8、A

【解析】

依题意可得 $b^2=4$ ，再根据离心率求出 a^2 ，即可求出 c ，从而得解；

【详解】

解：∵双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，

所以 $e^2 = 1 + \frac{4}{a^2} = 3$ ，∴ $a^2 = 2$ ，∴ $c = \sqrt{6}$ ，双曲线的焦距为 $2\sqrt{6}$ 。

故选：A

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，属于基础题。

9、C

【解析】

试题分析：集合 $A = \{y | y \geq -1\}$ ∴ $B \subseteq A$ ∴ $A \cap B = B$

考点：集合间的关系

10、C

【解析】

设 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $C(x_3, y_3)$ ，由 $\vec{FA} + \vec{FB} + \vec{FC} = \vec{0}$ 可得 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{16}$ ，利用定义将 $|\vec{FA}| + |\vec{FB}| + |\vec{FC}|$

用 x_1, x_2, x_3 表示即可。

【详解】

设 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $C(x_3, y_3)$ ，由 $\vec{FA} + \vec{FB} + \vec{FC} = \vec{0}$ 及 $F(\frac{1}{16}, 0)$ ，

得 $(x_1 - \frac{1}{16}, y_1) + (x_2 - \frac{1}{16}, y_2) + (x_3 - \frac{1}{16}, y_3) = (0, 0)$ ，故 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{16}$ ，

所以 $|\vec{FA}| + |\vec{FB}| + |\vec{FC}| = x_1 + \frac{1}{16} + x_2 + \frac{1}{16} + x_3 + \frac{1}{16} = \frac{3}{8}$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查利用抛物线定义求焦半径的问题，考查学生等价转化的能力，是一道容易题。

11、B

【解析】

设正三棱柱上下底面的中心分别为 O_1 ， O_2 ，底面边长与高分别为 x, h ，利用 $OA^2 = OO_2^2 + O_2A^2$ ，可得

$h^2 = 16 - \frac{4}{3}x^2$ ，进一步得到侧面积 $S = 3xh$ ，再利用基本不等式求最值即可。

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/795114341243011300>