

2023-2024 学年浙江省宁波市象山中学九年级（下）创新素养大讲堂数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

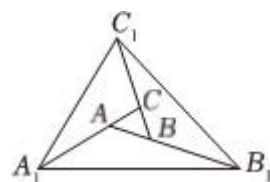
1. $(-1)^{2024}$ 是()

- A. 最大的负数 B. 最小的非负数 C. 绝对值最小的整数 D. 最小的正整数

2. 在代数式 xy^2 中， x 和 y 的值各减少 25%，则该代数式的值减少了()

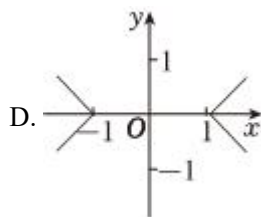
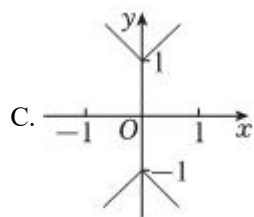
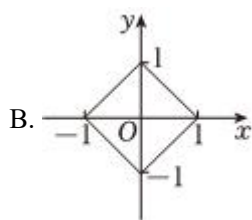
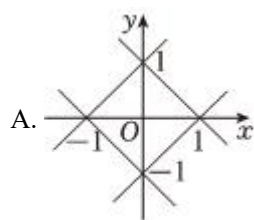
- A. 50% B. 75% C. $\frac{37}{64}$ D. $\frac{27}{64}$

3. 如图，把 $\triangle ABC$ 的各边延长 2 倍至 A_1, B_1, C_1 ，那么 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的面积()



- A. 4 倍 B. 7 倍 C. 19 倍 D. 20 倍

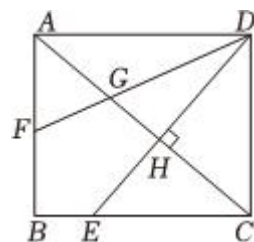
4. 满足式子 $|y| = |x| - 1$ 的图象形状大致是()



5. 已知 $a - b = 4$ ， $ab + c^2 + 4 = 0$ ，则 $a + b =$ ()

- A. 4 B. 0 C. 2 D. -2

6. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $DE \perp AC$ 于点 H ，交 BC 于点 E ， FD 平分 $\angle ADE$ 交 AC 于点 G 。若 F 是 AB 的中点，则 $\frac{CE}{BE}$ 的值是()



- A. 4
B. 3

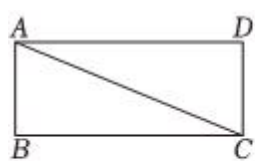
C. $\frac{7}{2}$

D. $2\sqrt{3}$

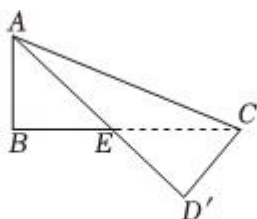
二、填空题：本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

7. 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{x-2} + \frac{t}{x+2} = 0$ 无解，则 t 的值是_____.

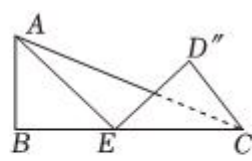
8. 将图①矩形纸片 $ABCD$ 沿 AC 折叠成图②，再沿 EC 折叠成图③，若图③中 $\angle D''CA = 30^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 的度数为_____.



图①



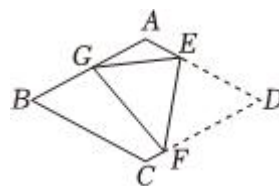
图②



图③

9. 如果 $x^2 - 3x + 1 = 0$ ，则 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2}$ 的值是_____.

10. 如图，在菱形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 1$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，将菱形纸片沿折痕 EF 翻折，使点 D 落在 AB 的中点 G 处，则 DE 的长为_____.



11. 在直角坐标系中，坐标轴上的动点 P 到定点 $A(6,9)$ ， $B(3,2)$ 的距离之和取最小值时，点 P 坐标是_____.

12. 反比例函数 $y = \frac{24}{x}$ 的图象上有两点 A ， B ，它们的横坐标分别是 4， t . 若 $\angle OAB$ 是锐角，则 t 的取值范围是_____.

三、解答题：本题共 5 小题，共 60 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

13. (本小题 10 分)

已知关于 x 的不等式 $(2a - b)x + a - 5b > 0$ 的解集为 $x < \frac{5}{2}$ ，求关于 x 的不等式 $ax + b < 0$ 的解集.

14. (本小题 10 分)

某公司准备每周 (按 120 个工时计算) 组装三种型号的无人机 360 台，组装这些无人机每台所需工时和每台产值如下表.

(1) 如果每周准备组装 100 台型号③无人机，那么每周应组装型号①、②无人机各几台？

(2) 若一周型号③无人机至少组装 20 台，一周产值记为 w ，求 w 的最大值.

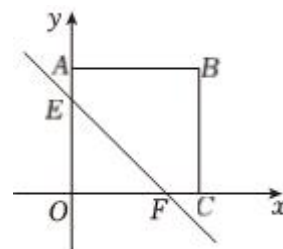
无人机型号	①	②	③
工时(个)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
产值(万元/台)	0.4	0.3	0.2

15. (本小题 12 分)

若一个三角形有一边上的中线与这边的长相等, 则称这个三角形为该边上的“中线三角形”. 在直角坐标系中, 正方形 $ABCO$ 的两直角边分别在坐标轴上, 点 B 的坐标是 $(2, 2)$.

(1) 在正方形 $ABCO$ 的边上找一点 P , 使得 $\triangle POC$ 是 OC 边上的“中线三角形”, 求点 P 的坐标.

(2) 直线 $y = -x + b$ 与正方形 $ABCO$ 的两边的交点为 E, F , $\triangle OEF$ 能否是“中线三角形”? 若能, 求该直线的函数表达式; 若不能, 试说明理由.



16. (本小题 14 分)

已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 3a (a > 0)$, 记该函数在 $m \leq x \leq n$ 上的最大值为 M , 最小值为 N . 已知 $M - N = 3$.

(1) 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, 求 a 的值.

(2) 当 $a = \frac{1}{2}$, $n = m + 1$ 时, 求 m 的值.

(3) 已知 $m = t + 2$, $n = 2t + 1 (t \text{ 为整数})$, 若 $\frac{M}{N}$ 为整数, 求 a 的值.

17. (本小题 14 分)

如图, 点 C 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 上一点, 过 AC 的中点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 H , 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 CF 与 AB 相交于点 D .

(1) 如图 1, 若 FC 也是 $\odot O$ 的直径, 已知 $AB = 6$, 求 AC 的长.

(2) 如图 2.

①求证: $AC = \sqrt{2}AF$;

②若 $AH:HD = 7:5$, 求 $\tan \angle EFC$ 的值.

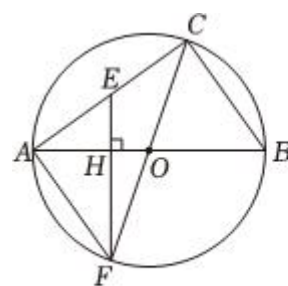


图1

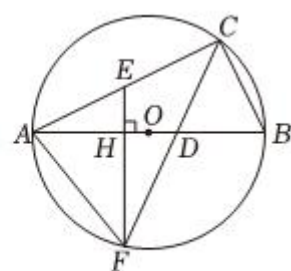


图2

答案和解析

1. 【答案】D

【解析】解： $\because (-1)^{2024} = 1$,

A、1 是正数，故本选项不符合题意；

B、最小的非负数为 0，故本选项不符合题意；

C、绝对值最小的整数为 0，故本选项不符合题意；

D、1 是最小的正整数，故本选项符合题意，

故选：D.

先计算出 $(-1)^{2024} = 1$ ，再逐项分析即可.

本题考查了有理数的乘方，有理数的分类，绝对值的意义，求 n 个相同因数积的运算，叫做乘方.

2. 【答案】C

【解析】解： $\because$ 在代数式 xy^2 中， x 和 y 的值各减少 25%，

$$\therefore \text{知 } x' = \frac{3}{4}x, \quad y' = \frac{3}{4}y,$$

$$\therefore x'(y')^2 = \left(\frac{3}{4}x\right) \times \left(\frac{3}{4}y\right)^2 = \frac{27}{64}xy^2,$$

$$\therefore \text{该代数式的值减少了 } \frac{37}{64}.$$

故选：C.

在代数式 xy^2 中， x 和 y 的值各减少 25%，则可知 $x' = \frac{3}{4}x$ ， $y' = \frac{3}{4}y$ ，所以有 $x'(y')^2 = \left(\frac{3}{4}x\right) \times \left(\frac{3}{4}y\right)^2 = \frac{27}{64}xy^2$ ，

则该代数式的值减少了 $\frac{37}{64}$.

本题为代数式求值题，比较基础，要认真读清题干，注意把握，确保得分.

3. 【答案】C

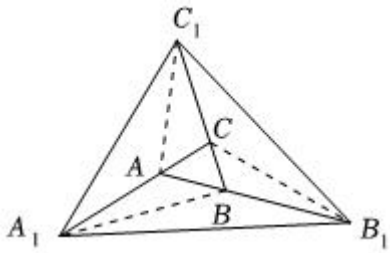
【解析】解：连接 AC_1 ， CB_1 ， BA_1 ，

$\because \triangle ABC$ 的各边延长 2 倍至 A_1 ， B_1 ， C_1 ，

$$\therefore S_{\triangle ABC_1} = 3S_{\triangle ABC}, \quad S_{\triangle BCA_1} = 3S_{\triangle ABC}, \quad S_{\triangle ACB_1} = 3S_{\triangle ABC}, \quad S_{\triangle A_1CC_1} = 2S_{\triangle A_1BC}, \quad S_{\triangle A_1AB_1} = 2S_{\triangle ACB_1},$$

$$S_{\triangle B_1CC_1} = 2S_{\triangle B_1BC},$$

$$\therefore S_{\triangle A_1B_1C_1} = 19S_{\triangle ABC},$$



故选：C.

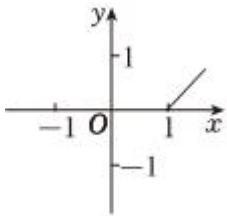
连接 AC_1 ， CB_1 ， BA_1 ，根据等底同高三角形面积比等于底边之比求解即可得到答案

本题考查等底同高三角形面积的关系，三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分.

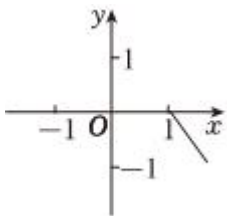
4.【答案】D

【解析】解：对于 $|y| = |x| - 1$ ：

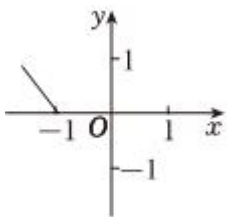
当 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ 时，函数图象如图所求，



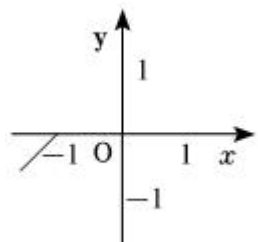
当 $x \geq 0$ ， $y \leq 0$ 时，函数图象如图所求，



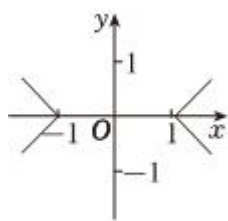
当 $x \leq 0$ ， $y \geq 0$ 时，函数图象如图所求，



当 $x \leq 0$ ， $y \leq 0$ 时，函数图象如图所求，



综上， $|y| = |x| - 1$ 的图象如图所示，



故选：D.

，根据 $x \geq 0, y \geq 0$ ， $x \geq 0, y \leq 0$ ， $x \leq 0, y \geq 0$ ， $x \leq 0, y \leq 0$ 四种情况画出图形即可得出结论.

本题主要考查函数图象，掌握绝对值意义是关键.

5. 【答案】B

【解析】解： $\because a - b = 4$ ，

$$\therefore a = b + 4,$$

代入 $ab + c^2 + 4 = 0$ ，可得 $(b + 4)b + c^2 + 4 = 0$ ，

$$(b + 2)^2 + c^2 = 0,$$

$$\therefore b = -2, c = 0,$$

$$\therefore a = b + 4 = 2.$$

$$\therefore a + b = 0.$$

故选：B.

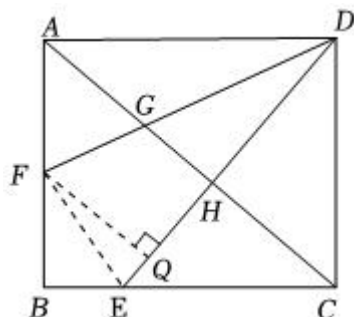
先将字母 b 表示字母 a ，代入 $ab + c^2 + 4 = 0$ ，转化为非负数和的形式，根据非负数的性质求出 a 、 b 、 c 的值，从而得到 $a + b$ 的值.

本题既考查了对因式分解方法的掌握，又考查了非负数的性质以及代数式求值的方法. 解题关键是将代数式转化为非负数和的形式.

6. 【答案】A

【解析】解：如图，连接 EF ，过 F 作 $FQ \perp DE$ 于 Q ， F 是 AB 的中点，

设 $AF = BF = a$ ， $BE = x$ ，



$\because$ 矩形 $ABCD$,

$$\therefore AD = BC, AB = CD = 2a, \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle BAD = 90^\circ,$$

$\because FD$ 平分 $\angle ADE$, $FQ \perp DE$,

$$\therefore AF = FQ = a = BF,$$

$$\because DF = DF, \angle FAD = \angle FQD = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle QDF,$$

$$\therefore AD = DQ, \angle AFD = \angle QFD,$$

同理可得: $\text{Rt}\triangle BFE \cong \text{Rt}\triangle QFE$,

$$\therefore BE = EQ, \angle BFE = \angle QFE,$$

$$\therefore \angle QFE + \angle QFD = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\because \angle QFD + \angle FDQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QFE = \angle QDF,$$

$$\therefore \tan \angle QFE = \tan \angle QDF, \text{ 即 } \frac{QE}{QF} = \frac{QF}{DQ},$$

$$\therefore DQ = \frac{a^2}{x} = AD = BC,$$

$$\therefore CE = \frac{a^2}{x} - x,$$

$\because DE \perp AC$,

$$\therefore \angle AHD = \angle ADC = 90^\circ = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle CAD + \angle ADH = 90^\circ = \angle ADH + \angle CDE,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CDE,$$

$$\therefore \tan \angle CAD = \tan \angle CDE, \text{ 即 } \frac{CD}{DA} = \frac{CE}{CD},$$

$$\therefore CD^2 = CE \cdot AD,$$

$$\therefore (2a)^2 = \left(\frac{a^2}{x} - x\right) \cdot \frac{a^2}{x},$$

$$\text{解得: } \frac{a^2}{x^2} = 5,$$

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{\frac{a^2}{x} - x}{x} = \frac{a^2}{x^2} - 1 = 5 - 1 = 4;$$

故选: A.

如图, 连接 EF , 过 F 作 $FQ \perp DE$ 于 Q , F 是 AB 的中点, 设 $AF = BF = a$, $BE = x$, 表示

$$DQ = \frac{a^2}{x} = AD = BC, \quad CE = \frac{a^2}{x} - x, \quad \text{证明 } CD^2 = CE \cdot AD, \quad \text{可得 } \frac{a^2}{x^2} = 5, \quad \text{从而可得答案.}$$

本题考查的是角平分线的性质，全等三角形的判定与性质，矩形的性质，锐角三角函数的应用，解题的关键是掌握相关知识的灵活运用.

7. 【答案】 -1 或 0

【解析】解：去分母，得 $x + 2 + t(x - 2) = 0$,

整理，得 $(t + 1)x = 2t - 2$,

当 $t = -1$ 时，整式方程无解；

当 $t \neq -1$ 时，分式方程有增根 $x = -2$ 或 $x = 2$.

当 $x = -2$ 时， $-2 + 2 + t(-2 - 2) = 0$,

解得 $t = 0$;

当 $x = 2$ 时， $2 + 2 + t(2 - 2) = 0$ ，此情况不存在，

综上， t 的值是 -1 或 0.

故答案为：-1 或 0.

分式方程无解有两种情况：(1) 原方程存在增根；(2) 原方程约去分母化为整式方程后，整式方程无解，据此解答即可.

本题考查了分式方程无解的情况. 掌握分式方程无解有两种情况是解题的关键.

8. 【答案】 70°

【解析】解：设 $\angle DAC = x$;

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD \parallel BC$, $\angle D = \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle ACB = x$,

根据折叠的性质，得 $\angle EAC = \angle DAC = \angle ACB = x$,

$\therefore \angle AEB = \angle CED' = \angle EAC + \angle ACB = 2x$, $\angle D = \angle D' = 90^\circ$,

$\therefore \angle ECD' = \angle ECD'' = 90^\circ - 2x = \angle ACB + \angle D''CA = x + 30^\circ$,

解得 $x = 20^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 20^\circ$, $\angle AEB = 2x = 40^\circ$,

$\therefore \angle BAE = 50^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle BAE + \angle ACB = 70^\circ$,

故答案为： 70° .

根据四边形 $ABCD$ 是矩形, 得到 $AD \parallel BC$, $\angle D = \angle B = 90^\circ$, 继而得到 $\angle DAC = \angle ACB = x$, 根据折叠的性质, 得 $\angle EAC = \angle DAC = \angle ACB = x$, 结合 $\angle AEB = \angle CED' = \angle EAC + \angle ACB = 2x$, $\angle D = \angle D' = 90^\circ$, 得到 $\angle ECD' = \angle ECD'' = 90^\circ - 2x = \angle ACB + \angle D''CA = x + 30^\circ$, 计算即可.

本题考查了折叠的性质, 三角形外角的性质, 直角三角形的特征量, 解答本题的关键是熟练掌握折叠的性质.

9. 【答案】 $\sqrt{5}$

【解析】解: 方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 中, 当 $x = 0$ 时, 方程左边为 $0 - 0 + 1 = 1 \neq 0$, 故 $x \neq 0$;

将方程两边同除以 x , 则有:

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, \text{ 即 } x + \frac{1}{x} = 3;$$

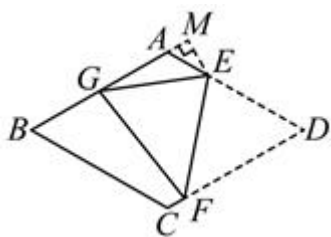
$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} - 4} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} \\ &= \sqrt{3^2 - 4} = \sqrt{5}. \end{aligned}$$

将二次根式的被开方数和一元二次方程同时进行化简, 最后都化成含 $x + \frac{1}{x}$ 的式子, 然后再将二次根式进行化简.

本题的难点在于需将一元二次方程和二次根式的被开方数同时进行变形, 形如 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的式子转化, 应该立刻联想到 $a^2 \pm 2 + \frac{1}{a^2} = \left(a \pm \frac{1}{a}\right)^2$ 的变形.

10. 【答案】 $\frac{7}{10}$

【解析】解: 设 $DE = x$, 由折叠的性质得: $DE = EG = x$, 作 $EM \perp AB$ 于 M , 如图所示:



$\because G$ 是 AB 中点,

$$\therefore AG = \frac{1}{2},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AB = 1$,

$$\therefore AD = AB = 1,$$

$$\therefore AE = 1 - x,$$

$$\because \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle MAE = 60^\circ$$

$$\because \angle MEA = 90^\circ - \angle MAE = 30^\circ, \quad ME \perp AB,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}(1-x), \quad ME = \sqrt{3}AM = \frac{\sqrt{3}}{2}(1-x),$$

$$\text{在 Rt}\triangle GME \text{ 中, } EG^2 = GM^2 + ME^2.$$

$$\therefore x^2 = (1 - \frac{1}{2}x)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{7}{10},$$

$$\text{由折叠的性质得: } DE = EG,$$

$$\text{答案为: } \frac{7}{10}.$$

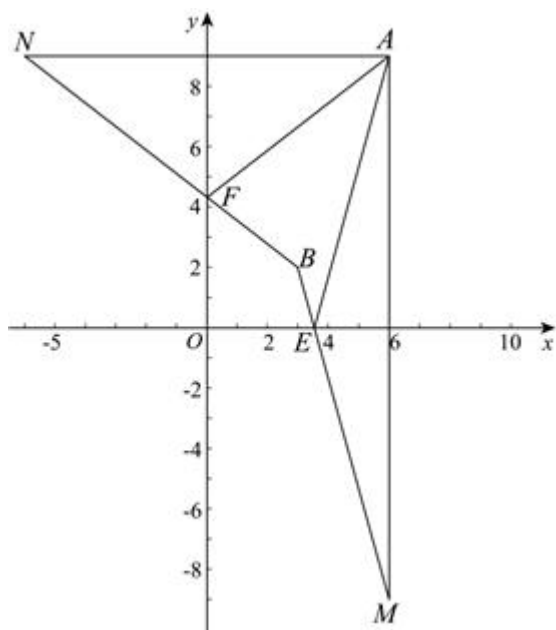
$$\text{设 } DE = x, \text{ 作 } EM \perp AD \text{ 于 } M, \text{ 由直角三角形的性质得出 } AM = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}(1-x),$$

$$ME = \sqrt{3}AM = \frac{\sqrt{3}}{2}(1-x), \text{ 由在 Rt}\triangle GME \text{ 中, 由勾股定理得出 } EG^2 = GM^2 + ME^2, \text{ 解得 } EG = \frac{7}{10} \text{ 即可.}$$

本题考查了折叠问题, 掌握菱形的性质, 勾股定理, 直角三角形的性质等知识是解题的关键.

$$11. \text{【答案】} (\frac{39}{11}, 0) \text{ 或 } (0, \frac{13}{3})$$

【解析】解: 作点 $A(6, 9)$ 关于 y 轴的对称点 $N(-6, 9)$, 连接 BN , 交 y 轴于点 F , 此时满足距离和最小, 设直线 BN 的解析式为 $y = kx + b$, 根据题意, 得:



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/795213223302011222>