

专题 01 集合与常用逻辑用语

目录

题型一：集合

易错点 01 忽视集合中元素的互异性

易错点 02 未弄清集合的代表元素

易错点 03 遗忘空集

题型二 常用逻辑用语

易错点 04 判断充分性必要性位置颠倒

易错点 05 由命题的真假求参数的取值范围

题型一：集合

易错点 01：忽视集合中元素的互异性



易错陷阱与避错攻略

典例 (24-25 高三上·云南·期中) 已知集合 $A = \{1, 3, a^2\}$, $B = \{1, a+2\}$, 若 $A \cap B = B$, 则 $a \in$ ()

A. $\{2\}$

B. $\{1, -2\}$

C. $\{-1, 2\}$

D. $\{-1, 1, 2\}$

【答案】A

【分析】利用子集关系来求解参数，最后要检验元素的互异性.

【详解】因为 $A \cap B = B$, 所以 $B \subseteq A$, 由 $A = \{1, 3, a^2\}$, $B = \{1, a+2\}$,

所以 $a+2=3$ 或 $a+2=a^2$, 解得 $a=2$ 或 -1 或 1 ,

经检验集合中元素的互异性, 把 $a=1$ 或 -1 舍去, 所以 $a \in \{2\}$.

故选: A.

【易错剖析】

本题易忽略集合元素的互异性而错选 D.

【避错攻略】

类型 1 集合与元素关系的判断

(1) 直接法: 集合中的元素是直接给出的.

若 $a = -1$, $A = \{-1, 1\}$, 从而 $A \cup B = \{-1, 1, 4\}$,

所以 $A \cup B$ 中所有元素之和为 4,

故选: C.

3. (2024·内蒙古呼伦贝尔·二模) 已知集合 $A = \{1, a\}$, $B = \{2, a^2\}$, 若 $A \cup B$ 中恰有三个元素, 则由 a 的取值组成的集合为 ()

- A. $\{0\}$ B. $\{-1, 2\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, -1, 2\}$

【答案】D

【分析】 $A \cup B$ 中恰有三个元素, 则两集合中有一个相同元素, 分类讨论列方程求解并检验即可.

【详解】 因为 $A \cup B$ 中恰有三个元素, 所以 $a = 2$ 或 $a = a^2$ 或 $1 = a^2$,

结合集合中元素的互异性, 解得 $a = 2$ 或 $a = 0$ 或 $a = 1$ (舍去) 或 $a = -1$.

故选: D.

易错题通关

1. (2024·全国·模拟预测) 已知集合 $A = \{1, 16, 8a\}$, $B = \{1, a^4\}$, 则满足 $A \cap B = B$ 的实数 a 的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】B

【分析】 根据集合运算得集合关系, 结合集合元素的性质分类讨论求解即可.

【详解】 依题意, $B \subseteq A$, 若 $a^4 = 16$, 解得 $a = -2$ ($a = 2$ 时不满足集合的互异性, 舍去),

若 $a^4 = 8a$, 解得 $a = 0$ ($a = 2$ 时不满足集合的互异性, 舍去),

综上所述, $a = 0$ 或 $a = -2$.

故选: B

2. (2025 高三·全国·专题练习) 已知集合 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$, 且 $2 \in A$, 则实数 m 为 ()

- A. 2 B. 3 C. 0 或 3 D. 0, 2, 3

【答案】B

【分析】 由题意可得 $m = 2$ 或 $m^2 - 3m + 2 = 2$, 分类讨论, 结合集合元素的互异性, 即可求得答案.

【详解】 因为 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$ 且 $2 \in A$,

所以 $m = 2$ 或 $m^2 - 3m + 2 = 2$,

①若 $m = 2$, 此时 $m^2 - 3m + 2 = 0$, 不满足元素的互异性;

②若 $m^2 - 3m + 2 = 2$ ，解得 $m = 0$ 或 3 ，

当 $m = 0$ 时不满足元素的互异性，当 $m = 3$ 时， $A = \{0, 3, 2\}$ 符合题意。

综上所述， $m = 3$ 。

故选：B

3. (2024·四川攀枝花·二模) 已知集合 $A = \{1, a^2\}$, $B = \{1, 4, a\}$ ，若 $A \subseteq B$ ，则实数 a 组成的集合为 ()

- A. $\{-2, -1, 0, 2\}$ B. $\{-2, 2\}$ C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$

【答案】D

【分析】根据题意分 $a^2 = 4$ 和 $a^2 = a$ 两种情况运算求解，注意集合的互异性。

【详解】 $A \subseteq B$ ，则有 $\begin{cases} a^2 = 4 \\ a \neq 1 \\ a \neq 4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a^2 = a \\ a \neq 1 \\ a \neq 4 \end{cases}$ ，解得 $a = 2$ 或 $a = -2$ 或 $a = 0$ ，

实数 a 组成的集合为 $\{-2, 0, 2\}$ 。

故选：D

4. (23-24 高三上·全国·阶段练习) 已知 $m \in \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{m, -1, 2\}$ ， $B = \{a^2 \mid a \in A\}$ ，若 $C = A \cup B$ ，且 C 的所有元素和为 12，则 $m =$ ()

- A. -3 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】A

【分析】先确定集合 B 中可能的元素，根据两集合中元素的和求出 m 的值，再根据集合中元素的互异性取值。

【详解】集合 B 中的元素可能为： m^2 ，1，4

因为 $m \neq -1$ ， $m \neq 2$ 。

若 $m = 1$ ，则 $A = \{1, -1, 2\}$ ， $B = \{1, 4\}$ ，则 $C = \{1, -1, 2, 4\}$ ，元素和不为 12；

若 $m = -2$ ，则 $A = \{-2, -1, 2\}$ ， $B = \{1, 4\}$ ，则 $C = \{-2, -1, 2, 4\}$ ，元素和不为 12；

当 $m \neq \pm 1, \pm 2$ 时， $C = \{m, -1, 2, m^2, 1, 4\}$ ，因为 C 中所有的元素和为 12，

所以 $m^2 + m = 6$ ，解得 $m = -3$ 或 $m = 2$ (舍去)。

综上： $m = -3$ 。

故选：A

5. 已知 $a \in \mathbf{R}$ ， $b \in \mathbf{R}$ ，若集合 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a - b, 0\}$ ，则 $a^{2019} + b^{2020}$ 的值为 ()

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

【答案】 B

【分析】 结合已知条件，利用集合的互异性即可求解.

【详解】 ∵ 集合 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a-b, 0\}$ ，分母 $a \neq 0$ ，

∴ $b=0$ ， $a^2=1$ ，且 $a^2 \neq a-b=a$ ，解得 $a=-1$ ，

∴ $a^{2019} + b^{2020} = -1$.

故选：B.

6. (24-25 高三上·四川成都·期中) 已知集合 $A = \{1, a+2\}$, $B = \{a^2, 1, 3\}$ ，若对 $\forall x \in A$, 都有 $x \in B$ ，则 a 为 ()

A. 1

B. -1

C. 2

D. 1 或 2

【答案】 C

【分析】 得到 $A \subseteq B$ ，分 $a+2 = a^2$ 和 $a+2 = 3$ 两种情况，求出 a ，舍去不合要求的解，得到答案.

【详解】 由题意得 $A \subseteq B$ ，

当 $a+2 = a^2$ 时，解得 $a = 2$ 或 -1 ，

当 $a = 2$ 时， $B = \{4, 1, 3\}$ 满足要求，

当 $a = -1$ 时， $a+2 = 1$ ， $a^2 = 1$ ， A ， B 中元素均与互异性矛盾，舍去，

当 $a+2 = 3$ 时， $a = 1$ ，此时 $a^2 = 1$ ， B 中元素与互异性矛盾，舍去，

综上， $a = 2$.

故选：C

7. 已知 x 为实数， $A = \{2, x, x^2\}$ ，集合 A 中有一个元素恰为另一个元素的 2 倍，则实数 x 的个数为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】 B

【分析】 由题意分情况讨论并判断即可.

【详解】 由题意：

当 $2 = 2x$ 时， $x = 1$ ，此时集合 $A = \{2, 1, 1\}$ ，不成立；

当 $2 = 2x^2$ 时， $x = \pm 1$ ， $x = 1$ 时不成立， $x = -1$ 时，集合 $A = \{2, -1, 1\}$ ，成立；

当 $x = 2 \times 2 = 4$ 时，集合 $A = \{2, 4, 16\}$ ，成立；

当 $x = 2x^2$ 时, $x = 0$ 或 $x = \frac{1}{2}$, $x = 0$ 时集合 $A = \{2, 0, 0\}$, 不成立, $x = \frac{1}{2}$ 时集合 $A = \left\{2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right\}$, 成立;

当 $x^2 = 2 \times 2$ 时, $x = \pm 2$, $x = 2$ 时集合 $A = \{2, 2, 4\}$, 不成立, $x = -2$ 时集合 $A = \{2, -2, 4\}$, 成立;

当 $x^2 = 2x$ 时, $x = 0$ 或 $x = 2$, $x = 0$ 时集合 $A = \{2, 0, 0\}$, 不成立, $x = 2$ 时不成立;

故 $x \in \left\{-2, -1, \frac{1}{2}, 4\right\}$,

故选: B.

8. (2024·贵州·模拟预测) 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 3, x \in \mathbb{N}\}$, $B = \{2m-1, m, m^2\}$, $C = \{3, m, 3m-2\}$, 若 $B = C$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为 ()

A. 2

B. 4

C. 7

D. 8

【答案】B

【分析】 本题根据 B, C 两集合相等, 则元素相同, 然后分类讨论求出参数 m , 进而求出两个集合, 再求集合 A, B 的交集, 然后可求子集的个数.

【详解】 由题意得, $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 又集合 $B = C$,

若 $2m-1=3$, 则 $m=2$, 此时 $B = \{2, 3, 4\}$,

则 $A \cap B = \{2, 3\}$, 故 $A \cap B$ 子集个数为 $2^2 = 4$;

若 $2m-1=m$, 则 $m=1$, 此时显然 B, C 集合不成立, 舍去;

若 $2m-1=3m-2$, $m=1$, 同理舍去.

综上得: $m=2$ 时, $A \cap B$ 子集个数为 4 个;

故选: B.

9. (多选) (24-25 高三上·江西新余·阶段练习) 若集合 $A = \{a^2 + 2a, 3a + 2, 8\}$, 则实数 a 的取值可以是 ()

A. 2

B. 3

C. -4

D. 5

【答案】BD

【分析】 根据集合中元素的互异性求解.

【详解】 集合 $A = \{a^2 + 2a, 3a + 2, 8\}$, 则 $a^2 + 2a \neq 8, 3a + 2 \neq 8, a^2 + 2a \neq 3a + 2$,

解得 $a \neq -4, a \neq 2, a \neq -1$, 可知 BD 符合题意,

故选: BD.

10. (多选) (23-24 高三上·福建宁德·期中) 设集合 $M = \{3, 9, 3x\}$, $N = \{3, x^2\}$, 且 $N \subseteq M$, 则 x

的值可以为 ()

A. -3

B. 3

C. 0

D. 1

【答案】 AC

【分析】由子集的概念解出 x ，并注意验证集合间元素是否满足互异性.

【详解】因为 $N \subseteq M$ ，所以 $x^2 = 9$ 或 $x^2 = 3x$ ，解得 $x = \pm 3$ 或 $x = 0$.

当 $x = 3$ 时， $3x = 9$ ，集合 M 中的元素不满足互异性，故舍去.

当 $x = -3$ 时，符合题意.

当 $x = 0$ 时，也符合题意.

故选：AC.

11. (2024·安徽·三模) 已知集合 $A = \{\lambda, 2, -1\}$, $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$ ，若 $A \cup B$ 的所有元素之和为 12，则实数 $\lambda =$ _____.

【答案】 -3

【分析】分类讨论 λ 是否为 1, -2，进而可得集合 B ，结合题意分析求解.

【详解】由题意可知： $\lambda \neq -1$ 且 $\lambda \neq 2$ ，

当 $x = \lambda$ ，则 $y = \lambda^2$ ；当 $x = 2$ ，则 $y = 4$ ；当 $x = -1$ ，则 $y = 1$ ；

若 $\lambda = 1$ ，则 $B = \{1, 4\}$ ，此时 $A \cup B$ 的所有元素之和为 6，不符合题意，舍去；

若 $\lambda = -2$ ，则 $B = \{1, 4\}$ ，此时 $A \cup B$ 的所有元素之和为 4，不符合题意，舍去；

若 $\lambda \neq 1$ 且 $\lambda \neq -2$ ，则 $B = \{1, 4, \lambda^2\}$ ，故 $\lambda^2 + \lambda + 6 = 12$ ，解得 $\lambda = -3$ 或 $\lambda = 2$ (舍去)；

综上所述： $\lambda = -3$.

故答案为：-3.

易错点 02：未弄清集合的代表元素



易错陷阱与避错攻略

典例 (2024·湖南衡阳·一模) 已知集合 $A = \{y \mid y = \lg(x^2 - x - 2)\}$ ， $B = \{x \mid y = \sqrt{x^2 - x + 2}\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

A. $(-1, 2)$

B. $[\frac{3}{2}, +\infty)$

C. $(0, +\infty)$

D. \mathbb{R}

【答案】 D

【分析】根据对数型函数求值域得 A ，根据二次函数求得函数定义域得 B ，根据交集运算得解.

【详解】 $A = \{y \mid y = \lg(x^2 - x - 2)\}$ 为函数 $y = \lg(x^2 - x - 2)$ 的值域，

令 $t = x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$ 或 $x < -1$ ， $t \in (0, +\infty) \Rightarrow y = \lg t \Rightarrow y \in \mathbf{R}$ ，

$B = \{x \mid y = \sqrt{x^2 - x + 2}\}$ 为函数 $y = \sqrt{x^2 - x + 2}$ 的定义域，

即 $y = \sqrt{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}}$ ，因为 $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}$ ，所以函数 $y = \sqrt{x^2 - x + 2}$ 定义域为 \mathbf{R} ，

故 $A \cap B = \mathbf{R}$ ，

故选：D.

【易错剖析】

本题易忽略集合的代表元素，没有注意到集合 A 表示的是函数的值域，而集合 B 表示的是函数的定义域而出错.

【避错攻略】

在进行集合间运算时，常用的方法为列举法和赋值法：

方法 1 列举法

列举法就是通过枚举集合中的所有元素，然后根据集合基本运算的定义求解的方法。

【具体步骤】

第一步：定元素，确定已知集合中的所有元素，利用列举法或画数轴写出所有元素或范围；

第二步：定运算，利用常见不等式或等式解未知集合；

第三步：定结果。

方法二：赋值法

高考对集合的基本运算的考查以选择题为主，所以我们可以利用特值法解题，即根据选项之间的明显差异，选择一些特殊元素进行检验排除，从而得到正确选项。

【具体步骤】

第一步：辨差异，分析各选项，辨别各选项的差异；

第二步：定特殊，根据选项的差异，选定一些特殊的元素；

第三步：验排除，将特殊的元素代入进行验证，排除干扰项；

第四步：定结果，根据排除的结果确定正确的选项。

易错提醒：在进行集合的运算时，一定要先观察集合的代表元素，因为代表元素决定了集合的性质，通过集合的代表运算可以确定集合是数集还是点集、代表元素是实数还是整数，另外在进行补集运算时，一定要注意全集的性质，不要想当然的认为是 \mathbf{R} 。

举一反三

1. (24-25 高三上·黑龙江哈尔滨·期中) 已知集合 $M = \{y \mid y = x^2 - 2x - 2\}$, $N = \left\{x \mid y = \frac{2}{\sqrt{1-x}}\right\}$, 则 $M \cap N =$ ()
- A. $[-3, 1)$ B. $[-1, 1)$ C. $(1, 3)$ D. $[1, 4]$

【答案】 A

【分析】 先化简集合 M, N , 再利用交集定义即可求得 $M \cap N$.

【详解】 $M = \{y \mid y = x^2 - 2x - 2\} = \{y \mid y = (x-1)^2 - 3\} = \{y \mid y \geq -3\}$

$$N = \left\{x \mid y = \frac{2}{\sqrt{1-x}}\right\} = \{x \mid 1-x > 0\} = \{x \mid x < 1\}$$

$$\text{故 } M \cap N = \{y \mid y \geq -3\} \cap \{x \mid x < 1\} = [-3, 1)$$

故选: A

2. (24-25 高三上·江苏盐城·期中) 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. A B. B C. \emptyset D. \mathbf{R}

【答案】 C

【分析】 根据题意可知集合 B 表示点集, 而集合 A 表示数集, 即可根据交集的定义求解.

【详解】 由 $B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\}$ 可得 $B = \{(-1, 1), (-1, -1), (1, -1), (1, 1)\}$,

$$\text{故 } A \cap B = \emptyset,$$

故选: C

3. (24-25 高三上·山东·期中) 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2x \in A\}$, 则 $\partial_A B =$ ()
- A. $\{1, 3, 6\}$ B. $\{3, 4, 6\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{4, 5, 6\}$

【答案】 D

【分析】 由补集定义可得答案.

【详解】 因为 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2x \in A\}$,

$$\text{所以 } B = \{1, 2, 3\}, \partial_A B = \{4, 5, 6\}.$$

故选: D.

4. (24-25 高三上·浙江·阶段练习) 已知集合 $M = \left\{ (x, y) \mid y = 1 - \frac{x}{2} \right\}$, $N = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \right\}$, 则 $M \cap N$ 的元

素个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 无数

【答案】C

【分析】 根据集合的元素类型, 列方程组求解集即可得元素个数.

【详解】 因为集合 $M = \left\{ (x, y) \mid y = 1 - \frac{x}{2} \right\}$, $N = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \right\}$,

$$\text{则联立} \begin{cases} y = 1 - \frac{x}{2} \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases},$$

故 $M \cap N = \{(0, 1), (2, 0)\}$, 集合中有 2 个元素.

5. (24-25 高三上·安徽合肥·阶段练习) 已知集合 $A = \{x \mid y = \log_3(x^2 - 1)\}$, 集合 $B = \{y \mid y = 3^{-x}\}$, 则 $A \cap B =$

()

- A. (0, 1) B. (1, 2) C. (1, +∞) D. (2, +∞)

【答案】C

【分析】 根据题意, 将集合 A, B 化简, 再结合交集的运算, 即可得到结果.

【详解】 $A = \{x \mid y = \log_3(x^2 - 1)\} = \{x \mid x^2 - 1 > 0\} = \{x \mid x > 1 \text{ 或 } x < -1\}$,

$B = \{y \mid y = 3^{-x}\} = \{y \mid y > 0\}$, 所以 $A \cap B = (1, +\infty)$,

故选: C

6. (24-25 高三上·广东东莞·阶段练习) 设 $A = \{(x, y) \mid y = x^2 - x\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{(0, 0), (2, 2)\}$ B. $\{(0, 0)\}$ C. $\{(2, 2)\}$ D. \emptyset

【答案】A

【分析】 联立集合 A 与集合 B 的方程组, 解方程组可得答案.

【详解】 根据题意知联立集合 A 与集合 B 方程组得 $\begin{cases} y = x^2 - x \\ y = x \end{cases}$,

解之可得 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$, 所以 $A \cap B = \{(0, 0), (2, 2)\}$.

故选：A

7. (24-25 高三上·山东济宁·期中) 已知集合 $P = \{x | y = \sqrt{x^2 - 1}\}$, $Q = \{y | y = \sqrt{x^2 - 1}\}$, 则 $P \cap (\complement_{\mathbb{R}} Q) = ()$

- A. \emptyset B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, -1]$

【答案】D

【分析】首先根据偶次方根的被开方数非负求出集合 P , 再求出集合 Q , 最后根据集合的运算法则计算可得.

【详解】由 $y = \sqrt{x^2 - 1}$ 可得 $x^2 - 1 \geq 0$, 解得 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$,

所以 $P = \{x | y = \sqrt{x^2 - 1}\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$,

又 $x^2 - 1 \geq 0$, 则 $y = \sqrt{x^2 - 1} \geq 0$, 所以 $Q = \{y | y = \sqrt{x^2 - 1}\} = [0, +\infty)$,

所以 $\complement_{\mathbb{R}} Q = (-\infty, 0)$, 所以 $P \cap (\complement_{\mathbb{R}} Q) = (-\infty, -1]$.

故选：D.

易错点 03: 遗忘空集



易错陷阱与避错攻略

典例 (24-25 高一上·重庆万州·期中) 已知集合 $A = \{x | x > 5\}$, $B = \{x | 5a - 1 < x < a + 11\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, -6]$ B. $[\frac{6}{5}, +\infty)$ C. $[\frac{6}{5}, 3)$ D. $[3, +\infty)$

【答案】B

【分析】由并集的定义可知 $A \cup B = A$ 得到 $B \subseteq A$, 讨论集合 B 是否为空集, 得到对应的参数 a 的范围, 再求并集得到结果.

【详解】因为 $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$.

若 $B = \emptyset$, 则 $5a - 1 \geq a + 11$, 即 $a \geq 3$;

若 $B \neq \emptyset$, 则 $\begin{cases} a < 3 \\ 5a - 1 \geq 5 \end{cases}$ 解得 $\frac{6}{5} \leq a < 3$.

综上所述, a 的取值范围是 $[\frac{6}{5}, +\infty)$.

故选：B

【易错剖析】

因为空集是任何集合的子集，根据包含关系求参数时一定要分析集合为空集的情况，本题易忽略对 $B = \emptyset$ 的讨论而错选 C.

【避错攻略】

1. 当已知 $A \subseteq B, A \cap B = \emptyset$ 求参数时，一定要分析集合为空集的情况；
2. 若集合为不等式的解集，往往借助于数轴进行分析；

【具体步骤】

第一步：化简，化简所给集合；

第二步：画图，用数轴表示所给集合；

第三步：列示，根据集合端点间关系列出不等式(组)；

第四步：求解，解出不等式(组的解)；

第五步：检验，通过返回代入验证端点是否能够取到.

3. 若集合为正整数集或抽象集合，可借助于韦恩图分析，若集合是点集，可借助于曲线的图像分析.

易错提醒：已知集合关系求参数时，除去要分析空集的情况，还一定要分析端点值能否取得，可采用代入检验的方法加以区分，避免出错.

举一反三

1. 集合 $A = \{x | 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\}$, 若 $B = A \cap B$, 则实数 a 的取值集合为 ()

- A. $\{-1, -4\}$ B. $\{0, -1, -4\}$ C. $\{1, 4\}$ D. $\{0, 1, 4\}$

【答案】D

【解析】首先求出集合 A，依题意可得 $B \subseteq A$ ，再分 $B = \emptyset$ 、 $B = \{2\}$ 、 $B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ 三种情况讨论

因为 $A = \{x | 2x^2 - 5x + 2 = 0\} = \left\{2, \frac{1}{2}\right\}$, $B = A \cap B$, 所以 $B \subseteq A$, 又 $B = \{x | ax - 2 = 0\}$

当 $B = \emptyset$, 则 $a = 0$, 当 $B = \{2\}$, 即 $2a - 2 = 0$, 解得 $a = 1$, 当 $B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 即 $\frac{1}{2}a - 2 = 0$, 解得 $a = 4$, 综上所述可得实数 a 的取值集合为 $\{0, 1, 4\}$, 故选: D

2. 设集合 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m - 6 \leq x < 2m - 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围为

()

- A. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ B. $(11, +\infty)$ C. $\left[-\frac{1}{2}, 11\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (11, +\infty)$

【答案】D

【解析】结合 B 是否为空集进行分类讨论可求 m 的范围

当 $B = \emptyset$ 时, $A \cap B = \emptyset$, 则 $m - 6 \geq 2m - 1$, 即 $m \leq -5$

当 $B \neq \emptyset$ 时, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $\begin{cases} m - 6 < 2m - 1 \\ 2m - 1 \leq -2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m - 6 < 2m - 1 \\ m - 6 > 5 \end{cases}$

解得 $-5 < m \leq -\frac{1}{2}$ 或 $m > 11$, 综上, 实数 m 的取值范围为 $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (11, +\infty)$

故选: D

3. (24-25 高三上·贵州贵阳·阶段练习) 设集合 $P = \{x | -2 < x < 3\}$, $Q = \{x | 3a < x \leq a + 1\}$.

(1) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 求 a 的取值范围.

(2) 若 $P \cup Q = P$, 求 a 的取值范围.

【答案】 (1) $(-\infty, -3] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

(2) $\left[-\frac{2}{3}, +\infty\right)$

【分析】 (1) 根据题意, 分 $Q = \emptyset$ 和 $Q \neq \emptyset$ 两种情况进行讨论, 结合 $P \cap Q = \emptyset$, 列出不等式, 即可求解;

(2) 根据题意, 分 $Q = \emptyset$ 和 $Q \neq \emptyset$ 两种情况进行讨论, 结合 $P \cup Q = P$, 列出不等式, 即可求解;

【详解】 (1) 解: 由集合 $P = \{x | -2 < x < 3\}$, 且 $Q = \{x | 3a < x \leq a + 1\}$

因为 $P \cap Q = \emptyset$, 可分 $Q = \emptyset$ 和 $Q \neq \emptyset$ 两种情况进行讨论:

当 $Q = \emptyset$ 时, 可得 $3a \geq a + 1$, 解得 $a \geq \frac{1}{2}$, 此时满足 $P \cap Q = \emptyset$;

当 $Q \neq \emptyset$, 因为 $P \cap Q = \emptyset$, 则满足 $\begin{cases} 3a < a + 1 \\ a + 1 \leq -2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 3a < a + 1 \\ 3a \geq 3 \end{cases}$, 解得 $a \leq -3$,

综上所述, 实数 a 的取值范围为 $(-\infty, -3] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

(2) 解: 由集合 $P = \{x | -2 < x < 3\}$, 且 $Q = \{x | 3a < x \leq a + 1\}$,

因为 $P \cup Q = P$, 可分 $Q = \emptyset$ 和 $Q \neq \emptyset$ 两种情况进行讨论:

当 $Q = \emptyset$ 时, 可得 $3a \geq a + 1$, 解得 $a \geq \frac{1}{2}$, 此时满足 $P \cup Q = P$;

当 $Q \neq \emptyset$, 因为 $P \cup Q = P$, 则满足 $\begin{cases} 3a < a + 1 \\ a + 1 < 3 \\ 3a \geq -2 \end{cases}$, 解得 $-\frac{2}{3} \leq a < \frac{1}{2}$,

综上所述, 实数 a 的取值范围为 $\left[-\frac{2}{3}, +\infty\right)$.



易错题通关

1. (2024·河南·模拟预测) 已知集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < a\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(1, 2]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[2, +\infty)$

【答案】C

【分析】由集合的包含关系, 对集合 B 是否是空集分类讨论即可求解.

【详解】集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < a\}$, 若 $B \subseteq A$,

则若 $a \leq 1$, 则 $B = \emptyset \subseteq A$ 满足题意;

若 $a > 1$, 且 $B \subseteq A$, 则 $1 < a \leq 2$,

综上所述, 实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 2]$.

故选: C

2. 设集合 $A = \{x | 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$, $B = \{x | x^2 - 21x + 80 \leq 0\}$, 若 $A \cap B = A$, 则 ()

- A. $\{a | 2 \leq a \leq 7\}$ B. $\{a | 6 \leq a \leq 7\}$ C. $\{a | a \leq 7\}$ D. $\{a | a < 6\}$

【答案】C

【分析】解不等式化简集合 B , 再利用集合的包含关系求解即得.

【详解】显然 $B = \{x | x^2 - 21x + 80 \leq 0\} = \{x | 5 \leq x \leq 16\}$, 由 $A \cap B = A$, 得 $A \subseteq B$,

当 $A = \emptyset$ 时, 即 $2a + 1 > 3a - 5$, 解得 $a < 6$, 满足 $A \subseteq B$, 则 $a < 6$;

当 $A \neq \emptyset$ 时, 则 $5 \leq 2a + 1 \leq 3a - 5 \leq 16$, 解得 $6 \leq a \leq 7$;

所以 $a \leq 7$.

故选: C

3. (23-24 高一上·广东肇庆·阶段练习) 已知 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$,

$B \cap (\complement_U A) = \emptyset$, 则实数 $m =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ 或 1 B. $-\frac{1}{2}$ 或 0 C. 1 或 0 D. $-\frac{1}{2}$ 或 1 或 0

【答案】D

【分析】求出集合 A 中方程的解确定 A , 即可求出 $\complement_U A$, 根据 $B \cap (\complement_U A) = \emptyset$, 分两种情况 $m = 0$ 和 $m \neq 0$ 讨论即可.

【详解】由题可知， $A = \{2, -1\}$ ，则 $\complement_{\mathbb{R}} A = \{x \mid x \neq -1 \text{ 或 } x \neq 2\}$ ，

因为 $B = \{x \mid mx + 1 = 0\}$ ，

所以当 $m = 0$ 时， $B = \emptyset$ ，则 $B \cap (\complement_{\mathbb{R}} A) = \emptyset$ ，符合题意；

当 $m \neq 0$ 时， $B = \{-\frac{1}{m}\}$ ，

由 $B \cap (\complement_{\mathbb{R}} A) = \emptyset$ 知， $-\frac{1}{m} = -1$ 或 $-\frac{1}{m} = 2$ ，即 $m = 1$ 或 $m = -\frac{1}{2}$ ，

综上所述，实数 m 为 0 或 1 或 $-\frac{1}{2}$ ，

故选：D.

4. (24-25 高三上·辽宁沈阳·期中) 集合 $P = \{x \mid |x-1| < 1\}$ ， $Q = \{x \mid a-1 \leq x \leq a+1\}$ ，且 $P \cap Q = \emptyset$ ，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $a \leq -1$ 或 $a \geq 3$ B. $-1 \leq a \leq 3$ C. $a \geq 3$ D. $a \leq -1$

【答案】A

【分析】首先化解集合 A，又 $Q \neq \emptyset$ ，即可得到 $a+1 \leq 0$ 或 $a-1 \geq 2$ ，解得即可.

【详解】由 $|x-1| < 1$ ，即 $-1 < x-1 < 1$ ，解得 $0 < x < 2$ ，

所以 $P = \{x \mid |x-1| < 1\} = \{x \mid 0 < x < 2\}$ ，

又 $Q = \{x \mid a-1 \leq x \leq a+1\}$ ，显然 $Q \neq \emptyset$ ，

因为 $P \cap Q = \emptyset$ ，所以 $a+1 \leq 0$ 或 $a-1 \geq 2$ ，

解得 $a \leq -1$ 或 $a \geq 3$ ，

即实数 a 的取值范围为 $a \leq -1$ 或 $a \geq 3$ 。

故选：A

5. (24-25 高一上·四川达州·期中) 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 10\}$ ， $B = \{x \mid 1-m \leq x \leq 1+m\}$. 若 $B \cap \complement_{\mathbb{R}} A = \emptyset$ ，则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $m \leq 3$ B. $m \leq 9$ C. $m \leq 3$ 或 $m \leq 9$ D. $3 \leq m \leq 9$

【答案】A

【分析】已知 $B \cap \complement_{\mathbb{R}} A = \emptyset$ ，这意味着 B 集合与 A 集合在 \mathbb{R} 中的补集没有交集，那么 B 集合是 A 集合的子集.

接下来通过分析 B 集合的边界与 A 集合边界的关系来确定 m 的取值范围.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/796200140030011004>