



数学 (京改版)

八年级上册

第十一章 实数和二次根式

11.6 二次根式的乘除法

学习目标

1. 理解二次根式的乘法法则；
2. 会运用二次根式的乘法法则和积的算术平方根的性质进行简单运算；
3. 了解二次根式的除法法则；
4. 会运用除法法则及商的算术平方根进行简单运算；
5. 能将二次根式化为最简二次根式.

一、二次根式有哪些性质？

1. 双重非负性：

$$\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$$

2. 一个非负数的算术平方根的平方等于它本身.

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$$

3. 任意一个数的平方的算术平方根等于它本身的绝对值.

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$$

知识点一 二次根式乘法

活动1 计算下列各式，观察计算结果，你能发现什么规律？

$$(1) \sqrt{4} \times \sqrt{9} = \underline{6}, \quad \sqrt{4 \times 9} = \underline{6};$$

$$(2) \sqrt{16} \times \sqrt{25} = \underline{20}, \quad \sqrt{16 \times 25} = \underline{20};$$

$$(3) \sqrt{25} \times \sqrt{36} = \underline{30}, \quad \sqrt{3} \sqrt{25 \times 36} = \underline{30}.$$

猜想 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

二次根式乘法法则

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \quad (a \geq 0, b \geq 0).$$

两个算术平方根的积，等于它们被开方数的积的算术平方根.

典例精析

【例1】 计算：

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{5}; \quad (2) \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27}; \quad (3) \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}.$$

解：(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15};$

(2) $\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27} = \sqrt{\frac{1}{3} \times 27} = \sqrt{9} = 3;$

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{5} = \sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{6 \times 5} = \sqrt{30}.$

练一练

1、计算：

$$(1) \sqrt{2} \times \sqrt{5};$$

$$(2) \sqrt{3} \times \sqrt{12};$$

$$(3) \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{1}{2}};$$

$$(4) \sqrt{48} \times \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{1}{72}}.$$

解：(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10};$

$$(2) \sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6;$$

$$(3) \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{6 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{3};$$

$$(4) \sqrt{48} \times \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{1}{72}} = \sqrt{48 \times 6 \times \frac{1}{72}} = \sqrt{4} = 2.$$

知识点二 二次根式乘法的化简

一般的：

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

反过来：

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

积的算术平方根的性质

语言表述：积的算术平方根，等于积中各因式的算术平方根的积。

我们可以运用它来进行二次根式的解题和化简。

典例精析

【例2】化简：

$$(1) \sqrt{16 \times 81} ; \quad (2) \sqrt{4a^2b^3} \quad (a \geq 0, b \geq 0).$$

解： (1) $\sqrt{16 \times 81} = \sqrt{16} \times \sqrt{81} = 4 \times 9 = 36 ;$

$$(2) \sqrt{4a^2b^3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^3} = 2 \cdot a \cdot \sqrt{b^2 \cdot b} = 2ab\sqrt{b}.$$

练一练

1、化简：

$$(1)\sqrt{49\times 121};$$

$$(2)\sqrt{225};$$

$$(3)\sqrt{4y};$$

$$(4)\sqrt{16ab^2c^3}.$$

解：(1) $\sqrt{49\times 121} = \sqrt{49} \times \sqrt{121} = 7 \times 11 = 77;$

$$(2)\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15;$$

$$(3)\sqrt{4y} = \sqrt{4} \sqrt{y} = 2\sqrt{y};$$

$$(4)\sqrt{16ab^2c^3} = \sqrt{16} \sqrt{b^2} \sqrt{c^2} \sqrt{ac} = 4bc\sqrt{ac}.$$

2、计算：

$$(1) \sqrt{14} \times \sqrt{7}; \quad (2) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}; \quad (3) \sqrt{3x} \times \sqrt{\frac{1}{3}xy}.$$

解： (1) $\sqrt{14} \times \sqrt{7} = \sqrt{14 \times 7} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2};$

(2) $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} = 6\sqrt{5 \times 10} = 30\sqrt{2};$

(3) $\sqrt{3x} \times \sqrt{\frac{1}{3}xy} = \sqrt{3x \times \frac{1}{3}xy} = x\sqrt{y}.$

知识点三 二次根式的除法

活动1 计算下列各式，观察计算结果，你能发现什么规律？

$$(1) \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}, \quad \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3};$$

$$(2) \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}, \quad \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5};$$

$$(3) \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}, \quad \sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}.$$

猜想 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} =$ $(a \geq 0, b > 0)$

二次根式除法法则

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

两个算术平方根的商，等于各个被开方数相除商的算术平方根

.

二次根式除法法则

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$



$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

1.二次根式除法法则

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

2.商的算术平方根的性质

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

典例精析

【例3】 计算：

$$(1) \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}};$$

$$(2) \sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{8}};$$

$$(3) \frac{3\sqrt{42}}{5\sqrt{6}};$$

$$(4) 2\sqrt{1\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}.$$

解：(1) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{24}{3}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$

$$(2) \sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{3}{2} \div \frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{3}{2} \times 8} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

$$(3) \frac{3\sqrt{42}}{5\sqrt{6}} = \frac{3}{5} \sqrt{\frac{42}{6}} = \frac{3}{5} \sqrt{7}.$$

$$(4) 2\sqrt{1\frac{1}{2}} \div \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{6}} = \left(2 \div \frac{1}{2}\right) \times \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{1}{6}}\right) = (2 \times 2) \times \sqrt{\frac{3}{2} \div \frac{1}{6}} = 4 \times \sqrt{\frac{3}{2} \times 6} = 12.$$

讲授新课

练一练

1、计算：

$$(1) \sqrt{18} \div \sqrt{2};$$

$$(2) \sqrt{6a} \div \sqrt{3a};$$

$$(3) \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}};$$

$$(4) \sqrt{\frac{2}{45}} \div \frac{3}{2} \sqrt{1\frac{3}{5}}.$$

解：(1) 原式 $= \sqrt{18 \div 2} = \sqrt{9} = 3;$

(2) 原式 $= \sqrt{\frac{6a}{3a}} = \sqrt{2};$

(3) 原式 $= \sqrt{72 \div 6} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3};$

(4) 原式 $= \left(1 \div \frac{3}{2}\right) \sqrt{\frac{2}{45} \div \frac{8}{5}} = \left(1 \times \frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{2}{45} \times \frac{5}{8}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{9}.$

我们知道，把二次根式的乘法法则反过来就得到积的算术平方根的性质。

类似的，把二次根式的除法法则反过来，就得到

二次根式的商的算术平方根的性质：

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0).$$

语言表述：商的算术平方根，等于积中各因式的算术平方根的商。

我们可以运用它来进行二次根式的解题和化简。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/796215114052010235>