

2025 北京汇文中学初三（下）开学考

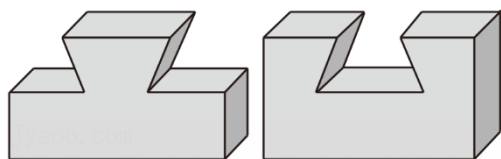
数 学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。

1. 2024 年春节假期，首都市民纷纷走出家门，到公园逛庙会、赏民俗、看花灯，感受新春的喜庆氛围。据北京市园林绿化局的数据信息，春节假期首日（2 月 10 日），全市共接待游客 71.1 万人次。将 71.1 万用科学记数法表示应为（ ）

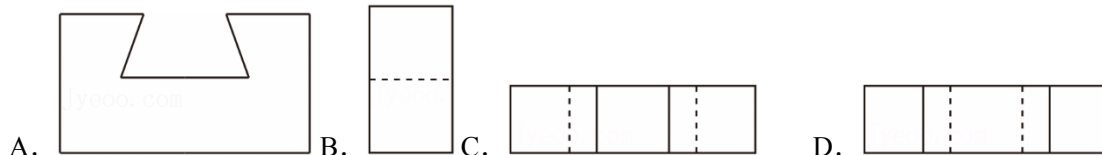
A. 71.1×10^4 B. 7.11×10^5 C. 7.11×10^4 D. 711×10^3

2. 在我国古代建筑中经常使用榫卯构件，如图是某种榫卯构件的示意图，其中卯的俯视图是（ ）



榫

卯



3. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是（ ）

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

4. 已知 $-x > -1$ ，则下列不等式一定成立的是（ ）

A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x > -1$ D. $x < -1$

5. 如图，桌面上有 3 张卡片，1 张正面朝上。任意将其中 1 张卡片正反面对调一次后，这 3 张卡片中出现 2 张正面朝上的概率是（ ）



正面



反面



反面

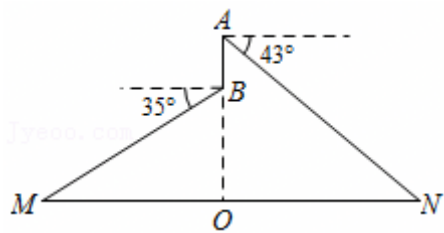
A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{9}$

6. 点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$ 在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 上，则 y_1, y_2 的大小关系是（ ）

A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法判断

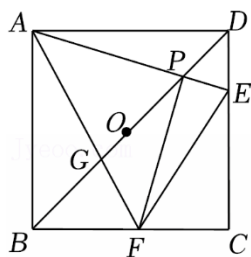
7. 无人机低空遥感技术已广泛应用于农作物监测。如图，某农业特色品牌示范基地用无人机对一块试验田进行监测作业时，在距地面高度为 $135m$ 的 A 处测得试验田右侧边界 N 处俯角为 43° ，无人机垂直下降 $40m$ 至 B 处，又测得试验田左侧边界 M 处俯角为 35° ，则 M, N 之间的距离为（ ）（参考数据：

$\tan 43^\circ \approx 0.9$, $\sin 43^\circ \approx 0.7$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$, $\tan 35^\circ \approx 0.7$, 结果保留整数)



- A. 188m B. 269m C. 286m D. 312m

8. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 O 是对角线 BD 的中点, 点 P 在线段 OD 上, 连接 AP 并延长交 CD 于点 E , 过点 P 作 $PF \perp AP$ 交 BC 于点 F , 连接 AF 、 EF , AF 交 BD 于 G . 给出下面四个结论: ① $AB^2 + BF^2 < 2AP^2$; ② $BF + DE > EF$; ③ $PB - PD < 2BF$; ④ $FC + EC > \sqrt{2} PG$. 上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()



- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ③

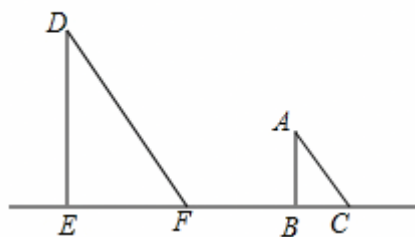
二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分。

9. 若代数式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 _____.

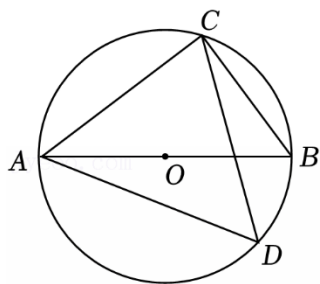
10. 五边形的内角和等于 _____ 度.

11. 因式分解: $2xy^2 - 18x =$ _____.

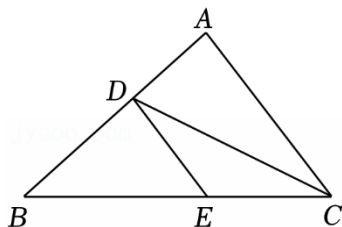
12. 天坛是古代帝王祭天的地方, 其中最主要的建筑就是祈年殿. 老师希望同学们利用所学过的知识测量祈年殿的高度, 数学兴趣小组的同学们设计了如图所示的测量图形, 并测出竹竿 AB 长 2 米, 在太阳光下, 它的影长 BC 为 1.5 米, 同一时刻, 祈年殿的影长 EF 约为 28.5 米. 请你根据这些数据计算出祈年殿的高度 DE 约为 _____ 米.



13. 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 、 D 在 $\odot O$ 上, 且 $AB=5$, $AC=4$. 则 $\tan \angle ADC =$ _____.



14. 如图, $\triangle ABC$ 中, CD 平分 $\angle ACB$, $DE \parallel AC$ 交 BC 于点 E . 若 $AC=5$, $DE=3$, 则 $BE=$ _____.



15. 阅读材料:

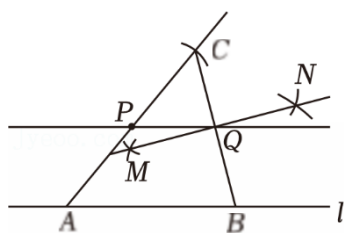
如图, 已知直线 l 及直线 l 外一点 P .

按如下步骤作图:

- ①在直线 l 上任取两点 A, B , 作射线 AP , 以点 P 为圆心, PA 长为半径画弧, 交射线 AP 于点 C ;
- ②连接 BC , 分别以点 B, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径画弧, 两弧分别交于点 M, N , 作直线 MN , 交 BC 于点 Q ;
- ③作直线 PQ .

回答问题:

- (1) 由步骤②得到的直线 MN 是线段 BC 的 _____;
- (2) 若 $\triangle CPQ$ 与 $\triangle CAB$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 则 $S_1: S_2=$ _____.



16. 甲乙两人进行如下游戏: 已知 1、2、3、4、5、6、7、8 共 8 个数, 每人每次从中勾去 2 个数, 若甲先开始, 两人轮流进行, 经过 3 次勾数后, 还剩两个数, 这时所余两数之差即为甲得的分数, 则甲可保证自己至少得 _____ 分.

三、解答题: 本题共 12 小题, 共 68 分.

17. (5 分) 计算: $2\sin 60^\circ - \sqrt{12} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + |2-\sqrt{3}|$.

18. (5 分) 解不等式组
$$\begin{cases} 2(x+1) \leq 5x+8 \\ 2x-5 < \frac{x-1}{2} \end{cases}$$
.

19. (5 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax+a-1=0$.

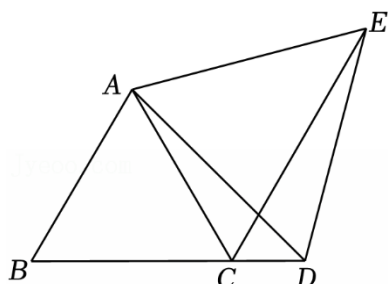
(1) 求证：该方程总有两个实数根；

(2) 若该方程的两个实数根都是整数，且其中一个根是另一个根的 3 倍，求 a 的值.

20. (6 分) 如图，等边 $\triangle ABC$ ，在 BC 边延长线上取点 D ，连接 AD ，将线段 AD 绕点 D 顺时针旋转 60° 得到线段 DE ，连接 CE ， AE .

(1) 求 $\angle ECD$ 的度数；

(2) 若 $AB=6$ ， $CD=2$ ，求 DE 的长.



21. (6 分) 小刚对诗仙李白的诗作《早发白帝城》中“朝辞白帝彩云间，千里江陵一日还”的说法产生疑问：李白真能在一日之内从白帝城到达江陵吗？小刚经过查阅资料得知，白帝城是现今的重庆奉节，而江陵是现今的湖北荆州. 假设李白乘坐的轻舟从奉节到宜昌的速度约为 14km/h ，从宜昌到荆州的速度约为 10km/h . 从奉节到荆州的水上距离约为 350km . 经过分析资料，小刚发现从奉节到宜昌的时间比从宜昌到荆州多 1h .

根据小刚的假设，回答下列问题：



(1) 奉节到宜昌的水上距离是多少 km ？

(2) 李白能在一日 (24h) 之内从白帝城到达江陵吗？说明理由.

22. (5 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象过点 $A(3, 3)$.

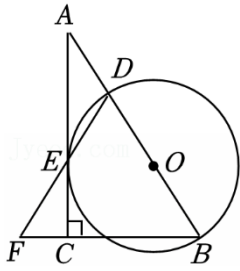
(1) 求该二次函数的解析式；

(2) 当 $0 < x < 3$ 时，对于 x 的每一个值，都有 $kx > x^2 + bx$ ，直接写出 k 的取值范围.

23. (6 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， D 是 AB 边上一点，以 BD 为直径作 $\odot O$ 交 AC 于点 E ，连接 DE 并延长交 BC 的延长线于点 F ，且 $BD=BF$.

(1) 求证： AC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $CF=2$ ， $\tan \angle CEF = \frac{1}{2}$ ，求 AD 的长.



24. (5分) 某校有 A , B 两个合唱队, 每队各 10 名学生, 测量并获取了所有学生身高 (单位: cm) 的数据, 并对数据进行了整理、描述和分析, 下面给出了部分信息:

a. A 队学生的身高:

16、167、168、170、170、170、171、172、173、174

b. B 队学生身高的频数分布直方图如下 (数据分成 4 组: $167 \leq x < 169$, $169 \leq x < 171$, $171 \leq x < 173$, $173 \leq x \leq 175$):

c. B 队学生身高的数据在 $169 \leq x < 171$ 这一组的是:

169、169、169、170

d. A , B 两队学生身高数据的平均数、中位数、众数、方差如下:

	平均数	中位数	众数	方差
A 队	170	170	m	6.8
B 队	170	n	169	3.4

根据以上信息, 回答下列问题:

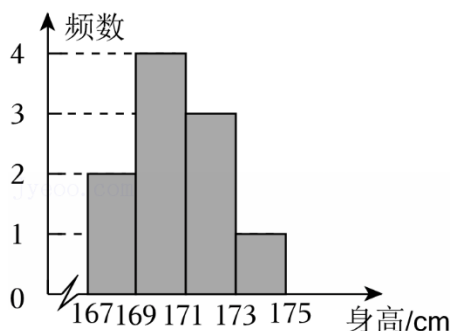
(1) 写出表中 m , n 的值;

(2) 对于不同队的学生, 若学生身高的方差越小, 则认为该队舞台呈现效果越好. 据此推断: A , B 两队舞台呈现效果更好的是 _____ (填 “ A 队” 或 “ B 队”);

(3) A 队要选 5 名学生参加比赛, 已确定 3 名学生参赛, 他们的身高分别为 170, 170, 173, 他们的身高的方差为 2. 下列推断合理的是 _____ (填序号).

① 另外选 2 名学生的身高为 171 和 172 时, 5 名学生身高的平均数大于 171, 方差小于 2;

② 另外选 2 名学生的身高为 168 和 170 时, 5 名学生身高的平均数小于 171, 方差小于 2.



25. (5分) 酶是一种绿色添加剂, 合理地使用酶制作面包, 能增加面粉的拉伸面积, 从而既能降低原料的成本, 又能改善面包的口味.

下表是 A 种酶对面粉拉伸面积的影响表.

A 种酶添加量 x (mg/kg)	0	5	10	15	20	30	40	50	60
面粉拉伸面积 y (cm^2)	90	92.5	95	97.5	100	120	120	100	60

(1) 根据表格中的数据, 发现可以用函数刻画面粉拉伸面积 y 和 A 种酶添加量 x 之间的关系,

当 $0 \leq x \leq 20$ 时, y 与 x 满足 _____ 关系;

当 $20 \leq x \leq 60$ 时, y 与 x 满足 _____ 关系;

(填“一次函数”或“反比例函数”或“二次函数”)

(2) 当面粉拉伸面积不小于 $112.5 cm^2$ 时, 达到效果较好, 结合(1)中的判断, 请你求出面粉拉伸面积 y 与 A 种酶的添加量 x 的函数关系式, 并写出达到效果较好时的 x 的取值范围.

26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 (x_0, y_0) 是抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a > 0$) 上任意一点.

(1) 若 $x_0 = -2$, $y_0 = 3$, 求该抛物线的对称轴;

(2) 已知点 $(-1, y_1)$, $(1, y_2)$, $(3, y_3)$ 在该抛物线上. 若存在 $3 < x_0 < 4$, 恰好使 $y_0 = 3$. 比较 y_1 , y_2 , y_3 的大小, 并说明理由.

27. (7分) P 是正方形 $ABCD$ 边 BC 上一点, 连接 PD , PA . 将线段 PD 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到线段 PE , 将线段 PA 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PF , 连接 CE , BF .

(1) 如图 1, 当点 P 为 BC 中点时, 直接写出线段 CE 与线段 BF 的数量关系;

(2) 如图 2, 当点 P 为线段 BC 上任意一点时, 依题意补全图形, 用等式表示线段 CE 与 BF 的数量关系, 并证明.

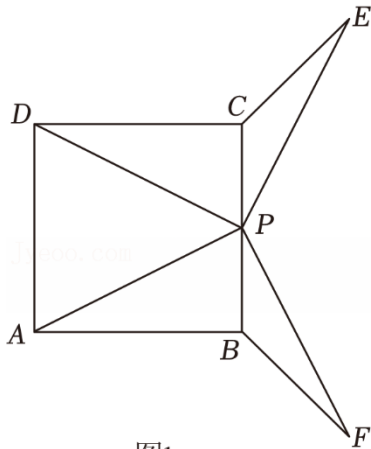


图1

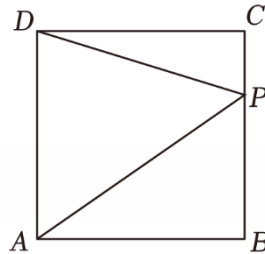


图2

28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 T , $M(a, b)$, $N(n, 0)$, 给出如下定义: 若点 N 以点 T 为中心逆时针旋转 90° 后, 能与点 M 重合, 则称点 T 为线段 MN 的“完美等直点”.

(1) 如图 1, 当 $a = 0$, $b = 2$, $n = 2$ 时, 线段 MN 的“完美等直点”坐标是 _____;

(2) 如图 2, 当 $a = 0$, $n = 2$ 时, 若直线 $y = x + 2$ 上的一点 T , 满足 T 是线段 MN 的“完美等直点”, 求点 T 的坐标及 b 的值;

(3) 当 $-2 \leq n \leq 4$ 时, 若点 $M(a, b)$ 在以 $(1, 1)$ 为圆心, $\sqrt{2}$ 为半径的圆上, 点 T 为线段 MN 的“完美等直点”, 直接写出点 T 的横坐标 t 的取值范围.

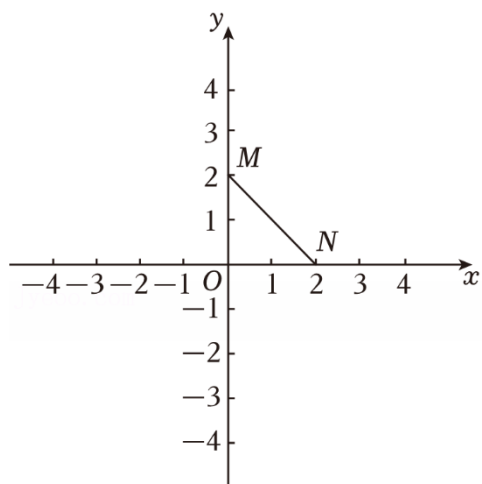


图 1

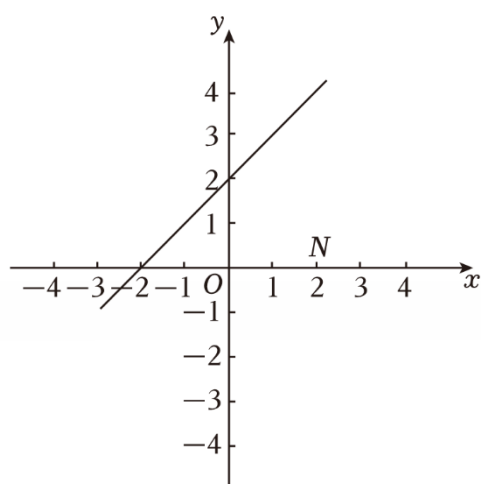


图 2

参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。

1. 【分析】科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于 10 时， n 是正整数，当原数绝对值小于 1 时， n 是负整数；由此进行求解即可得到答案.

【解答】解：71.1 万 $= 711000 = 7.11 \times 10^5$.

故选：B.

【点评】本题主要考查了科学记数法，解题的关键在于能够熟练掌握科学记数法的定义.

2. 【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

【解答】解：从上面看，可得俯视图：



故选：C.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，俯视图是从物体的上面看得到的视图.

3. 【分析】由关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，即可得判别式 $\Delta = 0$ ，即可得方程 $4 - 4m = 0$ ，解此方程即可求得答案.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m = 4 - 4m = 0,$$

$$\therefore m = 1.$$

故选：C.

【点评】此题考查了一元二次方程判别式的知识. 此题难度不大，注意若一元二次方程有两个相等的实数根，则可得 $\Delta = 0$.

4. 【分析】根据 $-x > -1$ ，应用不等式的基本性质，逐项判断即可.

【解答】解： $\because -x > -1$,

$$\therefore x < 1,$$

$\therefore$ 选项 A 不符合题意；

$$\because -x > -1,$$

$$\therefore x < 1$$

$\therefore$ 选项 B 符合题意；

$$\because -x > -1,$$

$$\therefore x < 1, \text{ 但是 } x > -1 \text{ 不一定成立,}$$

$\therefore$ 选项 C 不符合题意；

$$\because -x > -1,$$

$$\therefore x < 1,$$

$\therefore$ 选项 D 不符合题意.

故选：B.

【点评】此题主要考查了不等式的基本性质：（1）不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变；（2）不等式的两边同时乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；（3）不等式的两边同时乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变。

5. 【分析】用列举法列举出所有等可能的结果，从中找出 2 张正面朝上的结果数，利用概率公式求出即可.

【解答】解：∵任意将其中 1 张卡片正反面对调一次，有 3 种对调方式，其中只有对调反面朝上的 2 张卡片才能使 3 张卡片中出现 2 张正面朝上，

$$\therefore P = \frac{2}{3},$$

故选：B.

【点评】本题考查列举法求等可能事件的概率，掌握等可能事件的概率公式是解题的关键.

6. 【分析】首先确定抛物线的对称轴，再根据开口方向，根据二次函数的性质即可判断 y_1 , y_2 的大小关系.

【解答】解：∵抛物线 $y = -2(x-1)^2 + m$ $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$,

∴抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=0$,

∴在对称轴右侧 y 随 x 的增大而增大，

∴B (-1, y_1) 关于对称轴的对称点为 (1, y_1),

∵ $1 < 2$,

∴ $y_1 < y_2$.

故选：A.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征和二次函数的性质，能熟记二次函数的性质是解此题的关键.

7. 【分析】根据题意得两个直角 $\triangle AON$ 、 $\triangle BOM$ ，通过解这两个直角三角形求得 OB 、 ON 的长度，进而即可求出答案.

【解答】解：由题意得： $\angle N = 43^\circ$ ， $\angle M = 35^\circ$ ， $AO = 135m$ ， $BO = AO - AB = 95m$,

在 $\text{Rt}\triangle AON$ 中，

$$\tan N = \frac{AO}{NO} = \tan 43^\circ,$$

$$\therefore NO = \frac{AO}{\tan 43^\circ} \approx 150m,$$

在 $\text{Rt}\triangle BOM$ 中，

$$\tan M = \frac{BO}{MO} = \tan 35^\circ,$$

$$\therefore MO = \frac{BO}{\tan 35^\circ} \approx 135.7m,$$

$$\therefore MN = MO + NO = 135.7 + 150 \approx 286m.$$

故选：C.

【点评】本题考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题. 解决本题的关键是结合图形利用三角函数解直

角三角形.

8. 【分析】①取 AF 的中点 K , 连接 PK , BK , 利用直角三角形性质可得 $BK=AK=KF=PK$, 即 A, B, F, P 四点共圆, 再运用勾股定理即可判断结论①;

②将 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABH$, 可证得 $\triangle FAH \cong \triangle FAE$ (SAS), 即可判断结论②;

③连接 PC , 过点 P 作 $PQ \perp CF$ 于 Q , 过点 P 作 $PW \perp CD$ 于 W , 则四边形 $PQCW$ 是矩形, 可证得 $\triangle PBA \cong \triangle PBC$ (SAS), 再结合等腰直角三角形性质即可判断结论③;

④延长 CB 至 H , 使 $BH=DE$, 连接 AH , 取 AF 的中点 K , 连接 BK, PK , 可证得 $\triangle ABH \cong \triangle ADE$ (SAS), $\triangle FAH \cong \triangle FAE$ (SAS), 进而可证得 $\triangle APG \sim \triangle AFE$, 再利用相似三角形性质、等腰直角三角形性质即可判断结论④.

【解答】解: ①如图 1, 取 AF 的中点 K , 连接 PK, BK ,

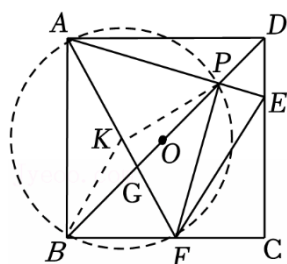


图1

$\because AP \perp PF$, 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle ABF = \angle APF = 90^\circ$, $\angle ABD = \angle CBD = 45^\circ$,

$\because AK = KF$,

$\therefore BK = AK = KF = PK$,

$\therefore A, B, F, P$ 四点共圆,

$\therefore \angle PAF = \angle PBF = 45^\circ$,

$\therefore \angle PAF = \angle PFA = 45^\circ$,

$\therefore AP = FP$,

在 $\text{Rt}\triangle APF$ 中, $AP^2 + FP^2 = AF^2$,

$\therefore 2AP^2 = AF^2$,

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $AB^2 + BF^2 = AF^2$,

$\therefore AB^2 + BF^2 = 2AP^2$; 故①不正确;

②将 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABH$, 如图 2,

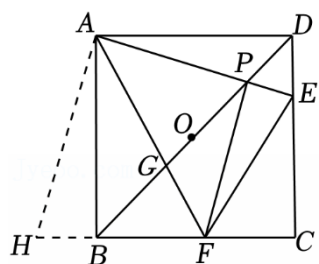


图2

$\because \angle ADE = \angle ABH = 90^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ABH = 180^\circ,$$

$\therefore C, B, H$ 共线,

$$\because \angle EAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle HAF = \angle FAB + \angle BAH = \angle FAB + \angle DAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle FAH,$$

在 $\triangle FAH$ 和 $\triangle FAE$ 中,

$$\begin{cases} AF=AF \\ \angle FAH=\angle FAE, \\ AH=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FAH \cong \triangle FAE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore FH = EF,$$

$$\because FH = BF + BH = BF + DE,$$

$$\therefore BF + DE = EF; \text{ 故②不正确;}$$

③连接 PC , 过点 P 作 $PQ \perp CF$ 于 Q , 过点 P 作 $PW \perp CD$ 于 W , 则四边形 $PQCW$ 是矩形, 如图 3,

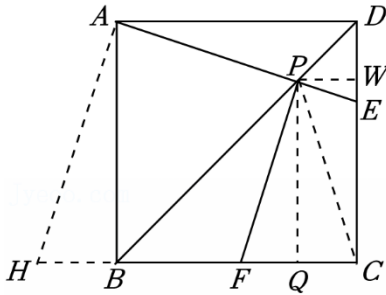


图3

在 $\triangle PBA$ 和 $\triangle PCB$ 中,

$$\begin{cases} PB=PB \\ \angle PBA=\angle PBC, \\ BA=BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PBA \cong \triangle PBC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore PA = PC,$$

$$\because PF = PA,$$

$$\therefore PF = PC,$$

$$\because PQ \perp CF,$$

$$\therefore FQ = QC,$$

$$\because PB = \sqrt{2}BQ, PD = \sqrt{2}PW = \sqrt{2}CQ = \sqrt{2}FQ,$$

$$\therefore PB - PD = \sqrt{2}(BQ - FQ) = \sqrt{2}BF < 2BF, \text{ 故③正确;}$$

④延长 CB 至 H , 使 $BH = DE$, 连接 AH , 取 AF 的中点 K , 连接 BK, PK , 如图 4,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/796231134020011102>