

D. $(-\infty, -4]$

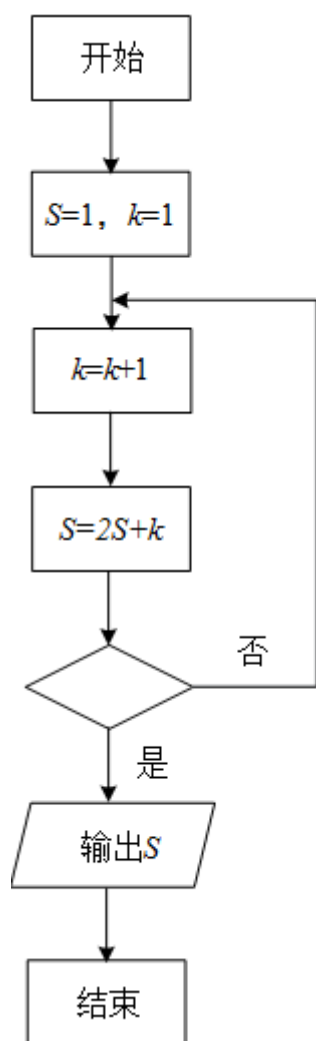
7. 为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象, 只需把函数 $y = \sin 2x$ 的图象上所有的点 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

8. 已知 $\triangle ABC$ 中内角 A, B, C 所对应的边依次为 a, b, c , 若 $2a = b + 1, c = \sqrt{7}, C = \frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

9. 某程序框图如图所示, 若输出的 $S = 120$, 则判断框内为 ()



- A. $k > 7?$ B. $k > 6?$ C. $k > 5?$ D. $k > 4?$

10. 小明有 3 本作业本, 小波有 4 本作业本, 将这 7 本作业本混放在一起, 小明从中任取两本. 则他取到的均是自己的作业本的概率为 ()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{18}{35}$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-1)^3, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 若 $f(a) > f(b)$, 则下列不等关系正确的是 ()

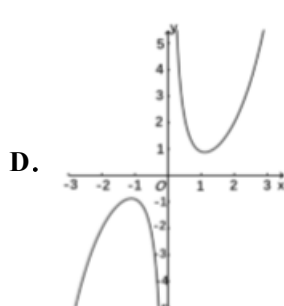
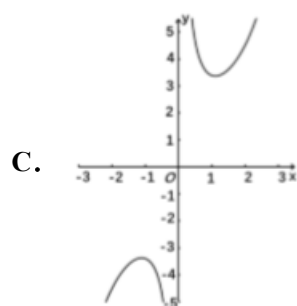
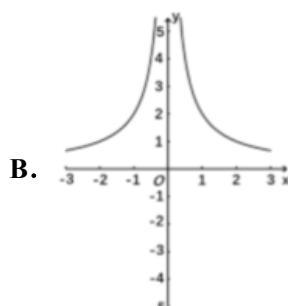
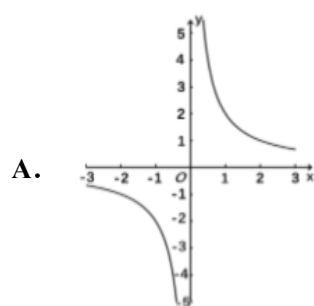
A. $\frac{1}{a^2+1} < \frac{1}{b^2+1}$

B. $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$

C. $a^2 < ab$

D. $\ln(a^2+1) > \ln(b^2+1)$

12. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(x^2+1)}$ 在 $[-3, 3]$ 的图象大致为 ()



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{5}$, 且 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

14. 已知 $(2x-1)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$, 则 $a_2 =$ _____.

15. 某大学 A、B、C、D 四个不同的专业人数占本校总人数的比例依次为 3.2%、4.8%、4%、5.2%，现欲采用分层抽样的方法从这四个专业的总人数中抽取 129 人调查毕业后的就业情况，则 D 专业应抽取 _____ 人。

16. 我国著名的数学家秦九韶在《数书九章》提出了“三斜求积术”。他把三角形的三条边分别称为小斜、中斜和大斜。三斜求积术就是用小斜平方加上大斜平方，送到中斜平方，取相减后余数的一半，自乘而得一个数，小斜平方乘以大斜平方，送到上面得到的那个数，相减后余数被 4 除，所得的数作为“实”，1 作为“隅”，开平方后即得面积。所谓“实”、“隅”指的是在方程 $px^2 = q$ 中， p 为“隅”， q 为“实”。即若 $\triangle ABC$ 的大斜、中斜、小斜分别为 a, b, c , 则

$$S^2 = \frac{1}{4} \left[a^2 c^2 - \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} \right)^2 \right].$$

已知点 D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上一点， $AC = 3$, $BC = 2$, $\angle ACD = 45^\circ$,

$\tan \angle BCD = \frac{8+\sqrt{15}}{7}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）棉花的纤维长度是评价棉花质量的重要指标，某农科所的专家在土壤环境不同的甲、乙两块实验地分别种植某品种的棉花，为了评价该品种的棉花质量，在棉花成熟后，分别从甲、乙两地的棉花中各随机抽取 21 根棉花纤维进行统计，结果如下表：（记纤维长度不低于 311 mm 的为“长纤维”，其余为“短纤维”）

纤维长度	(0,100)	[100,200)	[200,300)	[300,400)	[400,500]
甲地（根数）	3	4	4	5	4
乙地（根数）	1	1	2	11	6

（1）由以上统计数据，填写下面 2×2 列联表，并判断能否在犯错误概率不超过 1.125 的前提下认为“纤维长度与土壤环境有关系”。

	甲地	乙地	总计
长纤维			
短纤维			
总计			

附：（1） $k^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ；

（2）临界值表：

$P(K^2 \geq k_0)$	1. 11	1.15	1.125	1.111	1.115	1.111
k_0	2.716	3.841	5.124	6.635	7.879	11.828

（2）现从上述 41 根纤维中，按纤维长度是否为“长纤维”还是“短纤维”采用分层抽样的方法抽取 8 根进行检测，在这 8 根纤维中，记乙地“短纤维”的根数为 X ，求 X 的分布列及数学期望。

18.（12 分）已知函数 $f(x) = |x-3| + |x-1|$.

（1）求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集；

（2）设 $f(x)$ 的最小值为 M ，正数 a, b 满足 $a^2 + 4b^2 = M$ ，证明： $a + 2b \geq 4ab$.

19.（12 分） $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c ，已知 $a \cos B = (4c - b) \cos A$.

(1) 求 $\cos A$ 的值;

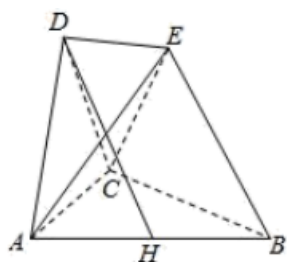
(2) 若 $b = 4$, 点 M 是线段 BC 的中点, $|\vec{AM}| = \sqrt{10}$, 求 V_{ABC} 的面积.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \tan x + a \sin 2x - 2x \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$.

(1) 若 $a = 0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

21. (12 分) 如图, 空间几何体 $ABCDE$ 中, $\triangle ACD$ 是边长为 2 的等边三角形, $EB = EC = \sqrt{6}$, $BC = 2\sqrt{3}$, $\angle ACB = 90^\circ$, 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC , 且平面 $EBC \perp$ 平面 ABC , H 为 AB 中点.



(1) 证明: $DH \parallel$ 平面 BCE ;

(2) 求二面角 $E - AB - C$ 平面角的余弦值.

22. (10 分) 已知函数 $\varphi(x) = |x - 1| + |x + 2|$, 记 $\varphi(x)$ 的最小值为 φ .

(I) 解不等式 $\varphi(x) \leq 5$;

(II) 若正实数 φ , φ 满足 $\frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi} = \sqrt{3}$, 求证: $\frac{2}{\varphi^2} + \frac{3}{\varphi^2} \geq 2\varphi$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

试题分析: 由 $m \perp$ 平面 α , 直线 l 满足 $l \perp m$, 且 $l \not\subset \alpha$, 所以 $l \parallel \alpha$, 又 $n \perp$ 平面 β , $l \perp n, l \not\subset \beta$, 所以 $l \parallel \beta$

，由直线 m, n 为异面直线，且 $m \perp$ 平面 $\alpha, n \perp$ 平面 β ，则 α 与 β 相交，否则，若 $\alpha \parallel \beta$ 则推出 $m \parallel n$ ，与 m, n 异面矛盾，所以 α, β 相交，且交线平行于 l ，故选 D.

考点：平面与平面的位置关系，平面的基本性质及其推论.

2、A

【解析】

根据偶次根式被开方数非负可得出关于 x 的不等式，即可解得函数 $y = f(x)$ 的定义域.

【详解】

由题意可得 $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ ，解得 $x \leq 2$ 或 $x \geq 3$.

因此，函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查具体函数定义域的求解，考查计算能力，属于基础题.

3、A

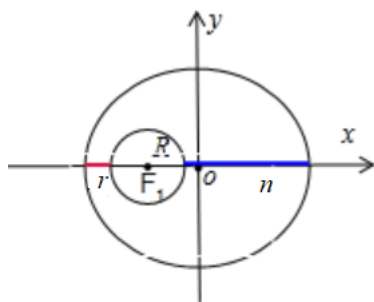
【解析】

由题意画出图形，结合椭圆的定义，结合椭圆的离心率，求出椭圆的长半轴 a ，半焦距 c ，即可确定该卫星远地点离地面的距离.

【详解】

椭圆的离心率： $e = \frac{c}{a} \in (0, 1)$ ，（ c 为半焦距； a 为长半轴），

设卫星近地点，远地点离地面距离分别为 r, n ，如图：



则 $n = a + c - R$ ， $r = a - c - R$

所以 $a = \frac{r+R}{1-e}$ ， $c = \frac{(r+R)e}{1-e}$ ，

$n = a + c - R = \frac{r+R}{1-e} + \frac{e(r+R)}{1-e} - R = \frac{1+e}{1-e}r + \frac{2e}{1-e}R$

故选：A

【点睛】

本题主要考查了椭圆的离心率的求法，注意半焦距与长半轴的求法,是解题的关键，属于中档题.

4、C

【解析】

由题设条件 $f(x+4)=f(x)$ ，可得函数的周期是4，再结合函数是奇函数的性质将 $f(3)$ 转化为 $f(1)$ 函数值，即可得到结论.

【详解】

由题意， $f(x+4)=f(x)$ ，则函数 $f(x)$ 的周期是4，

所以， $f(3)=f(3-4)=f(-1)$ ，

又函数 $f(x)$ 为 R 上的奇函数，且当 $x \in (0,2)$ 时， $f(x)=2x^2$ ，

所以， $f(3)=f(-1)=-f(1)=-2$.

故选：C.

【点睛】

本题考查函数的周期性，由题设得函数的周期是解答本题的关键，属于基础题.

5、C

【解析】

分别求解出 M, N 集合的具体范围，由集合的交集运算即可求得答案.

【详解】

因为集合 $M = \{x | x \geq 1\}$ ， $N = \{x \in N | -2 \leq x \leq 2\} = \{0, 1, 2\}$ ，

所以 $M \cap N = \{1, 2\}$

故选：C

【点睛】

本题考查对数函数的定义域求法、一元二次不等式的解法及集合的交集运算，考查基本运算能力.

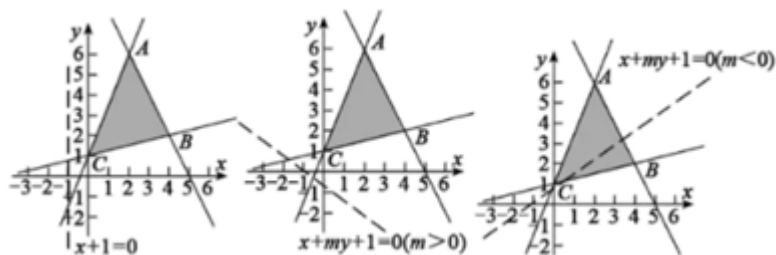
6、B

【解析】

依据线性约束条件画出可行域，目标函数 $x_0 + my_0 + 1 \leq 0$ 恒过 $D(-1, 0)$ ，再分别讨论 m 的正负进一步确定目标函数与可行域的基本关系，即可求解

【详解】

作出不等式对应的平面区域，如图所示：



其中 $A(2,6)$ ，直线 $x+my+1=0$ 过定点 $D(-1,0)$ ，

当 $m=0$ 时，不等式 $x+1 \leq 0$ 表示直线 $x+1=0$ 及其左边的区域，不满足题意；

当 $m>0$ 时，直线 $x+my+1=0$ 的斜率 $-\frac{1}{m} < 0$ ，

不等式 $x+my+1 \leq 0$ 表示直线 $x+my+1=0$ 下方的区域，不满足题意；

当 $m<0$ 时，直线 $x+my+1=0$ 的斜率 $-\frac{1}{m} > 0$ ，

不等式 $x+my+1 \leq 0$ 表示直线 $x+my+1=0$ 上方的区域，

要使不等式组所表示的平面区域内存在点 (x_0, y_0) ，

使不等式 $x_0 + my_0 + 1 \leq 0$ 成立，只需直线 $x+my+1=0$ 的斜率 $-\frac{1}{m} \leq k_{AD} = 2$ ，解得 $m \leq -\frac{1}{2}$ 。

综上可得实数 m 的取值范围为 $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ ，

故选：B.

【点睛】

本题考查由目标函数有解求解参数取值范围问题，分类讨论与数形结合思想，属于中档题

7、D

【解析】

通过变形 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{12}\right)\right]$ ，通过“左加右减”即可得到答案.

【详解】

根据题意 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{12}\right)\right]$ ，故只需把函数 $y = \sin 2x$ 的图象

上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度可得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，故答案为 D.

【点睛】

本题主要考查三角函数的平移变换，难度不大.

8、A

【解析】

由余弦定理可得 $a^2 + b^2 - ab = 7$ ，结合 $2a = b + 1$ 可得 a, b ，再利用面积公式计算即可.

【详解】

由余弦定理，得 $7 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = a^2 + b^2 - ab$ ，由 $\begin{cases} 7 = a^2 + b^2 - ab \\ 2a = b + 1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ ，

所以， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查利用余弦定理解三角形，考查学生的基本计算能力，是一道容易题.

9、C

【解析】

程序在运行过程中各变量值变化如下表：

	K	S	是否继续循环
循环前	1	1	
第一圈	2	4	是
第二圈	3	11	是
第三圈	4	26	是
第四圈	5	57	是
第五圈	6	120	否

故退出循环的条件应为 $k > 5$?

本题选择 C 选项.

点睛：使用循环结构寻数时，要明确数字的结构特征，决定循环的终止条件与数的结构特征的关系及循环次数. 尤其是统计数时，注意要统计的数的出现次数与循环次数的区别.

10、A

【解析】

利用 $P = \frac{n_A}{n}$ 计算即可，其中 n_A 表示事件 A 所包含的基本事件个数， n 为基本事件总数.

【详解】

从 7 本作业本中任取两本共有 C_7^2 种不同的结果，其中，小明取到的均是自己的作业本有 C_3^2 种不同结果，

由古典概型的概率计算公式，小明取到的均是自己的作业本的概率为 $\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{1}{7}$ 。

故选：A.

【点睛】

本题考查古典概型的概率计算问题，考查学生的基本运算能力，是一道基础题.

11、B

【解析】

利用函数的单调性得到 a, b 的大小关系，再利用不等式的性质，即可得答案.

【详解】

$\because f(x)$ 在 R 上单调递增，且 $f(a) > f(b)$ ， $\therefore a > b$ 。

$\because a, b$ 的符号无法判断，故 a^2 与 b^2 ， a^2 与 ab 的大小不确定，

对 A，当 $a=1, b=-1$ 时， $\frac{1}{a^2+1} = \frac{1}{b^2+1}$ ，故 A 错误；

对 C，当 $a=1, b=-1$ 时， $a^2=1, ab=-1$ ，故 C 错误；

对 D，当 $a=1, b=-1$ 时， $\ln(a^2+1) = \ln(b^2+1)$ ，故 D 错误；

对 B，对 $a > b$ ，则 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ ，故 B 正确。

故选：B.

【点睛】

本题考查分段函数的单调性、不等式性质的运用，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，属于基础题.

12、C

【解析】

先根据函数奇偶性排除 B，再根据函数极值排除 A；结合特殊值即可排除 D，即可得解.

【详解】

函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(x^2 + 1)}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/797011034104006056>