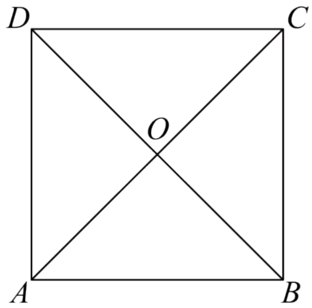
4.图形的性质，判定及应用

一．选择题

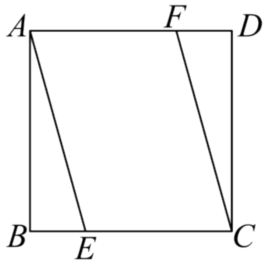
1.（2024·上海奉贤二模 6）如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，对角线 AC 、 BD 交于点 O ，下列条件能判断四边形 $ABCD$ 是正方形的是（　　）



A. $AC = DB$ 且 $DA \perp AB$　　　　B. $AB = BC$ 且 $AC \perp BD$

C. $AB = BC$ 且 $\angle ABD = \angle CBD$　　　　D. $DA \perp AB$ 且 $AC \perp BD$

2.（2024·上海虹口二模 5）如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 BC 和 AD 上，$BE = 2$， $AF = 6$，如果 $AE \parallel CF$ ，那么 $\triangle ABE$ 的面积为（　　）



A. 6　　　　B. 8　　　　C. 10　　　　D. 12

3.（2024·上海虹口二模 6）在 $▱ABCD$ 中， $BC = 5$ ， $S_{▱ABCD} = 20$. 如果以顶点 C 为圆心，BC 为半径作 $\odot C$ ，那么 $\odot C$ 与边 AD 所在直线的公共点的个数是（　　）

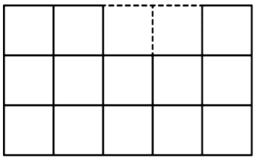
A. 3 个　　　　B. 2 个　　　　C. 1 个　　　　D. 0 个.

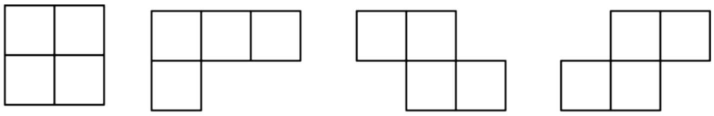
4.（2024·上海黄浦二模 6）小明在研究梯形的相似分割问题，即如何用一条直线将一个梯形分割成两个相似的图形．他先从等腰梯形开始进行探究，得到下面两个结论．结论 1：存在与上、下底边相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形；结论 2：不存在与两腰相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形．对这两个结论，你认为（　　）

A. 结论 1、结论 2 都正确　　　　B. 结论 1 正确、结论 2 不正确；

C. 结论 1 不正确、结论 2 正确　　　　　　　　　　D. 结论 1、结论 2 都不正确.

5.（2024·上海黄浦二模 3）如图，一个 3×5 的网格，其中的 12 个单位正方形已经被 2 张“L”型和 1 张“田字”型纸片互不重叠地占据了．下列有 4 个均由 4 个单位正方形所组成的纸片，依次记为型号 1、型号 2、型号 3 和型号 4．将这 4 个型号的纸片做平移、旋转，恰能将图 1 中 3 个未被占据的单位正方形占据，并且与已有的 3 张纸片不重叠的是（　　）





(型号1)　(型号2)　(型号3)　(型号4)

A. 型号 1　　B. 型号 2　　C. 型号 3　　D. 型号 4

6.（2024·上海黄浦二模 2）已知第二象限内点 P 到 x 轴的距离为 2，到 y 轴的距离为 3，那么点 P 的坐标是（　　）

A. $\left(-2,3\right)$　　B. $\left(-3,2\right)$　　C. $\left(2,-3\right)$　　D. $\left(3,-2\right)$

7.（2024·上海金山二模 5）在四边形 $ABCD$ 中，$AD /\!/ BC$，$AB = AD$，对角线 AC、BD 相交于点 O．下列说法能使四边形 $ABCD$ 为菱形的是（　　）

A. $AB = CD$　　B. $\angle ACB = \angle ACD$　　C. $\angle BAC = \angle DAC$　　D. $AC = BD$

8.（2024·上海金山二模 6）下列命题中真命题是（　　）

A. 相等的圆心角所对的弦相等

B. 正多边形都是中心对称图形

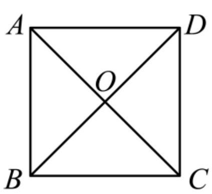
C. 如果两个图形全等，那么他们一定能通过平移后互相重合

D. 如果一个四边形绕对角线的交点旋转 90°后，所得图形与原来的图形重合，那么这个四边形是正方形

9.（2024·上海静安二模 3）下列图形中，对称轴条数最多的是（　　）

A. 等腰直角三角形　　B. 等腰梯形　　C. 正方形　　D. 正三角形

10.（2024·上海静安二模 5）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，那么下列条件中，能判断菱形 $ABCD$ 是正方形的为（　　）



A. $\angle AOB = \angle AOD$　　　　　　　　B. $\angle ABO = \angle ADO$

C. $\angle BAO=\angle DAO$　　　　　　　　　　D. $\angle ABC=\angle BCD$

11.（2024·上海静安二模 6）对于命题：①如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等；②如果两个圆心角相等，那么它们所对的弧相等．下列判断正确的是（　　）

A. ①是真命题，②是假命题　　　　　　　　B. ①是假命题，②是真命题

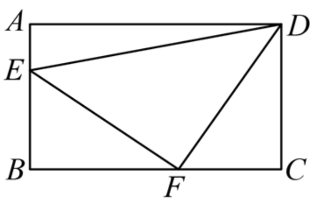
C. ①、②都是真命题　　　　　　　　　　　D. ①、②都是假命题

12.（2024·上海闵行二模 5）　在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle CAB=90^{\circ}$，$AB=5$，$AC=12$，以点 A，点 B，点 C 为圆心的 $\odot A,\odot B,\odot C$ 的半径分别为 5、10、8，那么下列结论错误的是（　　）

A. 点 B 在 $\odot A$ 上　　　　　　　　　　B. $\odot A$ 与 $\odot B$ 内切

C. $\odot A$ 与 $\odot C$ 有两个公共点　　　　　D. 直线 BC 与 $\odot A$ 相切

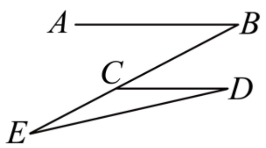
13.（2024·上海闵行二模 6）　在矩形 $ABCD$ 中，$AB<BC$，点 E 在边 AB 上，点 F 在边 BC 上，联结 DE、DF、EF，$AB=a,BE=CF=b,DE=c,\angle BEF=\angle DFC$，以下两个结论：①$(a+b)^2+(a-b)^2=c^2$；②$a+b>\frac{\sqrt{2}}{2}c$．其中判断正确的是（　　）



A. ①②都正确　　　　　　　　　　　　　　B. ①②都错误；

C. ①正确，②错误　　　　　　　　　　　　D. ①错误，②正确

14.（2024·上海浦东二模 4）如图，$AB\parallel CD$，$\angle D=13^{\circ}$，$\angle B=28^{\circ}$，那么 $\angle E$ 等于（　）



A. 13°　　　　　B. 14°　　　　　C. 15°　　　　　D. 16°

15.（2024·上海浦东二模 5）下列命题中，真命题是（　）

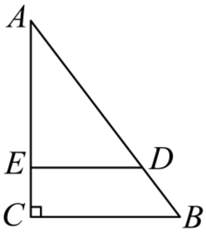
A. 对角线相等的四边形是平行四边形

B. 对角线相等的平行四边形是矩形

C. 对角线互相垂直的四边形是菱形

D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

16.（2024·上海浦东二模 6）如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AC=4$，$BC=3$．点 D 在边 AB 上，且 $\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{1}{3}$，$DE \parallel BC$ 交边 AC 于点 E，那么以 E 为圆心，EC 为半径的 $\odot E$ 和以 D 为圆心，BD 为半径的 $\odot D$ 的位置关系是（　）

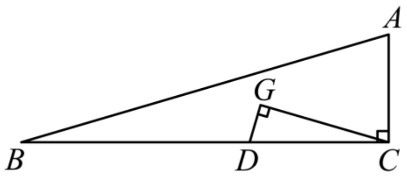


A. 外离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内含

17.（2024·上海普陀二模 5）已知 $\triangle ABC$ 中，AH 为边 BC 上的高，在添加下列条件中的一个后，仍不能判断 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是(　　)

A. $BH=HC$　　B. $\angle BAH=\angle CAH$　　C. $\angle B=\angle HAC$　　D. $S_{\triangle ABH}=S_{\triangle AHC}$

18.（2024·上海普陀二模 6）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，G 是 $\triangle ABC$ 的重心，点 D 在边 BC 上，$DG\perp GC$，如果 $BD=5$，$CD=3$，那么 $\dfrac{CG}{BC}$ 的值是（　　）



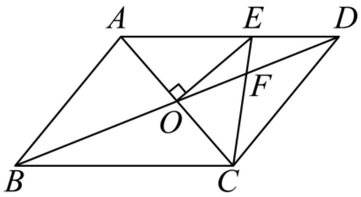
A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

19.（2024·上海青浦二模 5）已知四边形 $ABCD$ 中，AB 与 CD 不平行，AC 与 BD 相交于点 O，那么下列条件中，能判断这个四边形为等腰梯形的是（　　）

A. $AC=BD$　　B. $\angle ABC=\angle BCD$

C. $OB=OC, OA=OD$　　D. $OB=OC, AB=CD$

20.（2024·上海青浦二模 6）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，过 O 作 AC 的垂线交 AD 于点 E，EC 与 BD 相交于点 F，且 $\angle ECD=\angle DBC$，那么下列结论错误的是（　　）



A. $EA = EC$　　B. $\angle DOC = \angle DCO$　　C. $BD = 4DF$　　D. $\dfrac{BC}{CE} = \dfrac{CD}{BF}$

21.（2024·上海松江二模 5）下列四个命题中不正确的是（　　）

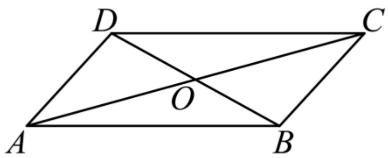
A. 对角线相等的平行四边形是矩形　B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 对角线相等的菱形是正方形　　　D. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

22.（2024·上海松江二模 6）已知矩形 $ABCD$ 中，$AB = 12$，$AD = 5$，分别以 A，C 为圆心的两圆外切，且点 D 在 $\odot A$ 内，点 B 在 $\odot C$ 内，那么 $\odot C$ 半径 r 的取值范围是（　）

A. $5 < r < 6$　　B. $5 < r < 6.5$　　C. $5 < r < 8$　　D. $5 < r < 12$

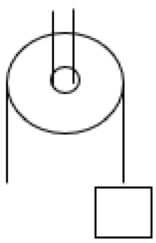
23.（2024·上海徐汇二模 5）如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，如果添加一个条件使得▱$ABCD$ 是矩形，那么下列添加的条件中正确的是（　　）



A. $\angle DAO + \angle ADO = 90°$　　B. $\angle DAC = \angle ACD$

C. $\angle DAC = \angle BAC$　　D. $\angle DAB = \angle ABC$

24.（2024·上海徐汇二模 6）如图，一个半径为 9cm 的定滑轮由绳索带动重物上升，如果该定滑轮逆时针旋转了 $120°$，假设绳索（粗细不计）与滑轮之间没有滑动，那么重物上升的高度是（　　）



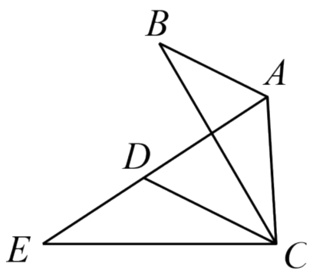
A. 5π cm　　B. 6π cm　　C. 7π cm　　D. 8π cm

25.（2024·上海杨浦二模 5）下列命题中，真命题的是（　　）

A. 四条边相等的四边形是正方形　　B. 四个内角相等的四边形是正方形

C. 对角线互相垂直的平行四边形是正方形　　D. 对角线互相垂直的矩形是正方形

26.（2024·上海杨浦二模 6） 如图，在$\triangle ABC$中，$AB \neq AC$，$\angle BAC = 120°$，将$\triangle ABC$绕点C逆时针旋转，点A、B分别落在点D、E处，如果点A、D、E在同一直线上，那么下列结论错误的是（　　）



A. $\angle ADC = 60°$　　B. $\angle ACD = 60°$

C. $\angle BCD = \angle ECD$　　D. $\angle BAD = \angle BCE$

27.（2024·上海嘉定二模 5） 下列命题正确的是（　　）

A. 对角线相等的平行四边形是正方形；　　B. 对角线相等的四边形是矩形；

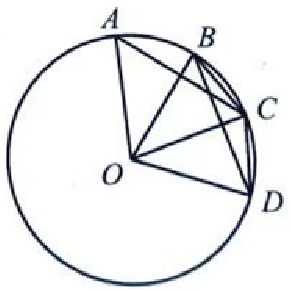
C. 对角线互相垂直的四边形是菱形；　　D. 对角线相等的梯形是等腰梯形.

28.（2024·上海嘉定二模 6）在$\triangle ABC$中，$AB = AC = 8$，$\cos\angle B = \frac{1}{4}$，以点$C$为圆心，半径为6的圆记作圆$C$，那么下列说法正确的是（　）

A. 点A在圆C外，点B在圆C上；　　B. 点A在圆C上，点B在圆C内；

C. 点A在圆C外，点B在圆C内；　　D. 点A、B都在圆C外.

29.（2024·上海长宁二模 5）如图，已知点A、B、C、D都在$\odot O$上，
$OB \perp AC$，$BC = CD$，下列说法错误的是（　　）



A. $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$　　B. $\angle AOD = 3\angle BOC$　　C. $AC = 2CD$　　D. $OC \perp BD$

30.（2024·上海长宁二模 6）下列命题是假命题的是（　　）

A．对边之和相等的平行四边形是菱形

B．一组邻边上的高相等的平行四边形是菱形

C．一条对角线平分一组对角，另一条对角线平分一个内角的四边形是菱形

D．被一条对角线分割成两个等腰三角形的平行四边形是菱形

31.（2024·上海宝山二模 6）如图 1，$\triangle ABC$ 中，$\angle C$=90°，AB=5，$tanB=\dfrac{1}{2}$，如果以点 C 为圆心，半径为 R 的⊙C 与线段 AB 有两个交点，那么⊙C 的半径 R 的取值范围是（ ▲ ）

（A）$2<R\le\sqrt{5}$；　　（B）$2\le R\le\sqrt{5}$；

（C）$\sqrt{5}\le R\le 2\sqrt{5}$；　　（D）$0<R\le\sqrt{5}$．

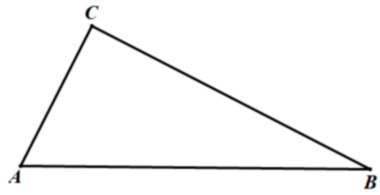


图 1

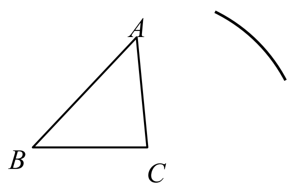
32.（2024·上海崇明二模 5）探究课上，小明画出$\triangle ABC$，利用尺规作图找一点 D，使得四边形 $ABCD$ 为平行四边形．

①～③是其作图过程：

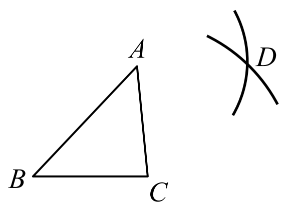
①以点 C 为圆心，AB 长为半径画弧；

②以点 A 为圆心，BC 长为半径画弧，两弧交于点 D；

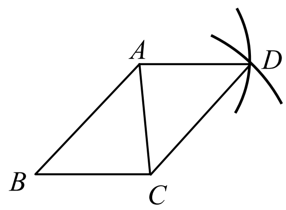
③联结 CD、AD，则四边形 $ABCD$ 即为所求作的图形．



①



②



③

在小明的作法中，可直接判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的条件是（　▲　）

A．两组对边分别平行；　　B．两组对边分别相等；

C．对角线互相平分；　　D．一组对边平行且相等．

33.（2024·上海崇明二模 6）已知在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=12$，$BC=5$，若以 C 为圆心，r 长为半径的圆 C 与边 AB 有交点，那么 r 的取值范围是（　▲　）

A．$5\leqslant r\leqslant 12$ 或 $r=\dfrac{60}{13}$；　　B．$5<r<12$；

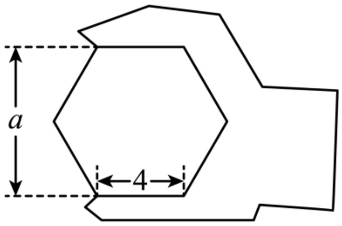
C．$\dfrac{60}{13}<r<12$；　　D．$\dfrac{60}{13}\leqslant r\leqslant 12$．

二．填空题

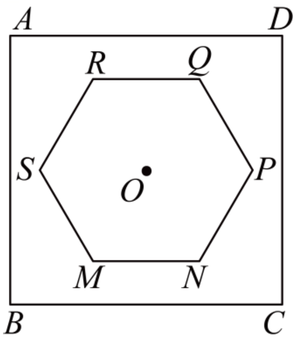
1.（2024·上海奉贤二模 14）和线段 AB 两个端点距离相等的轨迹是__________________.

2.（2024·上海奉贤二模 16）已知两个半径都为4的$\odot A$与$\odot B$交于点C、D，$CD=6$，那么圆心距AB的长是______.

3.（2024·上海虹口二模 15）如图，正六边形螺帽的边长是4cm，那么这个扳手的开口a的值是______.



4.（2024·上海黄浦二模 16）如图，正六边形$MNPQRS$位于正方形$ABCD$内，它们的中心重合于点 O，且$MN\parallel BC$已知正方形$ABCD$的边长为 a，正六边形$MNPQRS$的边长为 b，那么点 P 到边CD的距离为________.（用 a、b 的代数式表示）

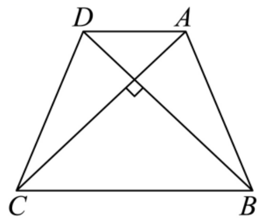


5.（2024·上海金山二模 13）在$\triangle ABC$中，$\angle A$和$\angle B$互余，那么$\angle C=$_________°.

6.（2024·上海金山二模 14）正n边形的内角等于外角的 5 倍，那么$n=$_________.

7.（2024·上海静安二模 10）如果一个正多边形的内角和是 720°，那么它的中心角是______度．8.（2024·上海静安二模 17）如果半径分别为 r 和 2 的两个圆内含，圆心距$d=3$，那么 r 的取值范围是______.

9.（2024·上海闵行二模 15）如图，在等腰梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，对角线AC与BD互相垂直，$AC=2\sqrt{2}$，那么梯形$ABCD$的中位线长为______.



10.（2024·上海浦东二模 13）正五边形的中心角的度数是_____.

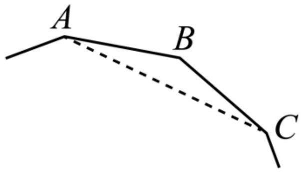
11.（2024·上海浦东二模 14）如果梯形的下底长为 7，中位线长为 5，那么其上底长为________.

12.（2024·上海普陀二模 11）已知一个角的余角是这个角的两倍，那么这个角的补角是______度.

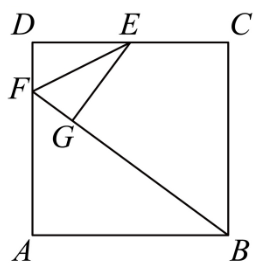
13.（2024·上海普陀二模 14）在直角坐标平面内，将点 A 先向右平移4个单位，再向上平移6个单位得到点B，如果点 A 和点B恰好关于原点对称，那么点B的坐标是______.

14.（2024·上海普陀二模 17）已知正方形$ABCD$的边长为4，点E、F在直线BC上（点E在点F的左侧），$\angle EAF=45°$，如果$BE=1$，那么CF的长是______.

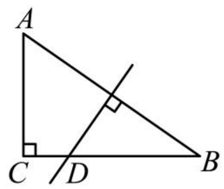
15.（2024·上海青浦二模 16）如图，有一幅不完整的正多边形图案，小明量得图中一边与对角线的夹角$\angle BAC=15°$，那么这个正多边形的中心角是_______度.



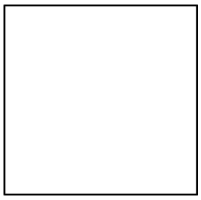
16.（2024·上海青浦二模 17）正方形$ABCD$的边长为$1, E$为边DC的中点，点F在边AD上，将$\angle D$沿直线EF翻折，使点D落在点G处，如果$BG=BC$，那么线段DF的长为_______.



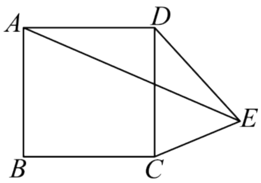
17.（2024·上海杨浦二模 16） 如图，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AB的垂直平分线交边BC于点 D，如果$BD=4CD$，那么$\tan B=$______.



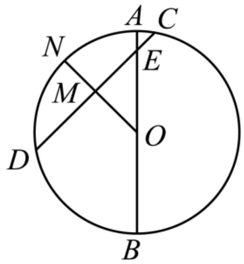
18.（2024·上海杨浦二模 17） 如图，已知一张正方形纸片的边长为 6 厘米，将这个正方形纸片剪去四个角后成为一个正八边形，那么这个正八边形的边长是______厘米.



19.（2024·上海嘉定二模 16）如图在正方形 $ABCD$ 的外侧作一个$\triangle CDE$，已知 $DC=DE$，$\angle DCE=70°$，那么$\angle AED$ 等于____.



20.（2024·上海嘉定二模 17）如图在圆 O 中，AB 是直径，弦CD 与 AB 交于点E，如果 $AE=1$，$EB=9$，$\angle AEC=45°$，点M 是CD 的中点，连接OM，并延长OM 与圆O交于点N，那么$MN=$____.



21.（2024·上海宝山二模 14）如图 2，街心花园有 A、B、C 三座小亭子，A、C 两亭被池塘隔开，A、B、C 三亭所在的点不共线. 设 AB、BC 的中点分别为 M、N. 如果 MN=3 米，那么 AC=___▲___米.

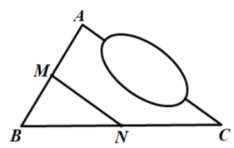


图 2

22.（2024·上海宝山二模 16）

为传承海派文化，社区准备举办沪剧爱好者观摩演出活动. 把某场馆的一个正方形区域改造成一个由矩形和半圆形组成的活动场地（如图 4），矩形 $ABCD$ 是观众观演区，阴影部分是舞台，CD 是半圆 O 的直径，弦 EF 与 CD 平行．已知 EF 长 8 米，舞台区域最大深度为 2 米，如果每平方米最多可以坐 3 名观众，那么观演区可容纳__▲__名观众.

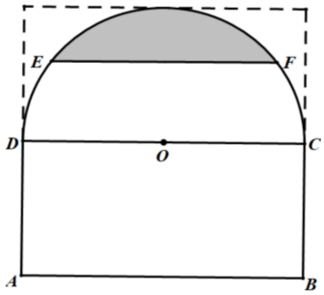
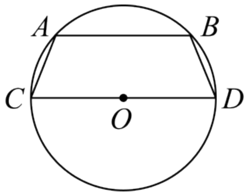


图 4

23.（2024·上海崇明二模 13）已知一个正六边形的半径为 2，那么这个正六边形的边心距为__▲__.

三．解答题

1.（2024·上海静安二模 21）已知：如图，CD 是 $\odot O$ 的直径，AC 、AB 、BD 是 $\odot O$ 的弦，$AB \parallel CD$.

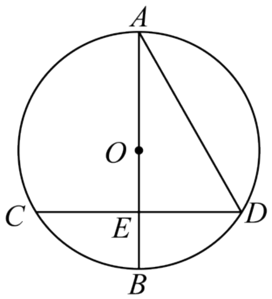


（1）求证：$AC = BD$；

（2）如果弦 AB 长为 8，它与劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 组成的弓形高为 2，求 CD 的长.

2.（2024·上海青浦二模 21）如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AB 与 CD 相交于点 E，弦 AD

与弦 CD 相等，且 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$.



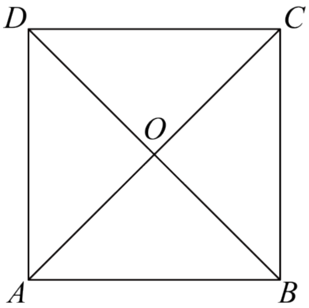
（1）求 $\angle ADC$ 的度数；

（2）如果 $OE=1$，求 AD 的长.

4.图形的性质，判定及应用

一．选择题

1.（2024·上海奉贤二模 6）如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，对角线 AC 、 BD 交于点 O ，下列条件能判断四边形 $ABCD$ 是正方形的是（　　）



A. $AC=DB$ 且 $DA\perp AB$　　　　B. $AB=BC$ 且 $AC\perp BD$

C. $AB=BC$ 且 $\angle ABD=\angle CBD$　　　　D. $DA\perp AB$ 且 $AC\perp BD$

【答案】D

【分析】本题考查正方形的判定，掌握特殊四边形的判定方法是解题的关键．

根据正方形的判定方法对各个选项进行分析从而得到答案．

【详解】解：A. 由 $AC=DB$ 且 $DA\perp AB$ 可判定▱$ABCD$ 是矩形，故此选项不符合题意；

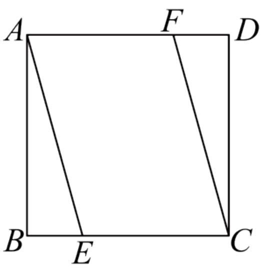
B. $AB=BC$ 且 $AC\perp BD$ 可判定▱$ABCD$ 是菱形，故此选项不符合题意；

C. $AB=BC$ 且 $\angle ABD=\angle CBD$ 可判定▱$ABCD$ 是菱形，故此选项不符合题意；

D. $DA\perp AB$ 且 $AC\perp BD$ 可判定▱$ABCD$ 是正方形，故此选项不符合题意；

故选：D．

2.（2024·上海虹口二模 5）如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 BC 和 AD 上， $BE=2$， $AF=6$，如果 $AE\parallel CF$ ，那么$\triangle ABE$ 的面积为（　　）



A. 6　　　　B. 8　　　　C. 10　　　　D. 12

【答案】B

【分析】本题主要考查了正方形的性质，平行四边形的性质与判定，先根据正方形的性质得到 $AD // BC$，$AB = CD$，$\angle ABE = 90°$，进而证明四边形 $AECF$ 是平行四边形，得到 $AF = CE = 6$，则 $AB = BC = BE + CE = 8$，最后根据三角形面积计算公式求解即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AD // BC$，$AB = CD$，$\angle ABE = 90°$，

∵ $AE \parallel CF$，

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形，

∴ $AF = CE = 6$，

∴ $AB = BC = BE + CE = 8$，

∴ $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot BE = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$，

故选：B．

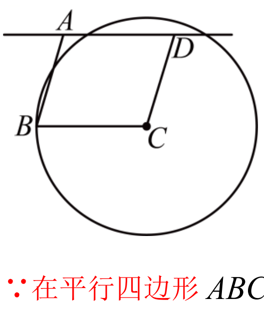
3.（2024·上海虹口二模 6）在▱$ABCD$ 中，$BC = 5$，$S_{▱ABCD} = 20$．如果以顶点 C 为圆心，BC 为半径作⊙C，那么⊙C 与边 AD 所在直线的公共点的个数是（　　）

A. 3 个　　　　B. 2 个　　　　C. 1 个　　　　D. 0 个．

【答案】B

【分析】本题考查了平行四边形的面积，直线与圆的位置关系 d、r 法则，熟练掌握法则是解题的关键．根据面积公式计算点 C 到 AD 的距离 d，比较 d 与半径 BC 的大小判断即可．

【详解】解：如图，



∵在平行四边形 $ABCD$ 中，$BC = 5$，$S_{▱ABCD} = 20$，

设点 C 到 AD 的距离为 d，

∴点 C 到 AD 的距离 $d = 20 \div 5 = 4$，

∵ $4 < 5 = BC$

∴直线 AD 与圆 C 相交，即有 2 个交点，

故选：B．

4.（2024·上海黄浦二模 6）小明在研究梯形的相似分割问题，即如何用一条直线将一个梯形分割成两个相似的图形．他先从等腰梯形开始进行探究，得到下面两个结论．结论 1：存在与上、下底边相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形；结论 2：不存在与两腰相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形．对这两个结论，你认为（　　）

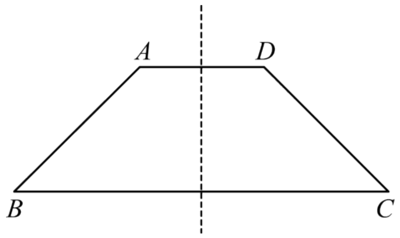
A．结论 1、结论 2 都正确　　B．结论 1 正确、结论 2 不正确；

C．结论 1 不正确、结论 2 正确　　D．结论 1、结论 2 都不正确．

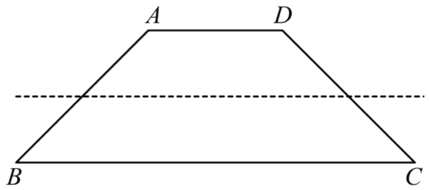
【答案】B

【分析】本题主要考查图形的相似和垂直平分线的性质，分别作上下底的垂直平分线即可判定结论 1 正确；连接两腰与其垂直平分线的交点即可判定结论 2 错误．

【详解】解：如图，存在与上、下底边相交的直线，将等腰梯形分割成两个相似的图形，则结论 1 正确；

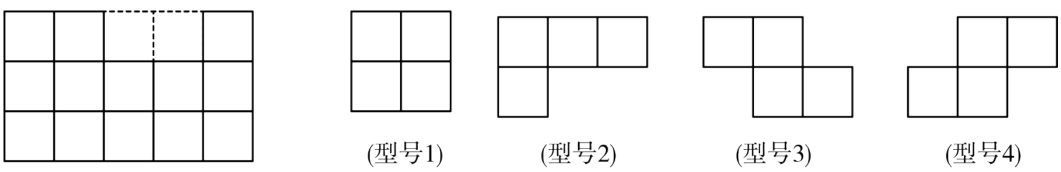


如图，存在与两腰相交的直线，将等腰梯形分割成两个相似的图形，则结论 2 不正确；



故选：B．

5.（2024·上海黄浦二模 3）如图，一个 3×5 的网格，其中的 12 个单位正方形已经被 2 张“L”型和 1 张“田字”型纸片互不重叠地占据了．下列有 4 个均由 4 个单位正方形所组成的纸片，依次记为型号 1、型号 2、型号 3 和型号 4．将这 4 个型号的纸片做平移、旋转，恰能将图 1 中 3 个未被占据的单位正方形占据，并且与已有的 3 张纸片不重叠的是（　　）



A．型号 1　　B．型号 2　　C．型号 3　　D．型号 4

【答案】D

【分析】本题考查的是平移，旋转，理解平移与旋转现象在生活中的应用是解本题的关键．

【详解】解：把型号4逆时针旋转90°，再通过平移可把图1中3个未被占据的单位正方形占据，并且与已有的3张纸片不重叠；

故选D

6.（2024·上海黄浦二模2）已知第二象限内点P到x轴的距离为2，到y轴的距离为3，那么点P的坐标是（　　）

A. $(-2,3)$　　B. $(-3,2)$　　C. $(2,-3)$　　D. $(3,-2)$

【答案】B

【分析】本题考查点的坐标特点，根据第二象限内点的坐标特征和点到x轴的距离等于纵坐标的绝对值，到y轴的距离等于横坐标的绝对值解答．

【详解】解：∵第二象限内点P到x轴的距离为2，到y轴的距离为3，

∴点P的横坐标是-3，纵坐标是2，

∴点P的坐标为$(-3,2)$．

故选：B．

7.（2024·上海金山二模5）在四边形$ABCD$中，$AD \parallel BC$，$AB=AD$，对角线AC、BD相交于点O．下列说法能使四边形$ABCD$为菱形的是（　　）

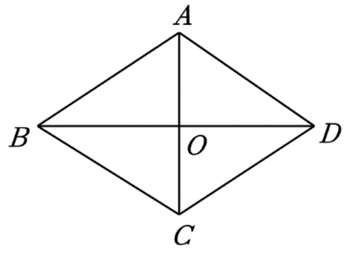
A. $AB=CD$　　B. $\angle ACB=\angle ACD$　　C. $\angle BAC=\angle DAC$　　D. $AC=BD$

【答案】C

【分析】本题考查了菱形的判定、平行四边形的判定与性质以及等腰三角形的判定等知识．证明$\angle BCA=\angle BAC$，得$AB=BC$，再证明$AD=BC$，则四边形$ABCD$是平行四边形，然后由菱形的判定即可得出结论．

【详解】解：能使四边形$ABCD$为菱形的是$\angle BAC=\angle DAC$，理由如下：

如图，∵$AD \parallel BC$，



$\therefore \angle BCA=\angle DAC$，

$\because \angle BAC=\angle DAC$，

$\therefore \angle BCA=\angle BAC$，

$\therefore AB=BC$，

$\because AB=AD$，

$\therefore AD=BC$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，

又$\because AB=AD$，

$\therefore$平行四边形$ABCD$为菱形，

故选：C．

8.（2024·上海金山二模 6）下列命题中真命题是（　　）

A．相等的圆心角所对的弦相等

B．正多边形都是中心对称图形

C．如果两个图形全等，那么他们一定能通过平移后互相重合

D．如果一个四边形绕对角线的交点旋转 90°后，所得图形与原来的图形重合，那么这个四边形是正方形

【答案】D

【分析】本题考查了命题：判断事物的语句叫命题；正确的命题叫真命题，错误的命题叫假命题．依次进行判断即可得到答案．

【详解】解：A．在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弦相等，故选项 A 是假命题；

B．把一个图形绕着某一个点旋转$180°$后，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，正方形，正六边形等是中心对称图形，但正三角形，正五边形不是中心对称图形，故选项 B 是假命题；

C．如果两个图形全等，那么他们一定能通过翻折、平移和旋转后互相重合，故选项 C 是假命题；

D．如果一个四边形绕对角线的交点旋转 $90°$后，所得图形与原来的图形重合，那么这个四边形是正方形，故选项 D 是真命题．

故选：D．

9.（2024·上海静安二模 3）下列图形中，对称轴条数最多的是（　　）

A．等腰直角三角形　　B．等腰梯形　　C．正方形　　D．正三角形

【答案】C

【分析】本题主要考查了轴对称图形的概念，即在平面内，如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．先根据轴对称图形的定义确定各选项图形的对称轴条数，然后比较即可选出对称轴条数最多的图形．

【详解】A：等腰直角三角形有 1 条对称轴；

B：等腰梯形有 1 条对称轴；

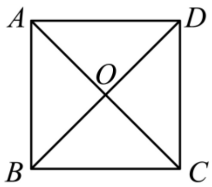
C：正方形有 4 条对称轴；

D：正三角形有 3 条对称轴；

综上所述正方形对称轴条数最多，

故选：C．

10.（2024·上海静安二模 5）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O，那么下列条件中，能判断菱形 $ABCD$ 是正方形的为（　　）



A． $\angle AOB=\angle AOD$

B． $\angle ABO=\angle ADO$

C． $\angle BAO=\angle DAO$

D． $\angle ABC=\angle BCD$

【答案】D

【分析】本题考查正方形的判定．根据菱形到现在和正方形的判定定理即可得到结论．

【详解】解：A、Q $\angle AOB=\angle AOD$ ， $\angle AOB+\angle AOD=180^\circ$，

$\therefore \angle AOB=\angle AOD=90^\circ$，

$\therefore AC\perp BD$，

Q 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC\perp BD$，故不能判断菱形 $ABCD$ 是正方形；故 A 不符合题意；

B、Q 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle ABC=\angle ADC$， $\angle ABD=\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ABC$，

故不能判断菱形 $ABCD$ 是正方形；故 B 不符合题意；

C、Q 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB=AD$， $AO\perp BD$，

$\therefore \angle BAO = \angle DAO$，

故不能判断菱形 $ABCD$ 是正方形；故 C 不符合题意；

D、$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB$ 平行于 CD，

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180°$，

$\because \angle ABC = \angle BCD$，

$\therefore \angle ABC = 90°$，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 是正方形，故 D 符合题意．

故选：D．

11.（2024·上海静安二模 6）对于命题：①如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等；②如果两个圆心角相等，那么它们所对的弧相等．下列判断正确的是（　　）

A. ①是真命题，②是假命题　　　　B. ①是假命题，②是真命题

C. ①、②都是真命题　　　　D. ①、②都是假命题

【答案】A

【分析】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．根据圆心角、弧、弦的关系定理判断即可．

【详解】解：①如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角相等，故本小题说法是真命题；

②在同圆或等圆中，如果两个圆心角相等，那么它们所对的弧相等，故本小题说法是假命题

故选：A．

12.（2024·上海闵行二模 5） 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle CAB = 90°$，$AB = 5$，$AC = 12$，以点 A，点 B，点 C 为圆心的 $\odot A, \odot B, \odot C$ 的半径分别为 5、10、8，那么下列结论错误的是（　　）

A. 点 B 在 $\odot A$ 上　　　　B. $\odot A$ 与 $\odot B$ 内切

C. $\odot A$ 与 $\odot C$ 有两个公共点　　　　D. 直线 BC 与 $\odot A$ 相切

【答案】D

【分析】首先利用勾股定理解得 $BC = 13$，然后根据点与圆的位置关系、直线与圆的位置关系、圆与圆的位置关系，逐项分析判断即可．

【详解】解：$\because \angle CAB = 90°, AB = 5, AC = 12$，

$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$，

∵ $AB=5$，$\odot A$ 的半径为 5，

∴点 B 在 $\odot A$ 上，选项 A 正确，不符合题意；

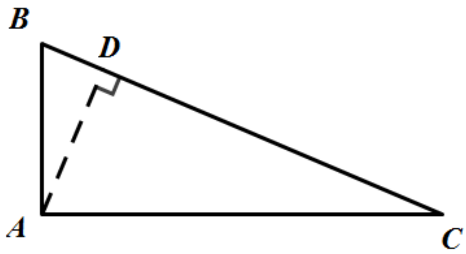
∵ $\odot A,\odot B$ 的半径分别为 5、10，且 $AB=10-5=5$，

∴ $\odot A$ 与 $\odot B$ 内切，选项 B 正确，不符合题意；

∵ $AC=12<5+8=13$，

∴ $\odot A$ 与 $\odot C$ 相交，有两个公共点，选项 C 正确，不符合题意；

如下图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D，



∵ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\times AB=\frac{1}{2}BC\times AD$，

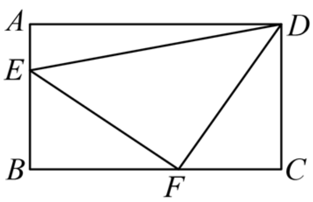
∴ $\frac{1}{2}\times 12\times 5=\frac{1}{2}\times 13\times AD$，解得 $AD=\frac{60}{13}$，

∵ $AD=\frac{60}{13}<5$，

∴直线 BC 与 $\odot A$ 相交，选项 D 错误，符合题意．

故选：D．

13.（2024·上海闵行二模 6） 在矩形 $ABCD$ 中，$AB<BC$，点 E 在边 AB 上，点 F 在边 BC 上，联结 DE、DF、EF，$AB=a,BE=CF=b,DE=c,\angle BEF=\angle DFC$，以下两个结论：①$(a+b)^2+(a-b)^2=c^2$；②$a+b>\frac{\sqrt{2}}{2}c$．其中判断正确的是（　　）



A. ①②都正确　　　　B. ①②都错误；

C. ①正确，②错误　　　　D. ①错误，②正确

【答案】A

【分析】先证明 $\triangle BEF\cong\triangle CFD\left(\text{ASA}\right)$，则 $\angle BFE=\angle CDF,EF=DF$，再证明 $\triangle DEF$

是等腰直角三角形，则 $EF=DF=\frac{\sqrt{2}}{2}DE=\frac{\sqrt{2}}{2}c$，进一步得到 $a=\sqrt{\frac{1}{2}c^2-b^2}$，则 $a^2+b^2=\frac{1}{2}c^2$，利用完全平方公式进行计算即可证明①正确，由 $a^2+b^2=\frac{1}{2}c^2$ 得到 $\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}c$，根据 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2>a^2+b^2$ 即可证明②正确.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle B=\angle C=90°$， $AB=CD=a$

∵ $BE=CF=b,\angle BEF=\angle DFC$

∴ $\triangle BEF\cong\triangle CFD(\mathrm{ASA})$，

∴ $\angle BFE=\angle CDF,EF=DF$，

∴ $\angle BFE+\angle CFD=\angle CDF+\angle CFD=90°$，

∴ $\angle EFD=90°$

∴ $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形，

∴ $EF=DF=\frac{\sqrt{2}}{2}DE=\frac{\sqrt{2}}{2}c$，

∴ $CD=BF=\sqrt{EF^2-BE^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}c\right)^2-b^2}=\sqrt{\frac{1}{2}c^2-b^2}$，

∴ $a=\sqrt{\frac{1}{2}c^2-b^2}$

∴ $a^2+b^2=\frac{1}{2}c^2$，

∴ $(a+b)^2+(a-b)^2=a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2=2(a^2+b^2)=2\times\frac{1}{2}c^2=c^2$，

故①正确；

∵ $a^2+b^2=\frac{1}{2}c^2$，

∴ $\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}c$，

$\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 > a^2 + b^2$，

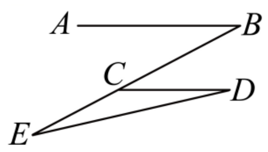
$\therefore a+b > \sqrt{a^2+b^2}$，

$\therefore a+b > \frac{\sqrt{2}}{2}c$

故②正确，

故选：A

14.（2024·上海浦东二模 4）如图，$AB \parallel CD$，$\angle D = 13°$，$\angle B = 28°$，那么$\angle E$等于（　）



A. $13°$　　　　B. $14°$　　　　C. $15°$　　　　D. $16°$

【答案】C

【分析】本题考查的是平行线的性质，三角形的外角的性质，先证明$\angle BCD = \angle B = 28°$，再利用三角形的外角的性质可得答案．

【详解】解：$\because AB \parallel CD$，$\angle B = 28°$，

$\therefore \angle BCD = \angle B = 28°$，

$\because \angle D = 13°$，

$\therefore \angle BED = \angle BCD - \angle D = 28° - 13° = 15°$，

故选 C

15.（2024·上海浦东二模 5）下列命题中，真命题是（　）

A. 对角线相等的四边形是平行四边形

B. 对角线相等的平行四边形是矩形

C. 对角线互相垂直的四边形是菱形

D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

【答案】B

【分析】本题主要考查了平行四边形的判定，矩形的判定，菱形的判定，正方形的判定，解题的关键是熟练掌握相关判定定理．根据平行四边形的判定，矩形的判定，菱形的判定，正方形的判定即可进行解答．

【详解】解：A、对角线互相平分的四边形是平行四边形，故 A 不符合题意；

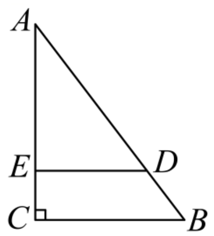
B、对角线相等的平行四边形是矩形，故 B 符合题意；

C、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，故 C 不符合题意；

D、对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形，故 D 不符合题意；

故选：B．

16.（2024·上海浦东二模 6）如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=4$，$BC=3$．点 D 在边 AB 上，且 $\frac{BD}{AD}=\frac{1}{3}$，$DE // BC$ 交边 AC 于点 E，那么以 E 为圆心，EC 为半径的 $\odot E$ 和以 D 为圆心，BD 为半径的 $\odot D$ 的位置关系是（　）



A. 外离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内含

【答案】B

【分析】本题考查的是两圆的位置关系，相似三角形的判定与性质，勾股定理的应用，先求解 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，再证明 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$，求解 $BD=\frac{5}{4}$，$CE=AC-AE=1$，再结合两圆的位置关系可得答案．

【详解】解：∵ $\angle ACB=90°$，$AC=4$，$BC=3$，

∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，

∵ $\frac{BD}{AD}=\frac{1}{3}$，

∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{3}{4}$，$BD=\frac{5}{4}$，

∵ $DE // BC$，

∴ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

∴ $\frac{DE}{3}=\frac{3}{4}=\frac{AE}{4}$，

∴ $DE=\frac{9}{4}$，$AE=3$，

∴ $CE=AC-AE=1$，

$\therefore CE+BD=1+\frac{5}{4}=\frac{9}{4}=DE$，

$\therefore$以 E 为圆心，EC 为半径的$\odot E$ 和以 D 为圆心，BD 为半径的$\odot D$ 的位置关系是外切．

故选 B

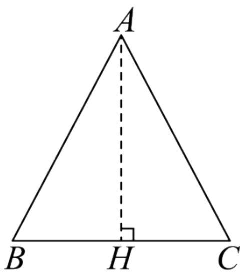
17.（2024·上海普陀二模 5）已知$\triangle ABC$ 中，AH 为边 BC 上的高，在添加下列条件中的一个后，仍不能判断$\triangle ABC$ 是等腰三角形的是（　　）

A．$BH=HC$　　B．$\angle BAH=\angle CAH$　　C．$\angle B=\angle HAC$　　D．$S_{\triangle ABH}=S_{\triangle AHC}$

【答案】C

【分析】本题考查了等腰三角形的判定，全等三角形的性质与判定；A 选项，可证 AH 是 BC 的垂直平分线，可证$\triangle ABC$ 是等腰三角形；B，由 ASA 可证$\triangle ABH\cong\triangle ACH$，可得 $AB=AC$，可证$\triangle ABC$ 是等腰三角形；D,根据三角形的面积公式可得 $BH=CH$，即可证明$\triangle ABC$ 是等腰三角形；C 选项无法证明$\triangle ABC$ 是等腰三角形，据此分析，即可求解．

【详解】解：如图所示，



解：A、$\because AH\perp BC$，$BH=CH$，

$\therefore AH$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore AB=AC$，

$\therefore\triangle ABC$ 是等腰三角形，

故 A 不符合题意；

B、$\because \angle BAH=\angle CAH$，$AH=AH$，$\angle AHB=\angle AHC=90^\circ$，

$\therefore\triangle ABH\cong\triangle ACH\left(\mathrm{ASA}\right)$

$\therefore AB=AC$，

$\therefore\triangle ABC$ 是等腰三角形，

故 B 不符合题意；

C、$\angle B=\angle HAC$ 无法判断$\triangle ABC$ 是等腰三角形，故 C 符合题意；

D、$\because S_{\triangle ABH}=S_{\triangle AHC}$，$AH$ 是边 BC 上的高，

$\therefore BH = HC$

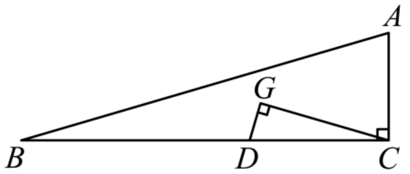
$\therefore AH$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形，

故 D 不符合题意；

故选：C．

18.（2024·上海普陀二模 6）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，G 是 $\triangle ABC$ 的重心，点 D 在边 BC 上，$DG \perp GC$，如果 $BD = 5$，$CD = 3$，那么 $\dfrac{CG}{BC}$ 的值是（　　）

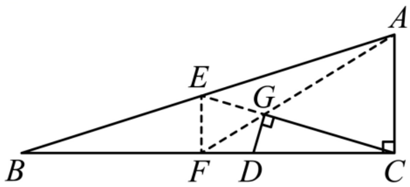


A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

【答案】D

【分析】本题考查了三角形重心的性质，相似三角形的性质与判定，余弦的定义； 根据题意得出 $\dfrac{EG}{CG} = \dfrac{EF}{AC} = \dfrac{1}{2}$，设 $EG = a$，则 $CG = 2a, CE = 3a$，进而根据 $\cos\angle DCG = \cos\angle ECF$ 得出 $a = \sqrt{2}$，即可求解．

【详解】解：如图所示，延长 CG 交 AB 于点 E，连接 AG 交 CB 于点 F，



$\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心，点 D 在边 BC 上，

$\therefore AE = EB, BF = FC = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{1}{2}(BD + CD) = 4$，

$\therefore EF \parallel AC$

$\therefore \triangle GEF \backsim \triangle GAC$

$\therefore \dfrac{EG}{CG} = \dfrac{EF}{AC} = \dfrac{1}{2}$

设 $EG = a$，则 $CG = 2a, CE = 3a$，

$\because EF \parallel AC$，$\angle ACB = 90°$

∴ $EF \perp BC$，

∴ $\cos\angle DCG = \cos\angle ECF$，即 $\frac{CD}{CG} = \frac{FC}{EC}$

∴ $\frac{3}{2a} = \frac{3a}{4}$

解得：$a = \sqrt{2}$（负值舍去）

∴ $CG = 2a = 2\sqrt{2}$

∴ $\frac{CG}{BC} = \frac{2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$，

故选：D．

19.（2024·上海青浦二模 5）已知四边形 $ABCD$ 中，AB 与 CD 不平行，AC 与 BD 相交于点 O，那么下列条件中，能判断这个四边形为等腰梯形的是（　　）

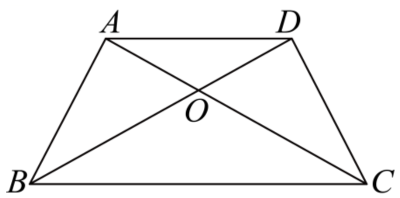
A．$AC = BD$　　B．$\angle ABC = \angle BCD$

C．$OB = OC, OA = OD$　　D．$OB = OC, AB = CD$

【答案】C

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质以及等腰梯形的判定，解此题的关键是求出 $AD \parallel BC$．

【详解】



A、$AC = BD$，不能证明四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，错误；

B、$\angle ABC = \angle BCD$，不能证明四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，错误；

C、$\because OB = OC$，$OA = OD$，

∴ $\angle OBC = \angle OCB$，$\angle OAD = \angle ODA$，

∴ $\triangle AOB \cong \triangle DOC(\text{SAS})$，

∴ $\angle ABO = \angle DCO$，$AB = CD$，$\angle OAB = \angle ODC$，

∵ $\angle ABC + \angle DCB + \angle CDA + \angle BAD = 360°$，

∴ $\angle DAB + \angle ABC = 180°$，

∴ $AD \parallel BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是梯形，

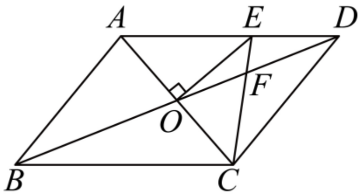
∵ $AB=CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是等腰梯形.

D、$OB=OC$，$AB=CD$，不能证明四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，错误；

故选 C.

20.（2024·上海青浦二模 6）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，过 O 作 AC 的垂线交 AD 于点 E，EC 与 BD 相交于点 F，且 $\angle ECD=\angle DBC$，那么下列结论错误的是（　　）



A. $EA=EC$　　B. $\angle DOC=\angle DCO$　　C. $BD=4DF$　　D. $\dfrac{BC}{CE}=\dfrac{CD}{BF}$

【答案】D

【分析】由题意可知，OE 垂直平分 AC，则 $EA=EC$，可判断 A 的正误；由 $\angle DAO=\angle ECA$，$\angle ADO=\angle DBC=\angle ECD$，$\angle DOC=\angle DAO+\angle ADO$，$\angle DCO=\angle ECA+\angle ECD$，可得 $\angle DOC=\angle DCO$，可判断 B 的正误；证明 $\triangle FDC\backsim\triangle CDB$，则 $\dfrac{DF}{CD}=\dfrac{CD}{BD}$，即 $\dfrac{DF}{\frac{1}{2}BD}=\dfrac{\frac{1}{2}BD}{BD}$，可得 $BD=4DF$，进而可判断 C 的正误；证明 $\triangle CBF\backsim\triangle ECD$，可得 $\dfrac{BC}{CE}=\dfrac{BF}{CD}\neq\dfrac{CD}{BF}$，进而可判断 D 的正误.

【详解】解：∵平行四边形 $ABCD$，

∴ $OA=OC$，$OB=OD=\dfrac{1}{2}BD$，$AD\parallel BC$，

又∵ $OE\perp AC$，

∴ OE 垂直平分 AC，

∴ $EA=EC$，A 正确，故不符合要求；

∴ $\angle DAO=\angle ECA$，

∵ $AD\parallel BC$，

∴ $\angle ADO=\angle DBC=\angle ECD$，