

高考数学二轮复习测试卷

(天津卷)

(考试时间: 120 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | \lg(2-x) < 0\}$, $B = \{x | 0 < x \leq 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\emptyset$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(0, 2)$ D. $(1, 2)$

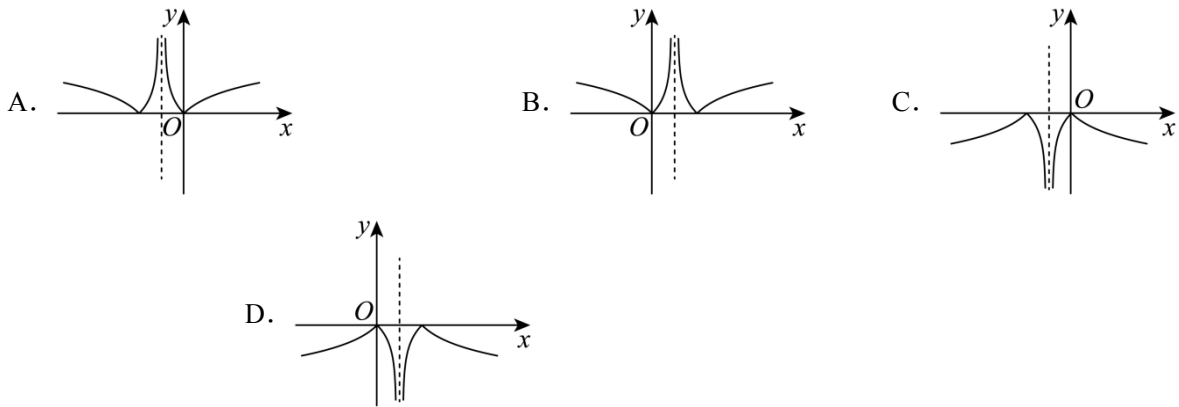
2. 已知 $p: (x-1)(x+1) \leq 0$, $q: -2 \leq x \leq 2$, 则 p 是 q 的 () 条件.

A. 必要不充分 B. 充分不必要
C. 充要 D. 既不充分也不必要

3. 设 $a = \log_{0.4} 2$, $b = \frac{1}{\log_2 0.3}$, $c = 0.3^{0.4}$, 则三者的大小顺序是 ()

A. $a < b < c$ B. $b < a < c$
C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

4. 已知函数 $f(x) = |\ln|x||$, 则函数 $y = -f(-x+1)$ 的图象是 ()



5. 函数 $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 向左平移 φ 个单位 $(0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ 得到 $g(x)$, 若 $g(x)$ 是偶函数, 则 $\varphi =$ ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{5\pi}{12}$

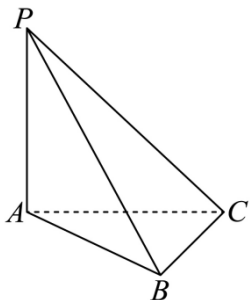
6. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4, 3a_3, a_5$ 成等差数列. 若数列 $\{a_n\}$ 中存在两项 a_m, a_n , 使得 $\sqrt{2}a_1$ 为它们的等比中项, 则 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值为 ()

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

7. 已知甲、乙两组样本数据分别为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 和 $x_1 - 1, x_2, x_3, x_4, x_5 + 1$, 则下列结论正确的为 ()

- A. 甲组样本数据的中位数与乙组样本数据的中位数一定相等
- B. 甲组样本数据的平均数与乙组样本数据的平均数一定相等
- C. 甲组样本数据的极差可能会大于乙组样本数据的极差
- D. 甲组样本数据的方差一定不大于乙组样本数据的方差

8. 《九章算术》中将四个面都是直角三角形的四面体称为鳖臑. 如图, 在鳖臑 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $PA = AB = 2BC = 2$, 以 C 为球心, $\sqrt{3}$ 为半径的球面与侧面 PAB 的交线长为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$

9. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{5}{2}$, 实轴长为 4, C 的两个焦点为 F_1, F_2 . 设 O 为坐标原点, 若点 P 在 C 上, 且 $\cos \angle F_1 P F_2 = -\frac{3}{4}$, 则 $|OP| =$ ()

- A. 2 B. $\sqrt{7}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

10. i 为虚数单位，复数 z 满足 $(3+4i)z = 1-2i$, 则 z 的虚部为_____.

11. $\left(2x + x^{\frac{2}{3}}\right)^5$ 的展开式中的常数项为_____.

12. 直线 $l: y = x$ 与圆 $C: (x-2)^2 + (y-4)^2 = r^2 (r > 0)$ 相交于 A, B 两点, 若点 D 为圆 C 上一点, 且 $\triangle ABD$ 为等边三角形, 则 r 的值为_____.

13. 甲和乙两个箱子中各装有 10 个球, 其中甲箱中有 5 个红球, 5 个白球, 乙箱中有 8 个红球, 2 个白球, A 同学从乙箱子中随机摸出 3 个球, 则 3 个球颜色不全相同的概率是_____, B 同学掷一枚质地均匀的骰子, 如果点数为 1 或 2, 从甲箱子随机摸出 1 个球, 如果点数为 3, 4, 5, 6, 从乙箱子中随机摸出 1 个球, 则 B 同学摸到红球的概率为_____.

14. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, E 是 CD 的中点, $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FE}$, 若设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 则 $\overrightarrow{BF}$ 可用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示为_____; 若 $\triangle ADE$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $|\overrightarrow{BF}|$ 的最小值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 e^x, & x < 1 \\ \frac{e^x}{x^2}, & x \geq 1 \end{cases}$, 则函数 $f(x)$ 存在_____个极值点; 若方程 $[f(x)]^2 - 2af(x) = 0 (a \in \mathbb{R})$ 有两个不等实根, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题：本题共 5 小题，共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (14 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $(2a - \sqrt{3}c)\cos B = \sqrt{3}b\cos C$.

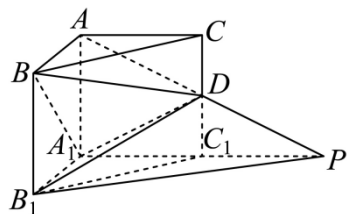
(1)求 B ；

(2)若 $b=3$ ， $\sin C = \sqrt{3} \sin A$ ， 求 a ；

(3)若 $b = \sqrt{2}a$ ， 求 $\sin\left(2A - \frac{\pi}{3}\right)$.

17. (15 分)

如图所示，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $A_1A \perp$ 平面 ABC ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = AA_1 = 1$ ， D 是棱 CC_1 的中点， P 是 AD 的延长线与 A_1C_1 的延长线的交点.



(1)求证 $PB_1 \parallel$ 平面 BDA_1 ；

(2)求平面 AA_1D 与平面 A_1DB 夹角的余弦值；

(3)求点 C 到平面 B_1DP 的距离.

18. (15 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，连接椭圆的四个顶点得到的菱形的面积为 $8\sqrt{2}$ 。

(1) 求椭圆的方程；

(2) 过 F_2 作不平行于坐标轴的直线 l 与椭圆交于 A, B 两点，直线 AF_1 交 y 轴于点 M ，直线 BF_1 交 y 轴于点 N ，若 $S_{\triangle F_1AB} = S_{\triangle F_1MN}$ ，求直线 l 的方程。

19. (15 分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列， $a_3 + a_6 = 0$ ， $a_4 - a_2 = 4$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式和 $\sum_{k=1}^{30} |a_k|$ ；

(2) 已知 m 为正整数，记集合 $\{m \mid m < a_n + 11\}$ 的元素个数为数列 $\{b_n\}$ 。若 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，设数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_1 = 1$ ， $(c_n + c_{n+1})S_n = (3n - 2) \cdot 2^n (n \in \mathbb{N}^*)$ ，求 $\{c_n\}$ 的前 $2n + 1$ 项的和 T_{2n+1} 。

20. (16 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - x + a - 1 (a \in \mathbb{R})$ 。

(1) 若 $a = 3$ ，求 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程；

(2)若 $f(x) \leq 0$ 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(3)当 $a \in (0, 1]$ 时, 证明: $f(x) \leq \frac{(x-1)e^x - xe^a}{e^a}$.

高考数学二轮复习测试卷

(天津卷)

(考试时间: 120 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | \lg(2-x) < 0\}$, $B = \{x | 0 < x \leq 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\emptyset$

B. $(-\infty, 2)$

C. $(0, 2)$

D. $(1, 2)$

【答案】C

【解析】因为 $\lg(2-x) < 0 = \lg 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ 2-x < 1 \end{cases}$ ，解得 $1 < x < 2$ ，

所以 $A = (1, 2)$ ， $B = (0, 1]$ ， $\therefore A \cup B = (0, 2)$ 。

故选：C。

2. 已知 $p: (x-1)(x+1) \leq 0$ ， $q: -2 \leq x \leq 2$ ，则 p 是 q 的（ ）条件。

A. 必要不充分

B. 充分不必要

C. 充要

D. 既不充分也不必要

【答案】B

【解析】记集合 $A = \{x | (x-1)(x+1) \leq 0\} = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ， A 真包含于 B ，所以 p 是 q 的充分不必要条件。

故选：B。

3. 设 $a = \log_{0.4} 2$ ， $b = \frac{1}{\log_2 0.3}$ ， $c = 0.3^{0.4}$ ，则三者的大小顺序是（ ）

A. $a < b < c$

B. $b < a < c$

C. $c < a < b$

D. $c < b < a$

【答案】A

【解析】由对数函数的性质可知， $\log_{0.4} 2 < 0$ ， $\frac{1}{\log_2 0.3} < 0$ ， $0.3^{0.4} > 0$ ，

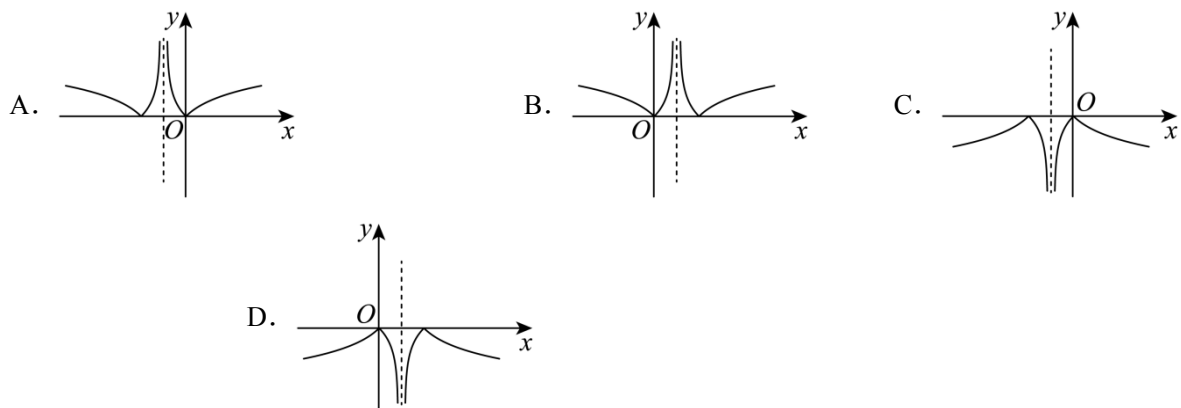
由对数换底公式得： $\log_{0.4} 2 = \frac{1}{\log_2 0.4}$ ，

由对数函数的性质可知 $\log_2 0.3 < \log_2 0.4 < 0$ ， $\therefore \frac{1}{\log_2 0.3} > \frac{1}{\log_2 0.4}$ ，

由以上判断得： $c > b > a$ ；

故选：A。

4. 已知函数 $f(x) = |\ln|x||$ ，则函数 $y = -f(-x+1)$ 的图象是（ ）



【答案】D

【解析】因为 $f(x) = |\ln|x||$ 的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$ ，所以 $y = -f(-x+1)$ 的定义域为 $\{x|x \neq 1\}$ ，所以排除 A，C.

因为 $f(x) = |\ln|x|| \geq 0$ ，所以 $y = -f(-x+1) \leq 0$ ，所以排除 B.

故选：D

5. 函数 $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 向左平移 φ 个单位 $\left(0 < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ 得到 $g(x)$ ，若 $g(x)$ 是偶函数，则 $\varphi =$ ()

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{6}$

D. $\frac{5\pi}{12}$

【答案】D

【解析】由题意，

在 $f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 中，向左平移 φ 得到 $g(x)$ ，

所以 $g(x) = 3\sin\left(2x + 2\varphi - \frac{\pi}{3}\right)$ ，

因为 $g(x)$ 为偶函数，

所以 $2\varphi - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，

又因为 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ，

所以 $\varphi = \frac{5\pi}{12}$,

故选: D.

6. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4, 3a_3, a_5$ 成等差数列. 若数列 $\{a_n\}$ 中存在两项 a_m, a_n , 使得 $\sqrt{2}a_1$ 为它们的等比中项, 则 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值为 ()

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

【答案】B

【解析】设正项等比数列 $\{a_n\}$ 公比为 q , 由 $a_4, 3a_3, a_5$ 成等差数列,

有 $6a_3 = a_4 + a_5$, 即 $6a_3 = a_3q + a_3q^2$, 得 $q^2 + q - 6 = 0$, 由 $q > 0$, 解得 $q = 2$,

若数列 $\{a_n\}$ 中存在两项 a_m, a_n , 使得 $\sqrt{2}a_1$ 为它们的等比中项,

则 $(\sqrt{2}a_1)^2 = a_m \cdot a_n$, 即 $2a_1^2 = a_1q^{m-1} \cdot a_1q^{n-1}$, 得 $2^{m+n-2} = 2$, 则 $m+n=3$,

$$\frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m} + \frac{4}{n} \right) (m+n) = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{n}{m} + \frac{4m}{n} + 4 \right) \geq \frac{1}{3} \left(5 + 2\sqrt{\frac{n}{m} \cdot \frac{4m}{n}} \right) = 3,$$

当且仅当 $\frac{n}{m} = \frac{4m}{n}$, 即 $m=1, n=2$ 时等号成立,

所以 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值为 3.

故选: B

7. 已知甲、乙两组样本数据分别为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 和 $x_1-1, x_2, x_3, x_4, x_5+1$, 则下列结论正确的为 ()

- A. 甲组样本数据的中位数与乙组样本数据的中位数一定相等
B. 甲组样本数据的平均数与乙组样本数据的平均数一定相等
C. 甲组样本数据的极差可能会大于乙组样本数据的极差
D. 甲组样本数据的方差一定不大于乙组样本数据的方差

【答案】B

【解析】对于 A 选项：

若甲组样本数据的中位数为 x_1 ，

且 5 个数由小到大排列为： $x_2 < x_3 < x_1 - 1 < x_4 < x_5$ 时；

那么乙组样本数据的大小排列为： $x_2 < x_3 < x_1 - 1 < x_4 < x_5$ ，

此时乙组样本数据的中位数为 $x_1 - 1$ ，

故用反例法证明了 A 选项错误.

对于 B 选项：

$$\text{甲组样本数据的平均数} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{甲组样本数据的平均数} = \frac{(x_1 - 1) + x_2 + x_3 + x_4 + (x_5 + 1)}{5} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} \dots\dots \textcircled{2}$$

①②式相等，故 B 选项正确.

对于 C 选项：

$$\text{设 } \max\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\} = a, \min\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\} = b$$

分三种情况讨论：

情况一：变化只改变了最大值，即 $x_5 + 1 > a \dots\dots \textcircled{3}$

由不等式性质对上式变形有： $a - b < x_5 + 1 - b \dots\dots \textcircled{4}$

④说明：甲组样本数据的极差 < 乙组样本数据的极差；

情况二：变化只改变了最小值，即 $b > x_1 - 1 \dots\dots \textcircled{5}$

对⑤式利用不等式变形有： $b > x_1 - 1 \Rightarrow -b < -(x_1 - 1) \Rightarrow a - b < a - (x_1 - 1) \dots\dots \textcircled{6}$

⑥说明：甲组样本数据的极差 < 乙组样本数据的极差；

情况三：变化改变了最大值与最小值，即 $b > x_1 - 1 \dots\dots \textcircled{7}$ ； $a < x_5 + 1 \dots\dots \textcircled{8}$

对⑦利用不等式变形有： $-b < -(x_1 - 1)$⑨

⑧+⑨有： $a - b < (x_5 + 1) - (x_1 - 1)$⑩

⑩说明：甲组样本数据的极差 < 乙组样本数据的极差；

综上所述：只能得到甲组样本数据的极差 < 乙组样本数据的极差，故 C 错误.

对于 D 选项：

设甲组数据的 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 分别为 $1, 0, 0, 0, -1$ ； $S_{\text{甲}}^2 = \frac{2}{5}$

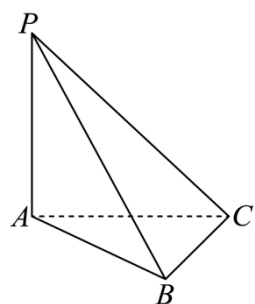
那么乙组数据的 $x_1 - 1, x_2, x_3, x_4, x_5 + 1$ 分别为 $0, 0, 0, 0, 0$ ； $S_{\text{乙}}^2 = 0$

此时有 $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$ ；故 D 选项错误.

综上所述应选 B.

故选：B.

8. 《九章算术》中将四个面都是直角三角形的四面体称为鳖臑. 如图，在鳖臑 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ， $AB \perp BC$ ， $PA = AB = 2BC = 2$ ，以 C 为球心， $\sqrt{3}$ 为半径的球面与侧面 PAB 的交线长为 ()



A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{4}$

B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$

【答案】B

【解析】因为 $PA \perp$ 平面 ABC ， AB 、 $BC \subset$ 平面 ABC ，

所以 $PA \perp BC$ ， $PA \perp AB$ ，

因为 $AB \perp BC$ ， $PA \cap AB = A$ ， PA 、 $AB \subset$ 平面 PAB ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/797126120134010033>