

## 第五篇 解析几何

### 专题 01 解析几何中的轨迹方程问题

#### 常见考点

##### 考点一 直接法

典例 1. 已知点  $A(-2,0)$ ,  $B(2,0)$ , 动点  $M(x,y)$  满足直线  $AM$  与  $BM$  的斜率之积为  $\frac{1}{2}$ , 记  $M$  的轨迹为曲线  $C$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 若直线  $l: y=x-3$  和曲线  $C$  相交于  $E, F$  两点, 求  $|EF|$ .

变式 1-1. 在直角坐标系  $xOy$  中, 已知动点  $P$  与平面上两定点  $M(-1,0)$ ,  $N(1,0)$  连线的斜率的积为定值  $-4$ , 设点  $P$  的轨迹为  $C$ .

(1) 求出曲线  $C$  的方程;

(2) 设直线  $y=kx+1$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 若  $OA \perp OB$ , 求  $k$  的值.

变式 1-2. 若点  $M(x,y)$  到直线  $x+4=0$  的距离比它到点  $N(1,0)$  的距离大 3.

(1) 求点  $M$  的轨迹方程;

(2) 过点  $N$  的直线  $l_1$  与点  $M$  的轨迹曲线交于  $A, B$  两点, 过点  $N$  的直线  $l_2$  与点  $M$  的轨迹曲线交于  $C,$

$D$  两点, 若  $l_1 \perp l_2$ , 求  $\frac{1}{|AB|} + \frac{1}{|CD|}$  的值.

变式 1-3. 在平面直角坐标系中, 动点  $P$  到点  $F(2,0)$  的距离和它到直线  $l: x = \frac{9}{2}$  的距离之比为  $\frac{2}{3}$ . 动点  $P$  的轨迹为曲线  $C$ .

(1) 求曲线  $C$  的方程, 并说明曲线  $C$  是什么图形;

(2) 已知曲线  $C$  与  $x$  轴的交点分别为  $A, B$ , 点  $M$  是曲线  $C$  上异于  $A, B$  的一点, 直线  $MA$  的斜率为  $k_1$ , 直线  $MB$  的斜率为  $k_2$ , 求证:  $k_1 k_2$  为定值.

## 考点二 相关点法

典例 2. 已知圆  $O: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$  与直线  $y = x + 4\sqrt{2}$  相切.

(1) 求圆  $O$  的标准方程;

(2) 若线段  $AB$  的端点  $A$  在圆  $O$  上运动, 端点  $B$  的坐标是  $(6,0)$ , 求线段  $AB$  的中点  $M$  的轨迹方程.

变式 2-1. 已知圆  $M$  经过原点和点  $(3,-1)$ , 且它的圆心  $M$  在直线  $2x + y - 5 = 0$  上.

(1) 求圆  $M$  的方程;

(2) 若点  $D$  为圆  $M$  上的动点, 定点  $C(2,0)$ , 求线段  $CD$  的中点  $P$  的轨迹方程.

变式 2-2. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ . 点  $A, P$  满足  $\overrightarrow{AP} = -2\overrightarrow{FA}$ . 当点  $A$  在抛物线  $C$  上运动时, 求动点  $P$  的轨迹方程.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/797143062200006055>