

D. $\sqrt{5}$

7. 已知复数 $z = a^2i - 2a - i$ 是正实数, 则实数 a 的值为()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

8. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点, 过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线与双曲线的左

支交于点 P , 若 $|PF_2| = 2|PF_1|$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

9. 已知 m, n 是两条不重合的直线, α 是一个平面, 则下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$ B. 若 $m // \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m // n$
C. 若 $m \perp n, m \perp \alpha$, 则 $n // \alpha$ D. 若 $m \perp \alpha, n // \alpha$, 则 $m \perp n$

10. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_4 = 5, S_9 = 81$, 则 $a_{10} =$ ()

- A. 23 B. 25 C. 28 D. 29

11. 已知双曲线 $M: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > a > 0$) 的焦距为 $2c$, 若 M 的渐近线上存在点 T , 使得经过点 T 所作的圆

$(x-c)^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线互相垂直, 则双曲线 M 的离心率的取值范围是 ()

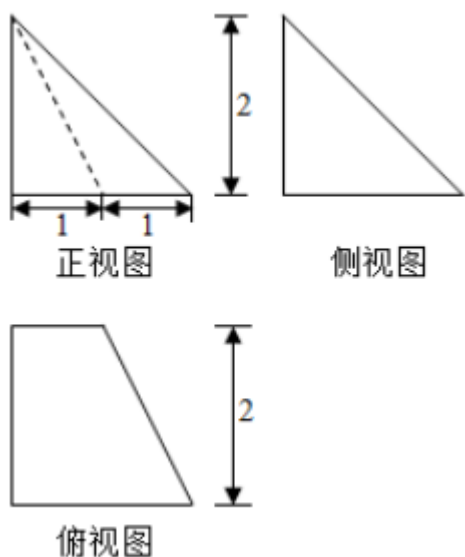
- A. $(1, \sqrt{2}]$ B. $(\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{5}]$ D. $(\sqrt{3}, \sqrt{5}]$

12. 已知集合 $A = \{x \in N \mid y = \sqrt{4-x}\}, B = \{x \mid x = 2n, n \in Z\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $[0, 4]$ B. $\{0, 2, 4\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $[2, 4]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是 $\underline{\hspace{1cm}} cm^3$; 最长棱的长度是 $\underline{\hspace{1cm}} cm$.



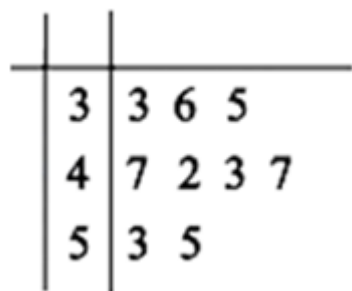
14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x^2 + 5x + 4|, & x \leq 0 \\ 2|x - 2|, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) - a|x|$ 恰有 4 个零点, 则实数 a 的取值范围是 _____.

15. 在 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x}\right)^n$ 的二项展开式中, 只有第 5 项的二项式系数最大, 则该二项展开式中的常数项等于 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$. 若 $\sin \angle BAM = \frac{1}{5}$, 则 $\tan \angle BAC =$ _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某企业为了了解该企业工人组装某产品所用时间, 对每个工人组装一个该产品的用时作了记录, 得到大量统计数据。从这些统计数据中随机抽取了 9 个数据作为样本, 得到如图所示的茎叶图 (单位: 分钟)。若用时不超过 40 (分钟), 则称这个工人为优秀员工。

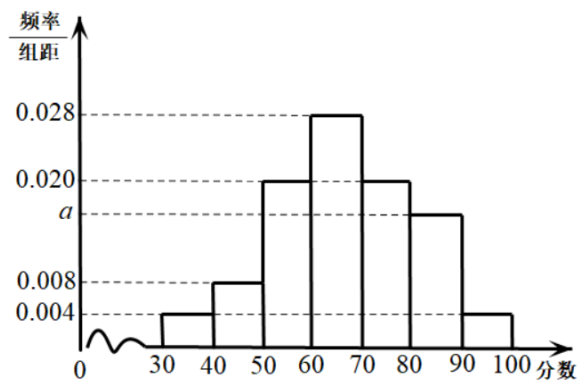


(1) 求这个样本数据的中位数和众数;

(2) 以这 9 个样本数据中优秀员工的频率作为概率, 任意调查 4 名工人, 求被调查的 4 名工人中优秀员工的数量 x 分布列和数学期望。

18. (12 分) 改革开放 40

年，我国经济取得飞速发展，城市汽车保有量在不断增加，人们的交通安全意识也需要不断加强.为了解某城市不同性别驾驶员的交通安全意识，某小组利用假期进行一次全市驾驶员交通安全意识调查.随机抽取男女驾驶员各 50 人，进行问卷测评，所得分数的频率分布直方图如图所示在 80 分以上为交通安全意识强.



- (1) 求 a 的值，并估计该城市驾驶员交通安全意识强的概率；
- (2) 已知交通安全意识强的样本中男女比例为 4:1，完成下列 2×2 列联表，并判断有多大把握认为交通安全意识与性别有关；

	安全意识强	安全意识不强	合计
男性			
女性			
合计			

- (3) 用分层抽样的方式从得分在 50 分以下的样本中抽取 6 人，再从 6 人中随机选取 2 人对未来一年内的交通违章情况进行跟踪调查，求至少有 1 人得分低于 40 分的概率.

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.010	0.005	0.001
k	6.635	7.879	10.828

19. (12 分) 在三角形 ABC 中，角 A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c ，若 $\frac{2\sqrt{3}}{3}bc \sin A = b^2 + c^2 - a^2$.

(I) 求角 A ；

(Ⅱ) 若 $c=5$, $\cos B=\frac{1}{7}$, 求 b .

20. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_n^2+2a_n=4S_n+1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = 1 - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 2\cos^2 x + m$ 在 R 上的最大值为 3.

(1) 求 m 的值及函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 若锐角 $\triangle ABC$ 中角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，且 $f(A) = 0$ ，求 $\frac{b}{c}$ 的取值范围.

22. (10 分) 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ ，过点 $C(-2, 0)$ 的直线 l 交抛物线于 A, B 两点，坐标原点为 O ，

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 12.$$

(1) 求抛物线的方程;

(2) 当以 AB 为直径的圆与 y 轴相切时，求直线 l 的方程.

参考答案

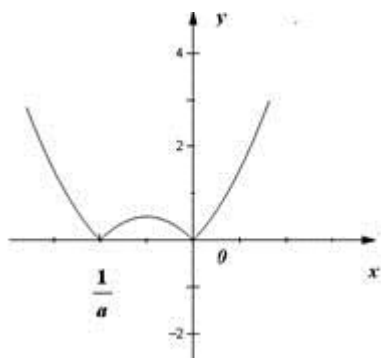
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

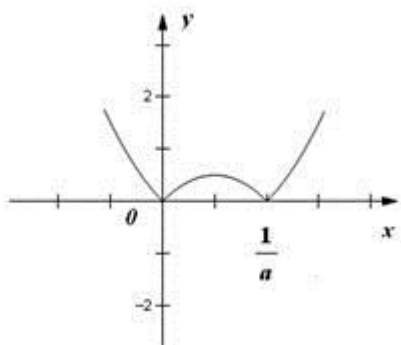
【解析】

$$f(x) = |(ax-1)x| = |ax^2 - x|, \text{ 令 } ax^2 - x = 0, \text{ 解得 } x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{a}$$

当 $a \leq 0$ ， $f(x)$ 的图像如下图



当 $a > 0$ ， $f(x)$ 的图像如下图



由上两图可知，是充要条件

【考点定位】考查充分条件和必要条件的概念，以及函数图像的画法.

2、C

【解析】

试题分析：根据充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

解：在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_2 > a_1$ ，则 $d > 0$ ，即数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列，

若数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列，则 $a_2 > a_1$ ，成立，

即“ $a_2 > a_1$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列”充分必要条件，

故选 C.

考点：必要条件、充分条件与充要条件的判断.

3、C

【解析】

$f(x) = \cos 2x$ ，将 $2x$ 看成一个整体，结合 $y = \cos x$ 的对称性即可得到答案.

【详解】

由已知， $f(x) = \cos 2x$ ，令 $2x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，得 $x = \frac{1}{2}k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查余弦型函数的对称性的问题，在处理余弦型函数的性质时，一般采用整体法，结合三角函数 $\cos x$ 的性质，是一道容易题.

4、B

【解析】

根据等比中项性质代入可得解，由等比数列项的性质确定值即可.

【详解】

由等比数列中等比中项性质可知， $a_3 \cdot a_{15} = a_9^2$ ，

所以 $a_9 = \pm\sqrt{a_3 \cdot a_{15}} = \pm\sqrt{36} = \pm 6$,

而由等比数列性质可知奇数项符号相同, 所以 $a_9 = 6$,

故选: B.

【点睛】

本题考查了等比数列中等比中项的简单应用, 注意项的符号特征, 属于基础题.

5、B

【解析】

由已知可得函数 $f(x)$ 的周期与对称轴, 函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数等价于函数 $f(x)$ 与 $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$ 图象在 $[-9, 10]$ 上交点的个数, 作出函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象如图, 数形结合即可得到答案.

【详解】

函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数等价于函数 $f(x)$ 与 $g(x) = -\frac{x+4}{1-2x}$ 图象在 $[-9, 10]$ 上交点的个数,

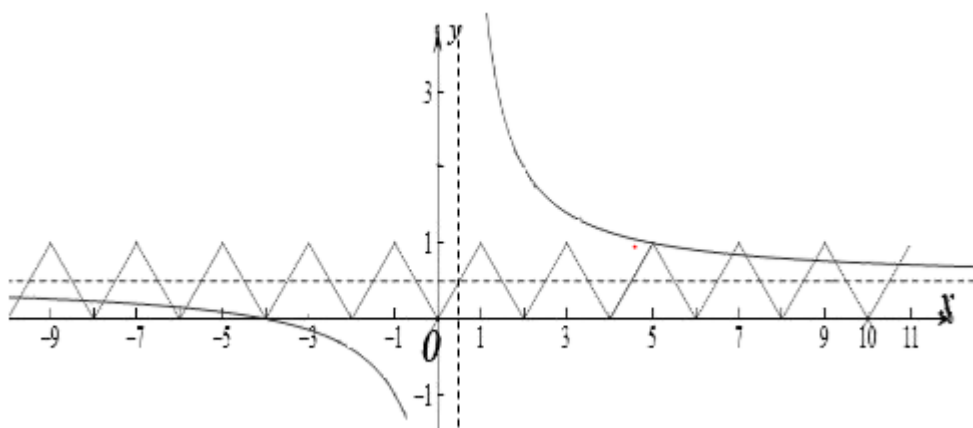
由 $f(x) = f(2-x)$, 得函数 $f(x)$ 图象关于 $x=1$ 对称,

$\because f(x)$ 为偶函数, 取 $x=x+2$, 可得 $f(x+2) = f(-x) = f(x)$, 得函数周期为 2.

又 $\because$ 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x$, 且 $f(x)$ 为偶函数, $\therefore$ 当 $x \in [-1, 0]$ 时, $f(x) = -x$,

$$g(x) = -\frac{x+4}{1-2x} = \frac{x+4}{2x-1} = \frac{1}{2} + \frac{9}{4x-2},$$

作出函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象如图:



由图可知, 两函数图象共 10 个交点,

即函数 $F(x) = f(x) + \frac{x+4}{1-2x}$ 在区间 $[-9, 10]$ 上零点的个数为 10.

故选: B.

【点睛】

本题考查函数的零点与方程根的关系，考查数学转化思想方法与数形结合的解题思想方法，属于中档题.

6、A

【解析】

由抛物线 $y^2=20x$ 的焦点 $(5,0)$ 得双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦点 $(\pm 5,0)$ ，求出 $c=5$ ，由抛物线准线方程

$x=-5$ 被曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$ ，由焦半径公式 $\frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$ ，联立求解.

【详解】

解：由抛物线 $y^2=20x$ ，可得 $2p=20$ ，则 $p=10$ ，故其准线方程为 $x=-5$ ，

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点，

$\therefore c=5$.

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线被双曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$ ，

$\therefore \frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$ ，又 $c^2=25=a^2+b^2$ ，

$\therefore a=4, b=3$ ，

则双曲线的离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$.

故选：A .

【点睛】

本题考查抛物线的性质及利用过双曲线的焦点的弦长求离心率. 弦过焦点时，可结合焦半径公式求解弦长.

7、C

【解析】

将复数化成标准形式，由题意可得实部大于零，虚部等于零，即可得到答案.

【详解】

因为 $z=a^2i-2a-i=-2a+(a^2-1)i$ 为正实数，

所以 $-2a>0$ 且 $a^2-1=0$ ，解得 $a=-1$.

故选：C

【点睛】

本题考查复数的基本定义，属基础题.

8、C

【解析】

设过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线的切点为 T ，根据切线的性质可得 $OT \perp PF_1$ ，且 $|OT| = a$ ，再由 $|PF_2| = 2|PF_1|$ 和双曲线的定义可得 $|PF_1| = 2a, |PF_2| = 4a$ ，得出 T 为 F_1P 中点，则有 $OT \parallel PF_2$ ，得到 $PF_2 \perp PF_1$ ，即可求解.

【详解】

设过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的切线的切点为 T ，

$$\therefore OT \perp PF_1, |F_1T| = \sqrt{|OF_1|^2 - b^2} = a$$

$$|PF_2| = 2|PF_1|, |PF_2| - |PF_1| = 2a, |PF_2| = 4a, |PF_1| = 2a,$$

所以 T 是 F_1P 中点， $\therefore OT \parallel PF_2, \therefore PF_1 \perp PF_2$ ，

$$\therefore |PF_1|^2 + |PF_2|^2 = 20a^2 = |F_1F_2|^2 = 4c^2,$$

$$\frac{c^2}{a^2} = 5, \therefore e = \sqrt{5}.$$

故选:C.

【点睛】

本题考查双曲线的性质、双曲线定义、圆的切线性质，意在考查直观想象、逻辑推理和数学计算能力，属于中档题.

9、D

【解析】

利用空间位置关系的判断及性质定理进行判断.

【详解】

解：选项 A 中直线 m, n 还可能相交或异面，

选项 B 中 m, n 还可能异面，

选项 C，由条件可得 $n \parallel \alpha$ 或 $n \subset \alpha$.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查直线与平面平行、垂直的性质与判定等基础知识；考查空间想象能力、推理论证能力，属于基础题.

10、D

【解析】

由 $S_9 = 81$ 可求 $a_5 = 9$ ，再求公差，再求解即可.

【详解】

解：Q $\{a_n\}$ 是等差数列

$$\therefore S_9 = 9a_5 = 81$$

$$\therefore a_5 = 9, \text{ 又 } Q a_4 = 5,$$

$$\therefore \text{公差为 } d = 4,$$

$$\therefore a_{10} = a_4 + 6d = 29,$$

故选：D

【点睛】

考查等差数列的有关性质、运算求解能力和推理论证能力，是基础题.

11、B

【解析】

由 $b > a$ 可得 $e > \sqrt{2}$ ；由过点 T 所作的圆的两条切线互相垂直可得 $|TF| = \sqrt{2}a$ ，又焦点 $F(c, 0)$ 到双曲线渐近线的距离为 b ，则 $|TF| = \sqrt{2}a \geq b$ ，进而求解.

【详解】

$$Q b > a, \text{ 所以离心率 } e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} > \sqrt{2},$$

又圆 $(x-c)^2 + y^2 = a^2$ 是以 $F(c, 0)$ 为圆心，半径 $r = a$ 的圆，要使得经过点 T 所作的圆的两条切线互相垂直，必有

$$|TF| = \sqrt{2}a,$$

而焦点 $F(c, 0)$ 到双曲线渐近线的距离为 b ，所以 $|TF| = \sqrt{2}a \geq b$ ，即 $\frac{b}{a} \leq \sqrt{2}$ ，

所以 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \leq \sqrt{3}$ ，所以双曲线 M 的离心率的取值范围是 $(\sqrt{2}, \sqrt{3}]$.

故选：B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/798032123111006113>