第 17 讲 一次函数的图象

模块导航

模块一　思维导图串知识

模块二　基础知识全梳理（吃透教材）

模块三　核心考点举一反三

模块四　小试牛刀过关测

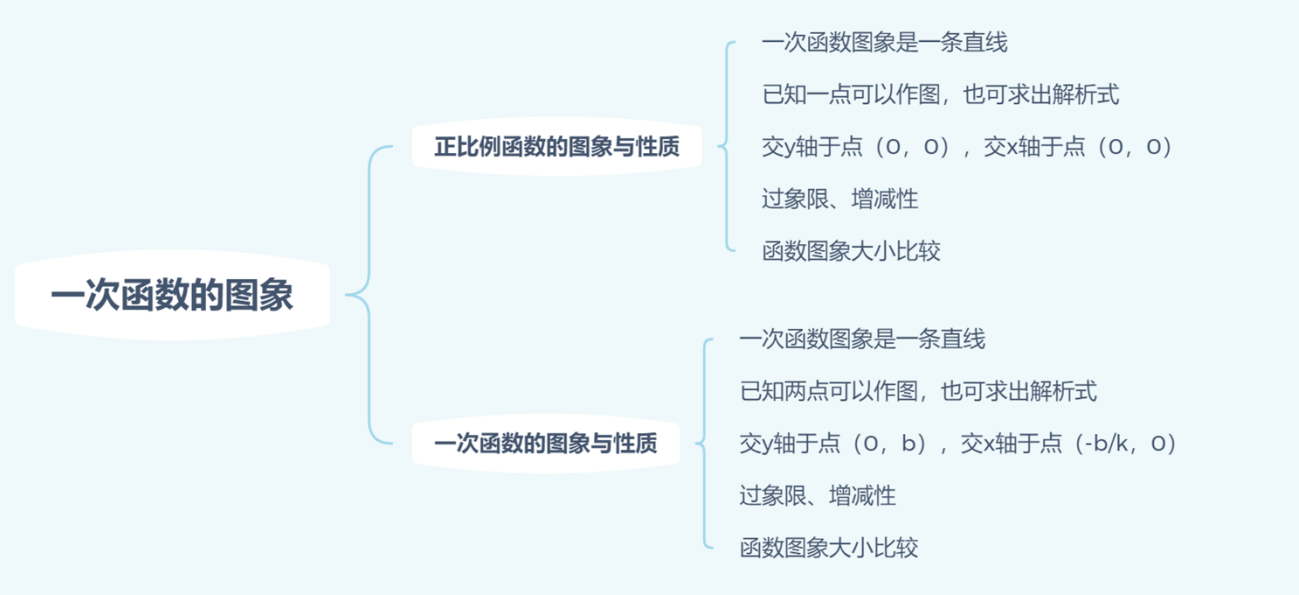
素养目标

1．理解函数图象的概念，掌握作函数图象的一般步骤；

2．掌握正比例函数的图象与性质，并能灵活运用解答有关问题；

3．掌握一次函数的图象与性质，能灵活运用一次函数的图象与性质解答有关问题。

模块一 思维导图串知识



模块二 基础知识全梳理

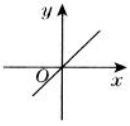
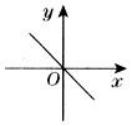
知识点一 正比例函数的图象与性质

1）一次函数图象是一条直线；

2）已知一点可以作图，也可求出解析式；

3）交 y 轴于点（0，0），交 x 轴于点（0，0）；

4）过象限、增减性

$y=kx$	过原点（0,0）的一条直线	
k 值	$k>0$	$k<0$
大致图象		

经过象限	经过第一、三象限	经过第二、四象限
增减性	y 随 x 的增大而增大	y 随 x 的增大而减小

5）函数图象大小比较：函数图象上的点是由适合函数解析式的一对 x、y 的值组成的（x、y），x 的值是点的横坐标，纵坐标就是与这个 x 的值相对应的 y 的值，因此，观察 x 或 y 的值就是看函数图象上点的横、纵坐标的值，比较函数值的大小就是比较同一个 x 的对应点的纵坐标的大小，也就是函数图象上的点的位置的高低.

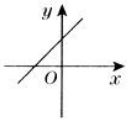
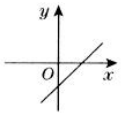
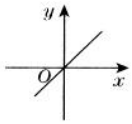
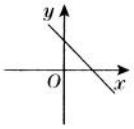
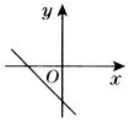
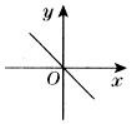
知识点二 一次函数的图象与性质

1）一次函数图象是一条直线；

2）已知两点可以作图，也可求出解析式；

3）交 y 轴于点（0，b），交 x 轴于点（$-\dfrac{b}{k}$，0）；

4）过象限、增减性

	$b>0$（过一、二象限）	$b<0$（过三、四象限）	$b=0$（过原点）
$k>0$ （过一、三象限） y 随 x 的增大而增大	 经过第一、二、三象限	 经过第一、三、四象限	 经过第一、三象限
$k<0$ （过二、四象限） y 随 x 的增大而减小	 经过第一、二、四象限	 经过第二、三、四象限	 经过第二、四象限

5）函数图象大小比较：函数图象上的点是由适合函数解析式的一对 x、y 的值组成的（x、y），x 的值是点的横坐标，纵坐标就是与这个 x 的值相对应的 y 的值，因此，观察 x 或 y 的值就是看函数图象上点的横、纵坐标的值，比较函数值的大小就是比较同一个 x 的对应点的纵坐标的大小，也就是函数图象上的点的位置的高低.

模块三 核心考点举一反三

考点一：正比例函数的图象和性质

例 1．（2023 春·黑龙江哈尔滨·八年级校考期中）关于函数 $y=-5x$，下列判断正确的是（　　）

A．图象必过 $(-1,-5)$　　B．图象经过第一、三象限

C．y 随 x 的增大而减小　　D．不论 x 取何值总有 $y>0$

【答案】C

【分析】利用一次函数图象上点的坐标特征，可得出函数$y=-5x$的图象不过点$(-1,-5)$；由$k=-5<0$，利用正比例函数的性质，可得出函数$y=-5x$的图象经过第二、四象限；由$k=-5<0$，利用正比例函数的性质，可得出y随x的增大而减小；利用不等式的性质，可得出当$x<0$时，$y>0$.

【详解】解：A．当$x=-1$时，$y=-5\times(-1)=5$，$5\neq-5$，

$\therefore$函数$y=-5x$的图象不过点$(-1,-5)$，选项不符合题意；

B．$\because k=-5<0$，

$\therefore$函数$y=-5x$的图象经过第二、四象限，选项不符合题意；

C．$\because k=-5<0$，

$\therefore y$随x的增大而减小，选项符合题意；

D．当$x<0$时，$y=-5x>0$，选项不符合题意．

故选：C.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及正比例函数的性质，逐一分析各选项的正误是解题的关键.

【变式 1-1】（2023 春·青海西宁·八年级统考期末）关于正比例函数$y=-\frac{x}{2}$，下列结论正确的是（　）

A．$k=-2$　　B．图象必经过点$(-1,2)$

C．图象不经过原点　　D．y随x的增大而减小

【答案】D

【分析】根据正比例函数的性质直接解答即可.

【详解】解：A．正比例函数$y=-\frac{x}{2}$的$k=-\frac{1}{2}$，故选项错误，不符合题意；

B．将$(-1,2)$代入解析式得，$\frac{1}{2}\neq2$，故本选项错误，不合题意；

C．正比例函数$y=-\frac{x}{2}$的图象过原点，故本选项错误，不合题意；

D．由于函数图象过二、四象限，则函数值y随x的增大而减小，故本选项正确，符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了正比例函数的性质，熟悉函数的图象及系数与图象的关系是解题的关键.

【变式 1-2】（2023 春·云南昆明·八年级统考期末）下列关于函数$y=\frac{1}{3}x$的结论正确的是（　　）

A．函数图象经过点$(1,3)$　　B．函数图象经过第一、三象限

C．y随x的增大而减小　　D．不论x为何值，总有$y>0$

【答案】B

【分析】直接根据正比例函数的图象与性质特点逐项判断即可得.

【详解】解：A、当$x=1$时，$y=\frac{1}{3}\neq 3$，

则函数图象不经过点$(1,3)$，此项错误，不符合题意；

B、函数$y=\frac{1}{3}x$中的$k=\frac{1}{3}>0$，

则函数图象经过第一、三象限，此项正确，符合题意；

C、函数$y=\frac{1}{3}x$中的$k=\frac{1}{3}>0$，

则y随x的增大而增大，此项错误，不符合题意；

D、只有当$x>0$时，$y>0$，则此项错误，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了正比例函数的图象与性质，熟练掌握正比例函数的图象与性质是解题关键.

【变式 1-3】（23-24 八年级下·湖北省直辖县级单位·阶段练习）下列关于正比例函数$y=-2x$的结论中，正确的是（　）

A．当$x=1$时，函数值为 2　　B．y随x的增大而增大

C．它的图象经过一、三象限　　D．它的图象一定不经过点$(m+1,-2m)$

【答案】D

【分析】本题考查了正比例函数的性质，根据正比例函数的性质以及图象逐项分析判断即可求解.

【详解】解：A. 当$x=1$时，函数值为-2，故该选项不正确，不符合题意；

B. y随x的增大而减小，故该选项不正确，不符合题意；

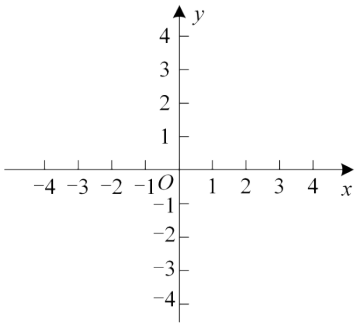
C. 它的图象经过二、四象限，故该选项不正确，不符合题意；

D. 当$x=m+1$时，$y=-2m-2$，则它的图象一定不经过点$(m+1,-2m)$，故该选项正确，符合题意；

故选：D.

考点二：画一次函数的图象

例 2.（2023 春·福建福州·八年级校考期末）已知一次函数$y=x-2$.



(1)在平面直角坐标系中，画出该函数图象；

(2)把该函数图象向上平移 3 个单位，判断点$(-3,-2)$是否在平移后的函数图象上.

【答案】(1)见解析

(2)在

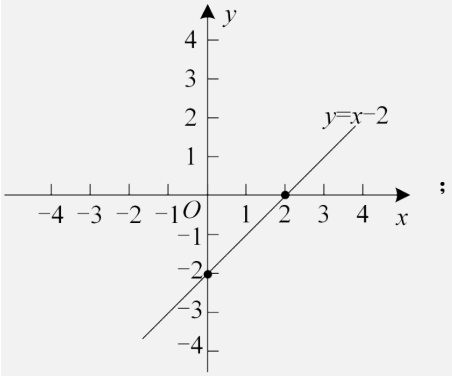
【分析】（1）根据函数图象与x，y轴的坐标交点坐标，画出图象即可；

（2）根据平移的特点得出解析式，进而解答.

【详解】（1）解：列表：

x	2	0
y	0	-2

过点$(2,0)$和点$(0,-2)$画出直线$y=x-2$，



；

（2）解：把函数$y=x-2$图象向上平移 3 个单位，

得函数的解析式为$y=x+1$，

当$x=-3$时，$y=-3+1=-2$，

$\therefore$点$(-3,-2)$在平移后的直线上.

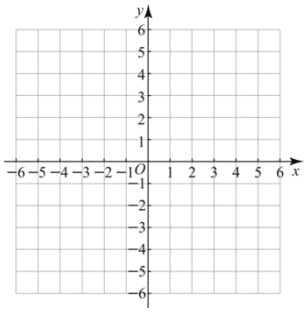
【点睛】本题考查一次函数与几何变换，关键是根据函数图象与x，y轴的坐标交点画出图象.

【变式 2-1】（2023 春·陕西西安·八年级统考期末）已知函数$y=2x-4$.

(1)填表，并画出这个函数的图象；

x	…	0	_____	…
$y=2x-4$	…	_____	0	…

(2)判断点$A(3,1)$是否在该函数的图象上，开说明理由.



【答案】(1)-4，2

(2)点$A(3,1)$不在该函数的图象上，理由见解析

【分析】（1）分别将$x=0$，$y=0$代入函数解析式中，求出与之对应的y，x的值，再描点，连线，即可画出函数图象；

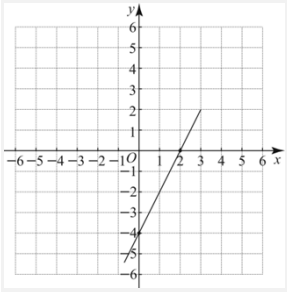
（2）将$x=3$代入函数解析式中，求出对应的y值，再与$y=1$进行比较即可得出结论.

【详解】（1）解：当$x=0$时，$y=2\times0-4=-4$，

当$y=0$时，$2x-4=0$，

解得：$x=2$，

画出函数图象，如图所示，



故答案为：-4，2；

（2）解：点$A(3,1)$不在该函数的图象上，理由如下：

当$x=3$时，$y=2\times3-4=2$，

$\because 2\neq1$，

$\therefore$点$A(3,1)$不在该函数的图象上.

【点睛】本题主要考查一次函数图象上点的坐标特征、一次函数的图象，熟知直线上任意一点的坐标都满足该直线解析式时解题关键.

【变式 2-2】（2023 春·北京朝阳·八年级校考期中）用“描点法”画出函数$y=2x+1$的图象.

解：函数$y=2x+1$的自变量x的取值范围是_.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	…
y								

判断$A(-2.5,-4)$，$B(1,3)$，$C(2.5,3)$是否在函数$y=2x+1$的图象上.

【答案】实数；见解析；点A、B在函数$y=2x+1$的图象上，点C不在函数$y=2x+1$的图象上

【分析】一次函数的自变量取值为实数；把自变量 x 的值代入解析式 $y=2x+1$，求出 y 的值；描点、连线画出一次函数的图象；

把 $A(-2.5,-4)$，$B(1,3)$，$C(2.5,3)$ 代入解析式 $y=2x+1$，通过等式是否成立判断是否是直线上的点.

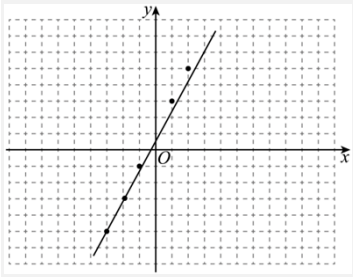
【详解】解：函数 $y=2x+1$ 的自变量 x 的取值范围是实数；

故答案为：实数；

列表：

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	…
y	…	-5	-3	-1	1	3	5	…

描点、连线，画出一次函数的图象如图：



把 $A(-2.5,-4)$，$B(1,3)$，$C(2.5,3)$ 代入解析式 $y=2x+1$，

$-2.5\times2+1=-4$；

$1\times2+1=3$

$2.5\times2+1=6\neq3$，

∴点 A、B 在函数 $y=2x+1$ 的图象上.

【点睛】本题考查了一次函数的图象与图象上的点，解题的关键是掌握一次函数的图象与一次函数图象上点的特点.

【变式 2-3】（2023 春·河南南阳·八年级统考期中）已知直线 $y=-\frac{1}{2}x+3$，

(1)请用两点法列表、描点并连线画出该函数的图象；

(2)结合所画图象，分别找出满足下列条件的点，并写出它的坐标：

①横坐标是 -4；

②和 x 轴的距离是 2 个单位.

【答案】(1)见解析；

(2)① $(-4,5)$；② $(2,2)$ 和 $(10,-2)$.

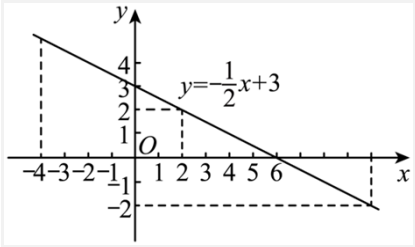
【分析】（1）根据画函数图象基本步骤即可；

（2）求函数的值和自变量的值即可解答.

【详解】（1）列表：

x	0	6
y	3	0

描点并连线：



，

（2）如图，①把 $x=-4$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$，得 $y=-\frac{1}{2}\times(-4)+3=5$，

∴横坐标是 -4 的点的坐标 $(-4,5)$，

②由题意可知：$|y|=2$，$\therefore y=\pm2$，

把 $y=2$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$，得：$2=-\frac{1}{2}x+3$，

$\therefore x=2$，

∴对应点的坐标为：$(2,2)$；

把 $y=-2$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$，得：$-2=-\frac{1}{2}x+3$，

$\therefore x=10$，

∴对应点的坐标为：$(10,-2)$；

综上可知：和 x 轴的距离是 2 个单位的点的坐标是 $(2,2)$ 和 $(10,-2)$.

【点睛】此题考查了一次函数，解题的关键是熟练掌握一次函数图象画法及图象上的点的坐标特征.

考点三：一次函数的图象和性质

例 3.（2023 春·福建泉州·八年级福建省泉州市培元中学校考期中）下列描述一次函数 $y=-3x+4$ 的图象及性质错误的是（　　）

A．直线与 x 轴交点坐标是 $(0,4)$　　B．y 随 x 的增大而减小

C．直线经过第一、二、四象限　　D．当 $x<0$ 时，$y<4$

【答案】A

【分析】根据一次函数的性质解答即可.

【详解】A. 直线与 x 轴交点坐标是 $\left(\frac{4}{3},0\right)$，符合题意；

$B.$ y 随 x 的增大而减小，不符合题意；

$C.$ 直线经过第一、二、四象限，不符合题意；

$D.$ 当 $x<0$ 时，$y<4$，不符合题意；

故选 A.

【点睛】本题考查了一次函数的性质和图像分布，熟练掌握性质是解题的关键.

【变式 3-1】（2023 春·浙江台州·八年级统考期末）对于一次函数 $y=-x+2$，下列说法正确的是（　）

A．y 随 x 的增大而增大　　B．它的图象过点 $(1,1)$

C．它的图象过第一、二、三象限　　D．它的图象与 x 轴的交点坐标为 $(-2,0)$

【答案】B

【分析】由 $k=-1<0$，$b=2>0$，可得 y 随 x 的增大而减小，图象过第一、二、四象限，进而可判断 A、C 的正误；当 $x=1$ 时，$y=-1+2=1$，则图象过点 $(1,1)$，进而可判断 B 的正误；当 $y=0$ 时，$0=-x+2$，解得 $x=2$，则图象与 x 轴的交点坐标为 $(2,0)$，进而可判断 D 的正误.

【详解】解：$\because k=-1<0$，$b=2>0$，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，图象过第一、二、四象限，A、C 错误，故不符合要求；

当 $x=1$ 时，$y=-1+2=1$，

$\therefore$ 图象过点 $(1,1)$，B 正确，故符合要求；

当 $y=0$ 时，$0=-x+2$，解得 $x=2$，

$\therefore$ 图象与 x 轴的交点坐标为 $(2,0)$，D 错误，故不符合要求；

故选：B.

【点睛】本题考查了一次函数的图象与性质，图象与坐标轴的交点．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

【变式 3-2】（2023 春·广西桂林·八年级校考阶段练习）对于函数 $y=x-1$，下列结论不正确的是（　）

A．图象经过点 $(-1,-2)$　　B．图象不经过第一象限

C．图象与 y 轴交点坐标是 $(0,-1)$　　D．y 的值随 x 值的增大而增大

【答案】C

【分析】根据一次函数的性质及函数图像上点满足函数解析式逐个判断即可得到答案；

【详解】解：由题意可得，

当 $x=-1$ 时，$y=-1-1=-2$，故 A 正确，

当 $x=0$ 时，$y=0-1=-1$，故 C 正确，

$\because k=1>0$，$b=-1<0$，

$\therefore y$ 的值随 x 值的增大而增大，图像经过一，三，四象限，故 D 正确 C 错误，

故选 C；

【点睛】本题考查一次函数的性质，解题的关键是熟练掌握$k>0$过一三象限，y的值随x值的增大而增大，$b<0$向下平移.

【变式 3-3】（2023 秋·四川成都·八年级统考期末）关于一次函数$y=-2x+3$，下列结论正确的是（　）

A．图象不经过第二象限

B．图象与x轴的交点是$(0,3)$

C．将一次函数$y=-2x+3$的图象向上平移 3 个单位长度后，所得图象的函数表达式为$y=-2x+6$

D．点(x_1,y_1)和(x_2,y_2)在一次函数$y=-2x+3$的图象上，若$x_1<x_2$，则$y_1<y_2$

【答案】*C*

【分析】根据一次函数的图象与性质，逐项判断即可作答.

【详解】*A*．$-2<0$，$3>0$，一次函数图象经过第一、二、四象限，故本项原说法错误；

B．图象与y轴的交点是$(0,3)$，故本项原说法错误；

C．将一次函数$y=-2x+3$的图象向上平移 3 个单位长度后，所得图象的函数表达式为$y=-2x+6$，故本项说法正确；

D.点(x_1,y_1)和(x_2,y_2)在一次函数$y=-2x+3$的图象上，若$x_1<x_2$，则$y_1>y_2$，故本项原说法错误；

故选：*C*.

【点睛】本题主要考查了一次函数的图象与性质，掌握一次函数的图象与性质，是解答本题的关键.

考点四：已知函数经过的象限求参数范围

例 4.（2023 春·河南洛阳·八年级统考期末）若一次函数$y=-x+b$（b为常数）的图象经过第一、二、四象限，则b的值可以为_____.（写出一个即可）

【答案】1（答案不唯一）

【分析】根据一次函数的图象经过第一、二、四象限判断出b的符号，再找出符合条件的b的可能值即可.

【详解】解：∵一次函数$y=-x+b$的图象经过第一、二、四象限，$k=-1$，

∴$b>0$，

故答案是：1（答案不唯一）.

【点睛】本题考查了一次函数的图象与性质，对于一次函数$y=kx+b$（k为常数，$k\neq0$），当$k>0$时，y随x的增大而增大；当$k<0$时，y随x的增大而减小．当$b>0$，图象与y轴的正半轴相交，当$b<0$，图象与y轴的负半轴相交，当$b=0$，图象经过原点.

【变式 4-1】（2023·河南周口·河南省淮阳中学校考三模）若一次函数$y=kx-k+3$不经过第二象限，则k的取值范围为_____.

【答案】$k \geq 3$

【分析】根据图象在坐标平面内的位置关系确定 k 的取值范围，从而求解.

【详解】∵一次函数 $y=kx-k+3$ 的图象不经过第二象限，

∴一次函数 $y=kx-k+3$ 的图象经过第一、三、四象限或者过第一、三象限，

∴$k>0$ 且 $-k+3 \leq 0$，

解得 $k \geq 3$.

故答案为：$k \geq 3$.

【点睛】本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k、b 的关系．解答本题注意理解：直线 $y=kx+b$ 所在的位置与 k、b 的符号有直接的关系．需要特别注意不经过第二象限可能只经过第一、三象限.

【变式 4-2】（2023 春·山东日照·八年级校考期中）一次函数 $y=(m-5)x+m-4$ 的图象不经过第三象限，则 m 的取值范围是_____；

【答案】$4 \leq m \leq 5$

【分析】分直线不是一次函数、直线经过第二、四象限和直线经过第一、二、四象限三种情况考虑，利用一次函数图象与系数的关系，即可得出关于 m 的不等式（或方程），解之即可得出 m 的取值范围.

【详解】解：分三种情况考虑.

当 $m-5=0$，即 $m=5$ 时，直线为 $y=1$，不经过第三象限，符合题意；

当直线 $y=(m-5)x+m-4$ 经过第二、四象限时，$\begin{cases} m-5<0 \\ m-4=0 \end{cases}$，

解得：$m=4$；

当直线 $y=(m-5)x+m-4$ 经过第一、二、四象限时，$\begin{cases} m-5<0 \\ m-4>0 \end{cases}$，

解得：$4<m<5$.

∴m 的取值范围是 $4 \leq m \leq 5$.

故答案为：$4 \leq m \leq 5$.

【点睛】本题考查了一次函数图象与系数的关系，分直线不是一次函数、直线经过第二、四象限和直线经过第一、二、四象限两种情况，求出 m 的取值范围（或 m 的值）是解题的关键.

【变式 4-3】（2023 春·山东菏泽·八年级统考期末）已知一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过第一、三、四象限，则函数 $y=bx-b$ 的图象经过的象限是_____.

【答案】一、二、四

【分析】先根据一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过第一、三、四象限判断 b 的取值范围，再判断函数 $y=bx-b$ 的图象经过的象限.

【详解】∵一次函数 $y=2x+b$ 的图象经过第一、三、四象限，

∴$b<0$，$-b>0$，

∴函数 $y=bx-b$ 的图象经过一、二、四象限.

故答案为：一、二、四.

【点睛】本题考查了一次函数的图象与性质，对于一次函数$y=kx+b$（k为常数，$k\neq0$），当$k>0$时，y随x的增大而增大；当$k<0$时，y随x的增大而减小．当$b>0$，图象与y轴的正半轴相交，当$b<0$，图象与y轴的负半轴相交，当$b=0$，图象经过原点.

考点五：根据一次函数增减性求参数



例 5.（2023 春·四川巴中·八年级校考阶段练习）若一次函数$y=(m-2)x-3$，y随x增大而减小，则m的取值范围为 ___.

【答案】$m<2$

【分析】根据一次函数的性质y随x的增大而减小得到$m-2<0$，即可得到答案.

【详解】解：∵一次函数$y=(m-2)x-3$，若y随x的增大而减小，

∴$m-2<0$，

∴$m<2$，

故答案为：$m<2$.

【点睛】此题考查了一次函数的性质：当$k>0$时，图象过第一、三象限，y随x的增大而增大；当$k<0$时，图象过二、四象限，y随x的增大而减小.

【变式 5-1】（2023 春·青海果洛·八年级统考期末）若一次函数$y=kx-4$的函数值y随x的增大而增大，则k的值可能是_____.

【答案】1（答案不唯一）

【分析】根据一次函数的性质，若y随x的增大而增大，则比例系数大于 0.

【详解】解：∵$y=kx-4$的函数值y随x的增大而增大，

∴$k>0$，

则k的值可能是 1，

故答案为：1（答案不唯一）.

【点睛】本题考查了一次函数的性质，要知道，在直线$y=kx+b$中，当$k>0$时，y随x的增大而增大；当$k<0$时，y随x的增大而减小.

【变式 5-2】（2023 春·上海虹口·八年级统考期末）已知一次函数$y=(1-m)x+2$图像上两点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，当$x_1<x_2$时，$y_1>y_2$，那么m的取值范围是_____.

【答案】$m>1$

【分析】根据题意可得y随x的增大而减小，可得$1-m<0$，从而可得答案.

【详解】解：∵一次函数$y=(1-m)x+2$图像上两点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，当$x_1<x_2$时，$y_1>y_2$，

∴y随x的增大而减小，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/798054130020006111