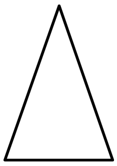
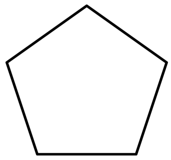
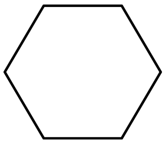
北京市北京清华附中2024-2025学年上册九年级期中考试数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是（　　）

A． 　　B． 　　C． 

D． 

2．一元二次方程$2x^2+3x-4=0$的一次项系数是（　　）

A．-4　　B．-3　　C．2　　D．3

3．八边形的外角和为（　）

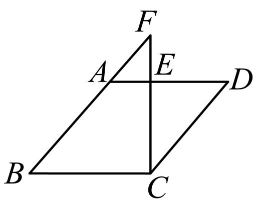
A．180°　　B．360°　　C．720°　　D．1080°

4．下表是某校乒乓球队队员的年龄分布，则这些队员年龄的众数是（　）

年龄/岁	13	14	15	16	17
频数	2	6	8	3	1

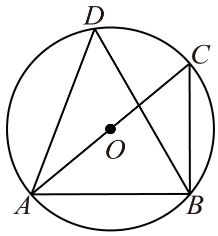
A．6　　B．8　　C．14　　D．15

5．如图，在菱形$ABCD$中，点E在边AD上，射线CE交BA的延长线于点F，若$\frac{AE}{ED}=\frac{1}{2}$，$AB=3$，则$AF$的长为（　）



A．1　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．2

6．如图，点A，B，C，D在$\odot O$上，AC是$\odot O$的直径，$\angle BAC=40^\circ$，则$\angle D$的度数是（　）



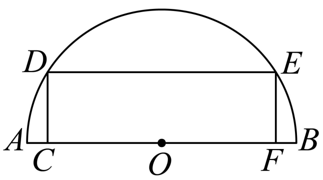
A．40°　　　B．50°　　　C．60°　　　D．90°

7．已知$A\left(-1,y_1\right)$，$B\left(2,y_2\right)$，$C\left(4,y_3\right)$是二次函数$y=-x^2+2x+c$的图像上的三个点，则y_1，y_2，y_3的大小关系为（　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　　B．$y_2<y_1<y_3$

C．$y_1<y_3<y_2$　　　D．$y_3<y_1<y_2$

8．如图，矩形$CDEF$的顶点C、F在线段AB上，D、E在以线段AB为直径的半圆上，O是AB中点，且$OA=2CD$，若$CD=p$，$AC=m$，$BC=n$，下面四个结论：①$n-m=2\sqrt{3}p$，②$mn=p^2$，③$m+n=4\sqrt{3}p$，④$m^2+n^2=8p^2$．其中所有正确结论的序号是（　）



A．①②　　　B．①②③　　　C．①②④　　　D．①③④

二、填空题

9．点$A\left(-1,2\right)$关于原点对称的点的坐标是________．

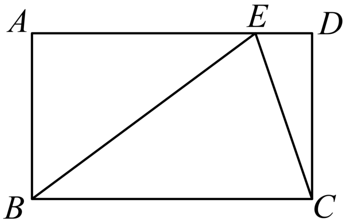
10．把抛物线$y=-3x^2$向左平移2个单位，再向上平移5个单位，所得抛物线的解析式是__________．

11．两个相似三角形面积比是$9:25$，其中面积较小的三角形的周长为36cm，则另一个三角形的周长是_____cm．

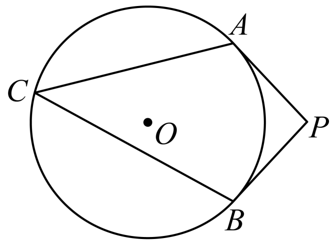
12．已知x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_{10}的平均数是5，则x_1+1，x_2+1，$\cdots$，$x_{10}+1$的平均数是_____．

13．随着技术的发展，某工厂生产的零部件原来的成本是每件300元，连续两次降低成本后，现在的成本是每件192元，若设每件成本的平均降低率是x，则可列方程为：________．

14．如图，在矩形$ABCD$中，$AB=3$，点E在AD上，$DE=1$．若EC平分$\angle BED$，则BC的长为_____.



15．如图，PA，PB分别与圆O相切于A，B两点，C是优弧AB上的一个动点，若$\angle P=96°$，则$\angle ACB=$_____°.



16．某电池制造商将两种型号的车用电池共打包成6个不同的包裹，编号分别为A，B，C，D，E，F，每个包裹的重量及包裹中甲乙两种型号的电池的重量如下，制造商准备用一辆载重不超过24.5吨的货车将其中的4个包裹运送到某新能源车工厂.

包裹编号	甲型电池重量/吨	乙型电池重量/吨
A	5	1
B	3	2
C	2	3
D	4	3
E	2	4
F	3	5

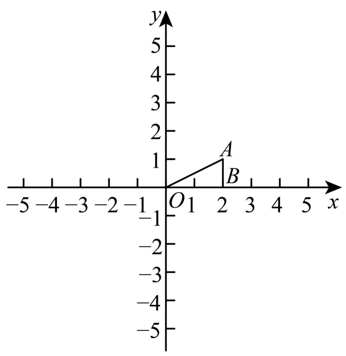
（1）如果装运的甲型电池不少于11吨，且不多于13吨，写出一种满足条件的装运方案__（写出要装运包裹的编号）；

（2）如果装运的甲型电池不少于11吨，且不多于13吨，同时装运的乙型电池最多．写出满足条件的装运方案_____（写出要装运包裹的编号）.

三、解答题

17．计算：$\sqrt{49}+\sqrt[3]{-27}+\left|1-\sqrt{2}\right|-\sqrt{2}$ ．

18．如图，点A的坐标为$(2,1)$，点B的坐标为$(2,0)$，作如下操作：



①以点A为旋转中心，将$\triangle ABO$顺时针方向旋转$90°$，得到$\triangle AB_1O_1$；

②以点O为位似中心，将$\triangle ABO$放大，得到$\triangle A_2B_2O$，使相似比为$1:2$，且点A_2在第三象限．

(1)在图中画出$\triangle AB_1O_1$和$\triangle A_2B_2O$；

(2)请直接写出点A_2的坐标_______．

19．下面是小亮设计的"过圆外一点作圆的一条切线"的尺规作图的过程．

已知：如图，$\odot O$及圆外一点P．

求作：过点P作$\odot O$的一条切线．

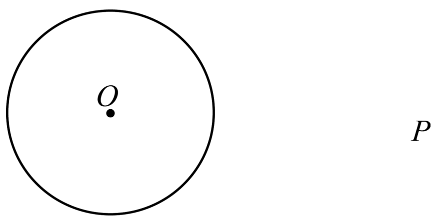
作法：①连接OP；

②作OP的垂直平分线，交OP于点A；

③以A为圆心，OA的长为半径作弧，交$\odot O$于点B；

④作直线PB．

即直线PB为所求作的一条切线．



根据上述尺规作图的过程，回答以下问题：

(1)使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

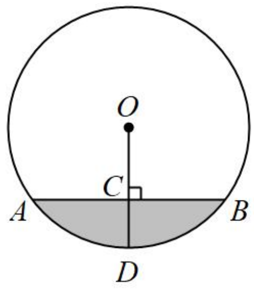
(2)该作图过程中，可以得到$\angle OBP=$_____°，所作直线PB为圆的切线的依据为_____．

20．已知关于x的一元二次方程$x^2-(2m+1)x+m^2-1=0$有两个不相等的实数根．

(1)求 m 的取值范围；

(2)当 m 为满足条件的最小整数时，求出 m 的值及此时方程的两个根．

21．如图，水平放置的一条油管的截面半径为10cm，其中有油部分油面宽 AB 为16cm，$AB\perp OD$ 于点 C，求截面上有油部分油面的高CD．



22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$的图像经过点$\left(4,1\right)$和$\left(0,-1\right)$．

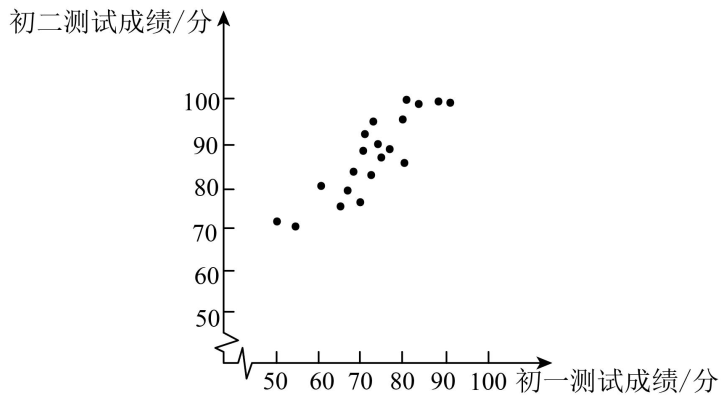
(1)求这个一次函数的解析式；

(2)当$x>-2$时，对于x的每一个值，函数$y=mx\left(m\neq 0\right)$的值大于一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$的值，直接写出m的取值范围．

23．为了加强学校体育工作，促使学生积极参加体育锻炼，促进学生身心健康发展，教育部和国家体育总局颁发了《学生体质健康标准》，某校体育老师为准确掌握初中学生体质健康变化情况，对同一届学生在初一学年和初二学年的体质健康测试成绩进行了统计，并从中随机抽取了 20 名学生，对他们的两次测试成绩（百分时制）进行整理、描述和分析．

下面给出了部分信息：

a.这 20 名学生初一测试、初二测试成绩得分统计如图：



b.这 20 名学生初一测试成绩、初二测试成绩的平均数、中位数、方差如下表：

	平均数	中位数	方差

初一测试	72.0	71.5	99.7
初二测试	86.8	m	88.4

c.按照初二测试成绩把学生成绩分为A、B、C三个等级，若初二测试的成绩为x，被抽取的20名学生中有8人是A等级$\left(90\le x\le 100\right)$，有7人是$B$等级$\left(80\le x<90\right)$，有5人是$C$等级$\left(x<80\right)$，其中$B$等级所有学生的成绩是：80，82，83，85，87，88，88．

根据以上信息，回答下列问题：

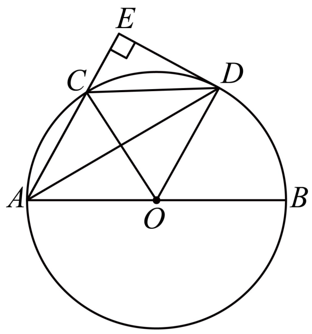
(1)小涵同学初一测试的成绩为80分，初二测试的成绩为95分，请在图中用"○"圈出小涵对应的点；

(2)写出表中m的值，$m=$_____；

(3)全年级学生共760人，估计能获得"A等级"的学生有_____人；

(4)若"体质健康增长率$=\dfrac{\text{初二测试成绩}-\text{初一测试成绩}}{\text{初一测试成绩}}\%$"，请在图中用"△"标记出8名获得A等级的学生中体质健康增长率最高的学生所对应的点．

24．如图，AB是$\odot O$的直径，C、D是$\odot O$上的两点，且$\overset{\frown}{DB}=\overset{\frown}{DC}$，过点$D$作$\odot O$的切线交$AC$的延长线于点$E$．



(1)求证：$\angle E=90^{\circ}$；

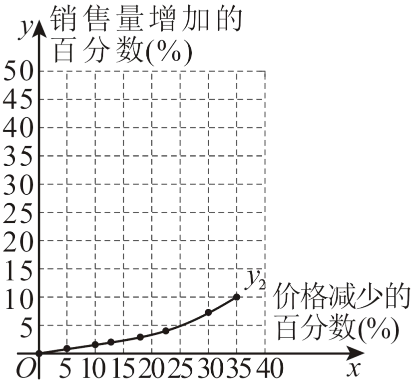
(2)连接CD，若$CD=\sqrt{5}$，$ED=2$，求AD的长．

25．某商场同时在销售A、B两种商品，通过对于销售记录的分析，可以发现两种商品的售价变化会影响消费者的购买欲望，当两类商品的售价相比原价都减少$x\%$时，A商品的销售量会上升$y_1\%$，B商品的销售量会上升$y_2\%$，以下是A、、B两种商品的销售量随着售价的变化而变化的部分数据：

$x(\%)$	0	5	10	13	18	22	30	35

$y_1(\%)$	0	2.0	4.6	6.0	7.9	12.1	32.1	47.1
$y_2(\%)$	0	1.0	1.5	2.0	3.0	4.2	7.2	10.0

(1)通过分析表格中的数据，发现可以用函数刻画 y_1 与 x，y_2 与 x 之间的关系，在给出的平面直角坐标系 xOy 中，已经画出了函数 y_2 的图象，请画出函数 y_1 的图象；



(2)根据以上数据与函数图象，解决下列问题：

①A、B 两种商品中，一种是生活必需品，另一种是非生活必需品，据统计，当商品售价上涨时，生活必需品的销售量变化不大，而非生活必需品的销售量会有较大的变化，推测A、B 两件商品中，生活必需品是_____；（填A或 B）

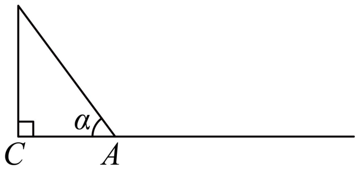
②商场在国庆假期对A商品打八折促销，若要使 B 商品的销售量增加百分数与A商品接近相同，B 商品的售价应为原价的_____%（结果保留整数）.

26．在平面直角坐标系 xOy 中，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 是抛物线 $y=ax^2-2a^2x+1\left(a>0\right)$ 上任意两点．

(1)已知点 $(2,1)$ 在抛物线上，求 a 的值；

(2)若对于 $x_1=-1$，$a+1<x_2<a+2$，都有 $y_1>y_2$，求 a 的取值范围．

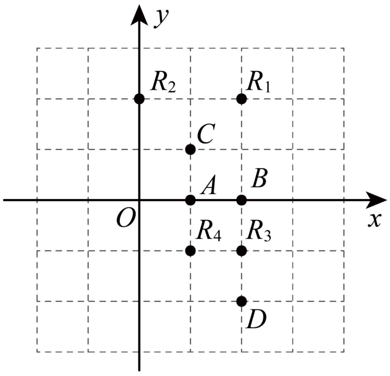
27．在V ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A=\alpha\left(45^\circ<\alpha<90^\circ\right)$，将线段 AB 绕点 B 逆时针旋转 2α 得到线段 BD，连接 AD．



(1)依题意补全图形，求 $\angle BAD$ 的大小（用含 α 的式子表示）；

(2)作 $BP \perp BD$，交射线 CA 于点 P，连接 PD，用等式表示线段 PA，PC，PD 之间的数量关系，并证明.

28．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 和点 B，对于直线 AB 外一点 P，给出如下定义：若 $\angle PAB=\alpha$，将点 A 绕点 P 顺时针旋转 α 得到点 Q，再将点 P 绕点 Q 逆时针旋转 α 得到点 R，则称点 R 为点 P 关于 A、B 的"关联点".



(1)如图，点 $A(1,0)$，$B(2,0)$，$C(1,1)$，$D(2,-2)$.

①在点 $R_1(2,2)$，$R_2(0,2)$，$R_3(2,-1)$，$R_4(1,-1)$ 中，点 C 关于 A、B 的"关联点"是_____，点_____关于 A、B 的"关联点"是点 D；

②已知点 E 在射线 $y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}\,(x\geq 1)$ 上，若点 E 关于 A、B 的"关联点" F 在以点 $G(2,1)$ 为圆心，OG 为半径的圆内，直接写出点 E 的横坐标 x_E 的取值范围_______；

(2)已知 $OA=OB=1$，将点 A 绕点 O 逆时针旋转 120° 得到点 M，若点 N 为点 M 关于 **A**、B 的"关联点"，记 ON 的长为 t，直接写出 t 的取值范围_____.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8		
答案	D	D	B	D	C	B	D	A		

1．D

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念，对各选项分析判断即可得解．把一个图形绕某一点旋转$180°$，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形．

本题考查了中心对称图形和轴对称图形，熟练掌握中心对称图形和轴对称图形的概念是解题的关键．

【详解】解：A．不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B．是中心对称图形，不是轴对称图形，故本选项不合题意；

C．不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项符合题意；

D．既是中心对称图形也是轴对称图形，故本选项合题意．

故选：D．

2．D

【分析】根据 $ax^2+bx+c=0$ 中，ax^2 叫二次项，bx 叫一次项，c 是常数项．其中 a，b，c 分别叫二次项系数，一次项系数，常数项解答即可．

【详解】一元二次方程$2x^2+3x-4=0$的一次项系数是 3

故选：D．

【点睛】本题考查的是一元二次方程的一般形式，$ax^2+bx+c=0$（a，b，c 是常数且 $a\neq0$）特别要注意 $a\neq0$ 的条件，在一般形式中 ax^2 叫二次项，bx 叫一次项，c 是常数项．其中 a，b，c 分别叫二次项系数，一次项系数，常数项．

3．B

【分析】本题考查多边形的外角和，根据多边形的外角和为360°，即可得出答案

【详解】解：八边形的外角和为$360°$，

故选：B

4．D

【分析】本题考查了众数．熟练掌握众数的定义是解题的关键．

根据众数的定义求解作答即可．

【详解】解：由题意知，15岁的频数为8，最大，

∴众数为15，

故选：D．

5．C

【分析】此题考查菱形的性质、相似三角形的判定与性质等知识，证明$\triangle AFE\backsim\triangle DCE$是解题的关键．由菱形的性质得$AB\parallel DC$，$AB=DC=3$，可证明$\triangle AFE\backsim\triangle DCE$，则$\frac{AF}{DC}=\frac{AE}{ED}=\frac{1}{2}$，求得$AF=\frac{1}{2}DC=\frac{3}{2}$，于是得到问题的答案．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是菱形，$AB=3$，

∴$AB\parallel DC$，$AB=DC=3$，

∵点F在直线AB上，

∴$AF\parallel DC$，

∴$\triangle AFE\backsim\triangle DCE$，

∴$\frac{AF}{DC}=\frac{AE}{ED}=\frac{1}{2}$，

∴$AF=\frac{1}{2}DC=\frac{3}{2}$．

故选：C．

6．B

【分析】本题考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解题的关键，先根据圆周角定理求出$\angle ABC$的度数，再在直角三角形中求出$\angle ACB$的度数，根据圆周角定理即可得到$\angle D$的度数．

【详解】解：∵AC是$\odot O$的直径，

∴$\angle ABC=90^\circ$，

∵$\angle BAC=40^\circ$，，

∴$\angle ACB=50^\circ$，

∵$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB}$，

∴$\angle D=\angle ACB=50^\circ$，

故选：B．

7．D

【分析】本题考查比较二次函数的函数值大小，根据二次函数的增减性，进行判断即可．

【详解】解：∵ $y=-x^2+2x+c$，

∴抛物线的开口向下，对称轴为直线 $x=-\frac{2}{-2}=1$，

∴抛物线上的点离对称轴越远，函数值越小，

∵ $|2-1|<|-1-1|<|4-1|$，

∴ $y_3<y_1<y_2$；

故选：D．

8．A

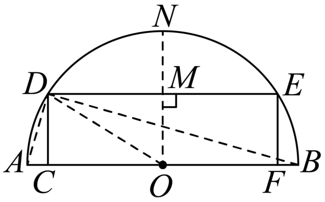
【分析】①过 O 作 $OM\perp DE$ 于 M，OM 的延长线交半圆于点 N，连接 AD，OD，BD，根据垂径定理及矩形性质得 $OA=OB$，$OC=OF=\frac{1}{2}CF$，则 $AC=BF=m$，进而得 $OC=OF=\frac{1}{2}(n-m)$，$OA=\frac{1}{2}(n+m)$，在 $\mathrm{Rt}\triangle OCD$ 中，由勾股定理得 $OC=\sqrt{3}CD$，则 $\frac{1}{2}(n-m)=\sqrt{3}p$，据此可对结论①进行判断；

②证明 $\triangle ADC$ 和 $\triangle DBC$ 相似得 $AC\cdot BC=CD^2$，由此可对结论②进行判断；

③根据 $m+n=AC+BC=2OA$，$OA=2CD=2p$ 即可对结论③进行判断；

④根据 $n-m=2\sqrt{3}p$，$m+n=4p$ 可得出 $m^2+n^2=14p^2$，由此可对结论④进行判断，综上所述即可得出答案．

【详解】解：①过 O 作 $OM\perp DE$ 于 M，OM 的延长线交半圆于点 N，连接 AD，OD，BD，如图所示：



∵四边形 $CDEF$ 是矩形，AB 是半圆的直径，

∴ $OA=OB$，$OC=OF=\frac{1}{2}CF$，

∵ $CD=p$，$AC=m$，$BC=n$，

∴ $AC=BF=m$，

∴ $CF=BC-BF=n-m$，

∴ $OC=OF=\frac{1}{2}(n-m)$，

$\therefore OA=\frac{1}{2}(n-m)+m=\frac{1}{2}(n+m)$，

$\therefore OD=OA=\frac{1}{2}(n+m)$，

$\because OA=2CD$，

$\therefore OD=2CD$，

在$\mathrm{Rt}\triangle OCD$中，由勾股定理得：$OC=\sqrt{OD^2-CD^2}=\sqrt{(2CD)^2-CD^2}=\sqrt{3}CD$，

$\therefore \frac{1}{2}(n-m)=\sqrt{3}p$，

$\therefore n-m=2\sqrt{3}p$，

故结论①正确；

②$\because$四边形$CDEF$是矩形，

$\therefore \angle ACD=\angle DCB=90^\circ$，

$\therefore \angle A+\angle ADC=90^\circ$，

$\because AB$是半圆的直径，

$\therefore \angle ADB=\angle ADC+\angle CDB=90^\circ$，

$\therefore \angle A=\angle CDB$，

$\therefore \triangle ADC \backsim \triangle DBC$

$\therefore CD:BC=AC:CD$，

$\therefore AC\cdot BC=CD^2$，

即$mn=p^2$，

故结论②正确；

③$\because m+n=AC+BC=2OA$，$OA=2CD=2p$，

$\therefore m+n=4p$，

故结论③不正确，

④$\because n-m=2\sqrt{3}p$，

$\therefore (n-m)^2=\left(2\sqrt{3}p\right)^2$

整理得：$m^2+n^2-2mn=12p^2$，

$\because m+n=4p$，

$\therefore (m+n)^2=(4p)^2$，

整理得：$m^2+n^2+2mn=16p^2$，

$\therefore 2(m^2+n^2)=28p^2$，

即$m^2+n^2=14p^2$，

故结论④不正确，

综上所述：正确的结论是①②．

故选：A．

【点睛】此题主要考查了圆周角定理，垂径定理，矩形的性质，勾股定理，相似三角形的判定和性质，熟练掌握圆周角定理，垂径定理，矩形的性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解决问题的关键，

9．$(1,-2)$

【分析】本题主要考查了关于原点对称的点的坐标；根据关于原点对称的两点的横纵坐标互为相反数得出答案．

【详解】解：点$A(-1,2)$关于原点对称的点的坐标是$(1,-2)$，

故答案为：$(1,-2)$．

10．$y=-3(x+2)^2+5$

【分析】本题主要考查了二次函数图象的平移问题，根据“上加下减，左加右减”的平移规律求解即可．

【详解】解：把抛物线$y=-3x^2$向左平移 2 个单位，再向上平移 5 个单位，所得抛物线的解析式是$y=-3(x+2)^2+5$，

故答案为：$y=-3(x+2)^2+5$．

11．60

【分析】本题主要考查了相似三角形的性质，理解并掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题关键．根据“相似三角形的面积比等于相似比的平方”确定两个三角形的相似比，然后根据“相似三角形的周长比等于相似比”，即可获得答案．

【详解】解：∵两个相似三角形面积比是$9:25$，

∴这两个三角形的相似比，也即周长比为$3:5$，

∵面积较小的三角形的周长为36cm，

∴另一个三角形的周长是$36\div\frac{3}{5}=60\text{cm}$．

故答案为：60．

12．6

【分析】本题考查了平均数．首先根据：∵x_1、x_2、x_3、…、x_{10}的平均数是5，可得$\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{10}}{10}=5$，所以$x_1+1$、$x_2+1$、$x_3+1$、…、$x_{10}+1$的平均数为$\frac{x_1+1+x_2+1+x_3+1+\ldots+x_{10}+1}{10}$，利用加法交换律和结合律进行计算即可．

【详解】解：∵x_1、x_2、x_3、…、x_{10}的平均数是5，

$\therefore\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{10}}{10}=5$，

则x_1+1、x_2+1、x_3+1、…、$x_{10}+1$的平均数为：

$\therefore\frac{x_1+1+x_2+1+x_3+1+\ldots+x_{10}+1}{10}$

$=\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{10}+10}{10}$

$\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{10}}{10}+\frac{10}{10}$

$=5+1$

$=6$．

故答案为：6．

13．$300(1-x)^2=192$

【分析】本题主要考查了一元二次方程的应用，灵活运用一元二次方程解决增长率问题成为解题的关键．

设每件成本的平均降低率是x，经过第一次下降的成本变为$300(1-x)$元，再经过一次下降后成本变为$300(1-x)^2$元，再结合现在的成本是每件192元即可列出方程．

【详解】解：设每件成本的平均降低率是x，

根据题意可得：$300(1-x)^2=192$．

故答案为：$300(1-x)^2=192$．

14．5

【分析】本题考查了矩形的性质，勾股定理，平行线的性质，等角对等边，由矩形的性质可得 $AD // BC$， $AD = BC$，由角平分线和平行线的性质可证 $BE = BC$，由勾股定理可求解，熟练掌握知识点的应用是解题的关键．

【详解】解：∵ EC 平分 $\angle BED$，

∴ $\angle BEC = \angle CED$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $AD // BC$， $AD = BC$，

∴ $\angle DEC = \angle BCE$，

∴ $\angle BEC = \angle BCE$，

∴ $BE = EC$，

设 $BC = BE = x$，则 $AE = x-1$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中， $BE^2 = AB^2 + AE^2$，

∴ $x^2 = 3^2 + \left(x-1\right)^2$，解得： $x = 5$，

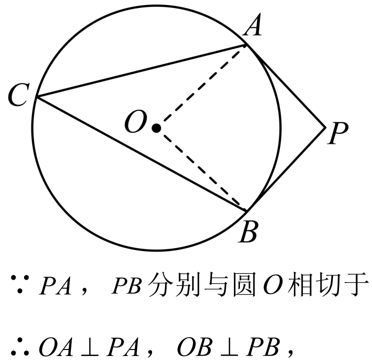
∴ $BC = 5$，

故答案为：5．

15．42

【分析】本题考查的是切线的性质、圆周角定理，熟记圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键．连接 OA、OB，根据切线的性质得到 $OA \perp PA$， $OB \perp PB$，根据四边形内角和是 $360°$ 求出 $\angle AOB$，再根据圆周角定理解答即可．

【详解】解：如图，连接 OA、OB，



∵ PA， PB 分别与圆 O 相切于 A，B 两点，

∴ $OA \perp PA$， $OB \perp PB$，

∵ $\angle P = 96°$，

∴ $\angle AOB = 360° - 90° - 90° - 96° = 84°$，