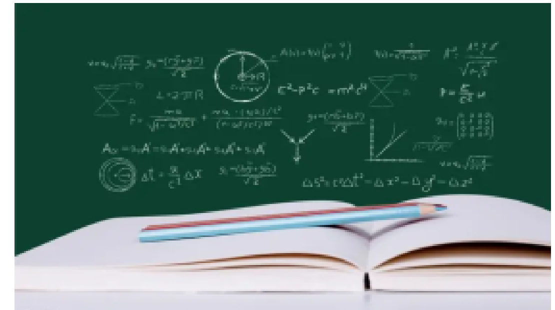
北师大版九年级下册



第三章　圆

3.8 圆内接正多边形

新课导入　讲授新课　当堂检测　课堂小结

学习目标

1、掌握正多边形与圆的相互关系，理解正多边形与圆的相关概念；

2、理解并掌握正多边形半径、中心角、边心距、边长的概念及其相互之间的关系；

3、学会运用正多边形与圆的关系解决与圆相关的几何问题，注意正多边形与圆的相互联系；

导入新课

观察与思考

问题：观看大屏幕上这些美丽的图案，都是在日常生活中我们经常能看到的. 你能从这些图案中找出类似的图形吗?

正多边形与圆

知识点一 正多边形的概念

问题1 什么叫做正多边形？

各边相等, 各角也相等的多边形叫做正多边形.

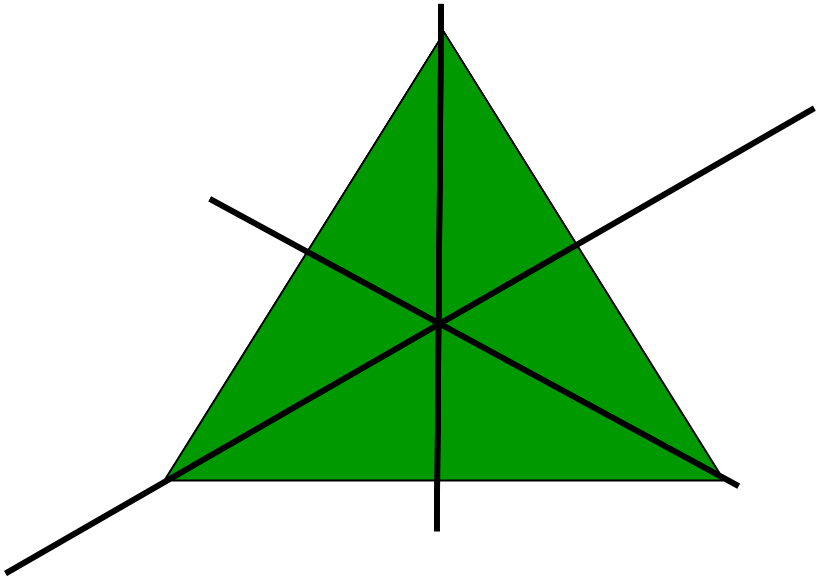
问题2 矩形是正多边形吗？为什么？菱形是正多边形吗？为什么？

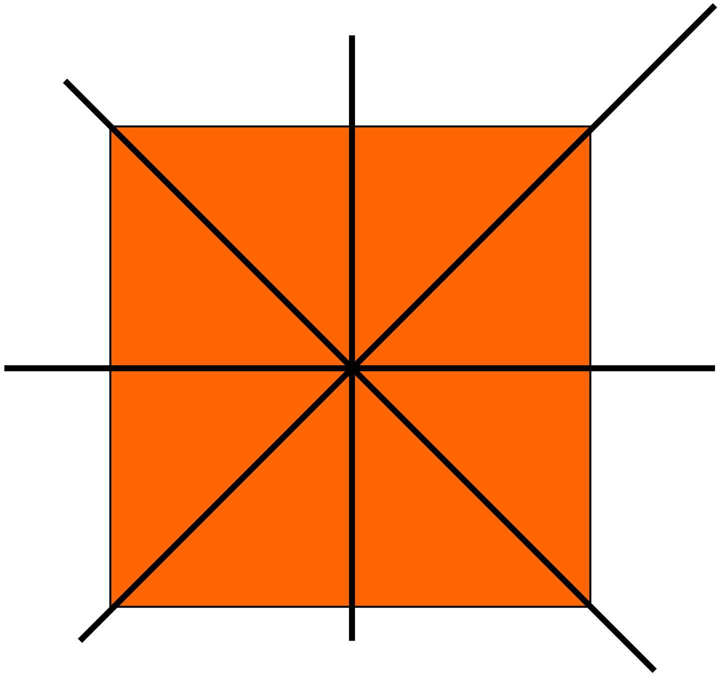
不是，因为矩形不符合各边相等；

不是，因为菱形不符合各角相等；

注意 正多边形 各边相等 各角相等 缺一不可

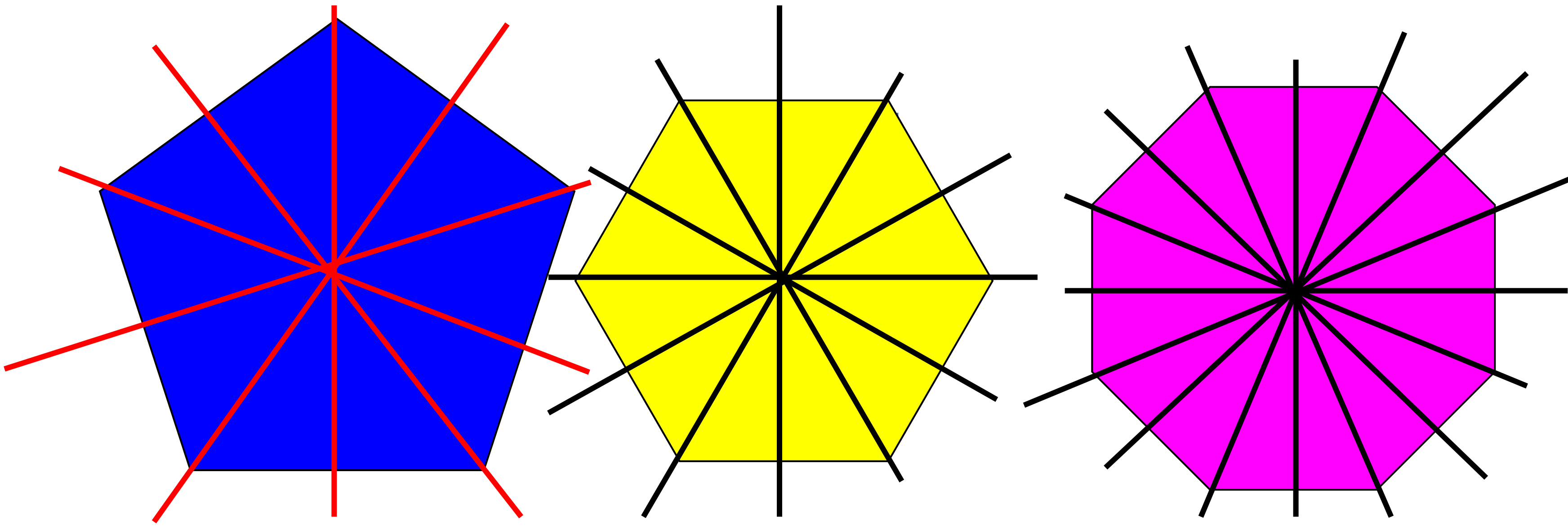
问题3 正三角形、正四边形、正五边形、正六边形都是轴对称图形吗？都是中心对称图形吗？





问题3 正三角形、正四边形、正五边形、正六边形都是轴对称图形吗？都是中心对称图形吗？

什么叫做正多边形？



归纳 正n边形都是轴对称图形，都有n条对称轴，只有边数为偶数的正多边形才是中心对称图形.

知识点二　正多边形与圆的关系

探究归纳

问题1　如图，把⊙O分成相等的5段弧，即$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EA}$，依次连接各等分点，所得五边形ABCDE是正五边形吗？

解： ∵ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EA}$

∴

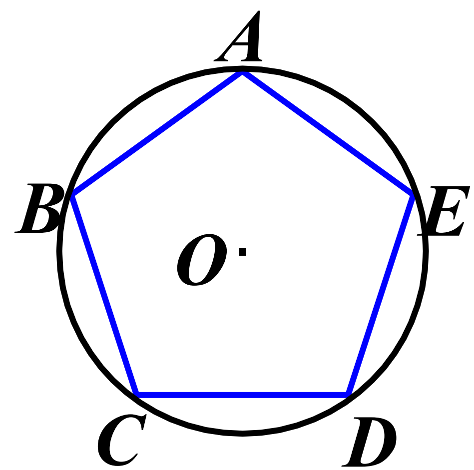
∴ $AB=BC=CD=DE=EA.$

$\overset{\frown}{BCE}=\overset{\frown}{CDA}=3\overset{\frown}{AB}$

∴ $\angle A=\angle B.$

同理 $\angle B=\angle C=\angle D=\angle E.$

∴ 五边形ABCDE是正五边形.



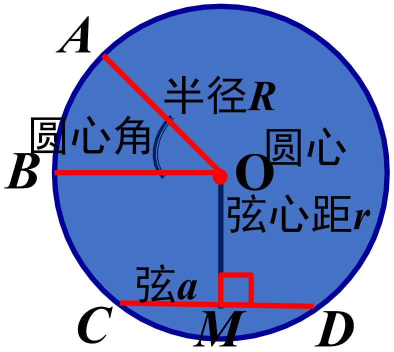
问题2 将圆$n(n\geq 3)$等分，依次连接各等分点，所得到的多边形是正多边形吗？

弧相等—
弦相等（多边形的边相等）
圆周角相等（多边形的角相等）

—多边形是正多边形

归纳 将一个圆$n(n\geq 3)$等分，依次连接各等分点所得到的多边形叫作这个圆的内接正多边形，这个圆是这个正多边形的外接圆，正n边形的各顶点n等分其外接圆.

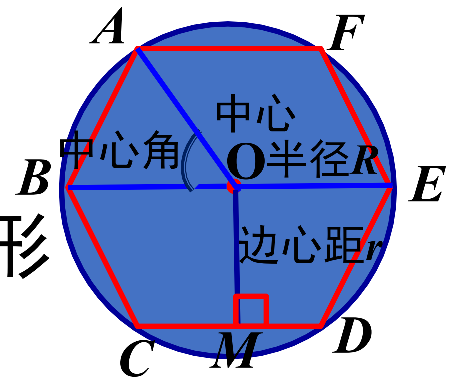
知识点三 正多边形有关概念与性质



类比学习

问题1

圆内接正多边形



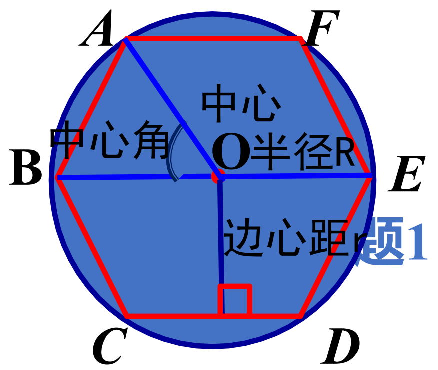
外接圆的圆心	⟺	正多边形的中心
外接圆的半径	⟺	正多边形的半径
每一条边所对的圆心角	⟺	正多边形的中心角
弦 心 距	⟺	正多边形的边心距

练一练

正多边形的
外角=中心角

完成下面的表格：

正多边形边数	内角	中心角	外角
3	60°	120°	120°
4	90°	90°	90°
6	120°	60°	60°
n	$\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$	$\frac{360^\circ}{n}$	$\frac{360^\circ}{n}$

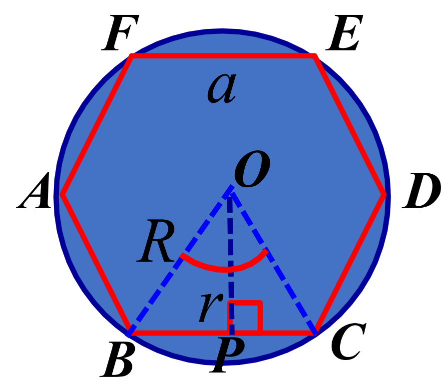


想一想

问题4　正n边形的中心角怎么计算？

$$\frac{360^{\circ}}{n}$$

问题5　正n边形的边长a，半径R，边心距r之间有什么关系？



$$R^2=r^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

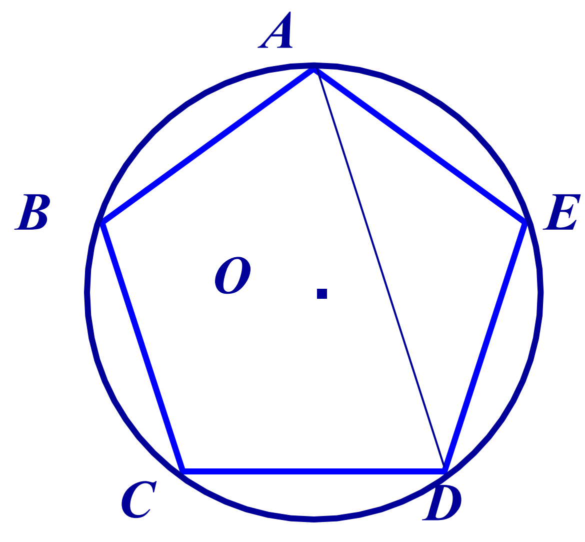
问题6　边长a，边心距r的正n边形的面积如何计算？

$$S=\frac{1}{2}nar=\frac{1}{2}lr.$$ 其中l为正n边形的周长.

典例精析

例1：如图，正五边形$ABCDE$内接于$\odot O$，则$\angle ADE$的度数是　　　　　　（ C ）

A．60°　　B．45°　　C． 36°　　D． 30°



针对训练

1.如图，正八边形$ABCDEFGH$的半径为2，它的面积为$\underline{\quad 8\sqrt{2}\quad}$.

解：连接AO，BO，CO，AC，

∵正八边形$ABCDEFGH$的半径为2，

∴$AO=BO=CO=2$，$\angle AOB=\angle BOC=\dfrac{360°}{8}=45°$，

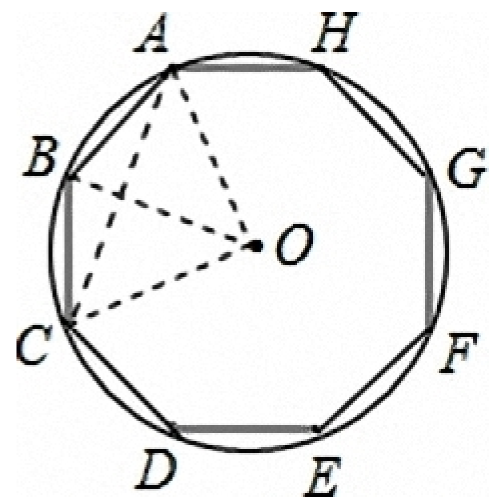
∴$\angle AOC=90°$，

∴$AC=2\sqrt{2}$，此时AC与BO垂直，

∴S四边形$AOCB=$

$\dfrac{1}{2}BO\times AC=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

∴正八边形面积为：$2\sqrt{2}\times\dfrac{360}{90}=8\sqrt{2}$.



当堂练习

1．正六边形的边长为4，则它的边心距为（　　）

A．3 B．$3\sqrt{3}$　C．4 D．$2\sqrt{3}$

【答案】D

【分析】已知正六边形的边长，欲求边心距，可通过边心距、边长的一半和内接圆半径构造直角三角形，通过解直角三角形求解即可.

【详解】解：如图所示，

此正六边形中AB=4，则∠AOB=60°．

∵OA=OB，

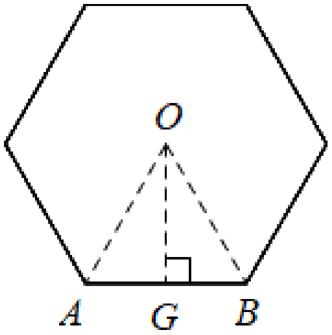
∴△OAB是等边三角形，

∵ OG⊥AB，

∴∠AOG=30°，

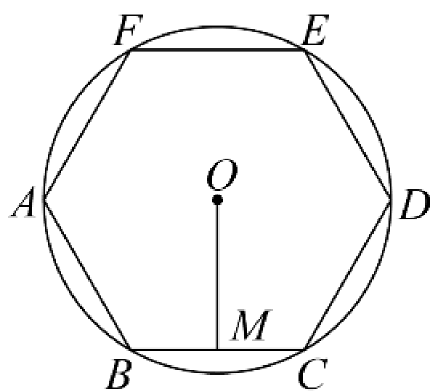
∴ OG=4×$\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$．

故选：D．



2．如图，正六边形ABCDEF内接于⊙O，半径为6，则这个正六边形的边心距OM为（　　）

A．4 B．$3\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{3}$



【答案】B

【分析】连接OB、OC，证明△OBC是等边三角形，然后利用勾股定理即可求解.