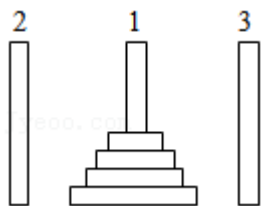


第 21 讲 八上易错选择填空题各地期末选题专练

1. (2019 秋·义乌市期末) 汉诺塔问题是指有三根杆子和套在杆子上的若干大小不等的碟片，按下列规则，把碟片从一根杆子上全部移到另一根杆子上：

- (1) 每次只能移动 1 个碟片.
- (2) 较大的碟片不能放在较小的碟片上面.

如图所示，将 1 号杆子上所有碟片移到 2 号杆子上，3 号杆可以作为过渡杆使用，称将碟片从一根杆子移动到另一根杆子为移动一次，记将 1 号杆子上的 n 个碟片移动到 2 号杆子上最少需要 a_n 次，则 $a_6 =$ ()



- A. 31 次 B. 33 次 C. 63 次 D. 65 次

【分析】根据移动方法与规律发现，随着盘子数目的增多，都是分两个阶段移动，用盘子数目减 1 的移动次数都移动到 2 柱，然后把最大的盘子移动到 3 柱，再用同样的次数从 2 柱移动到 3 柱，从而完成，然后根据移动次数的数据找出总的规律求解即可.

【解答】解： $n=1$ 时， $a_1=1$ ；

$n=2$ 时，小盘 $\rightarrow$ 3 柱，大盘 $\rightarrow$ 2 柱，小盘从 3 柱 $\rightarrow$ 2 柱，完成，即 $a_2=3=2^2-1$ ；

$n=3$ 时，小盘 $\rightarrow$ 2 柱，中盘 $\rightarrow$ 3 柱，小盘从 2 柱 $\rightarrow$ 3 柱，大盘 $\rightarrow$ 2 柱，再用 $n=2$ 的方法转移，

即 $a_3=7=2^3-1$

.....

以此类推， $a_n=2^n-1$

$\therefore a_6=2^6-1=63$.

故选：C.

2. (2020 秋·萧山区期末) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-6 < 15, \\ 2x+2 < 3x+3a \end{cases}$ 只有 4 个整数解，则 a

的取值范围是 $-5 < a \leq -\frac{14}{3}$.

【分析】先解不等式组得到 $2-3a < x < 21$ ，再利用不等式组只有 4 个整数解，则 x 只能

取 17、18、19、20，所以 $16 \leq 2 - 3a < 17$ ，然后解关于 a 的不等式组即可。

【解答】解：
$$\begin{cases} x-6 < 15 \textcircled{1} \\ 2x+2 < 3x+3a \textcircled{2} \end{cases},$$

解①得 $x < 21$ ，

解②得 $x > 2 - 3a$ ，

所以不等式组的解集为 $2 - 3a < x < 21$ ，

因为不等式组只有 4 个整数解，

所以 $16 \leq 2 - 3a < 17$ ，

所以 $-5 < a \leq -\frac{14}{3}$ 。

故答案为： $-5 < a \leq -\frac{14}{3}$ 。

3. (2020 秋•西湖区期末) 对于任意实数 p, q ，定义一种运算： $p@q = p - q + pq$ ，例如 $2@3 = 2 - 3 + 2 \times 3 = 5$ 。请根据上述定义解决问题：若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2@x < 4 \\ x@2 \geq m \end{cases}$ 有 3 个整数解，则 m 的取值范围为 $-8 < m \leq -5$ 。

【分析】先根据已知新运算变形，再求出不等式组的解，根据已知得出关于 m 的不等式组，求出 m 的范围即可。

【解答】解：
$$\begin{aligned} &\because \begin{cases} 2@x < 4 \\ x@2 \geq m \end{cases}, \\ &\therefore \begin{cases} 2-x+2x < 4 \textcircled{1} \\ x-2+2x \geq m \textcircled{2} \end{cases}, \end{aligned}$$

解不等式①得： $x < 2$ ，

解不等式②得： $x \geq \frac{m+2}{3}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集是 $\frac{m+2}{3} \leq x < 2$ ，

$\therefore$ 不等式组有 3 个整数解，

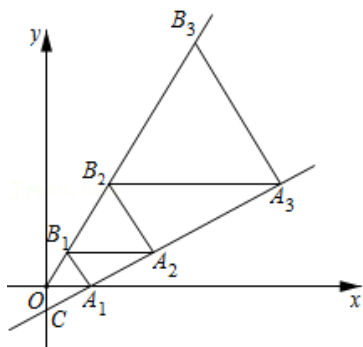
$\therefore -2 < \frac{m+2}{3} \leq -1$ ，

解得： $-8 < m \leq -5$ ，

故答案为： $-8 < m \leq -5$ 。

4. (2020 秋•东阳市期末) 如图，在平面直角坐标系中，点 A_1 在 x 轴的正半轴上， B_1 在第一象限，且 $\triangle OA_1B_1$ 是等边三角形。在射线 OB_1 上取点 $B_2, B_3, \dots$ ，分别以 $B_1B_2, B_2B_3, \dots$ 为边作等边三角形 $\triangle B_1A_2B_2, \triangle B_2A_3B_3, \dots$ 使得 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 在同一直线上，

该直线交 y 轴于点 C . 若 $OA_1=1$, $\angle OA_1C=30^\circ$, 则点 B_9 的横坐标是 ()



A. $\frac{255}{2}$

B. $\frac{511}{2}$

C. 256

D. $\frac{513}{2}$

【分析】根据题意求出点 B_1 , B_2 , B_3 的坐标, 然后找出 B 点坐标的变化规律, 即可求出 B_9 的横坐标.

【解答】解: $\because \triangle OA_1B_1$ 是等边三角形, $OA_1=1$,

$\therefore B_1$ 的横坐标为 $\frac{1}{2}$, $OA_1=OB_1$,

设 $B_1(\frac{1}{2}, y)$, 则 $(\frac{1}{2})^2 + y^2 = 1^2$,

解答 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (舍),

$\therefore B_1(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$,

$\therefore OB_1$ 所在的直线的解析式为 $y = \sqrt{3}x$,

$\because OA_1=1$, $\angle OA_1C=30^\circ$, $\triangle OA_1B_1$ 是等边三角形,

$\therefore \angle B_1A_1C=90^\circ$,

$\because \angle OB_1A_1 = \angle B_1B_2A_2 = 60^\circ$,

$\therefore B_1A_1 \parallel B_2A_2$,

$\therefore \angle B_1A_1C = \angle B_2A_2A_1 = 90^\circ$,

$\therefore \angle B_1A_2A_1 = 30^\circ$,

$\therefore B_1A_2 = 2A_1B_1 = 2$,

$\therefore B_2$ 的横坐标为 $\frac{3}{2}$,

$\therefore y = \sqrt{3}x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore B_2(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$,

同理： $B_3 \left(\frac{7}{2}, \frac{7\sqrt{3}}{2} \right)$,

$B_4 \left(\frac{15}{2}, \frac{15\sqrt{3}}{2} \right)$,

总结规律：

B_1 的横坐标为 $\frac{1}{2}$,

B_2 的横坐标为 $\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$,

B_3 的横坐标为 $\frac{1}{2}+1+2=\frac{7}{2}$,

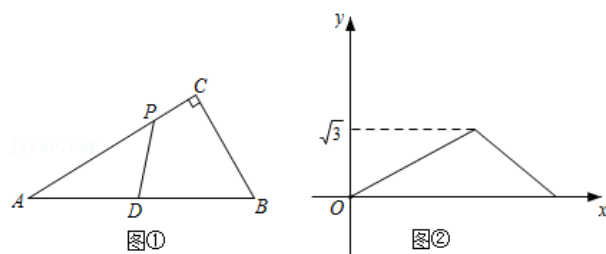
B_4 的横坐标为 $\frac{1}{2}+1+2+4=\frac{15}{2}$,

...

$\therefore$ 点 B_9 的横坐标是 $\frac{1}{2}+1+2+4+8+16+32+64+128=\frac{511}{2}$.

故选：B.

5. (2021 秋•东阳市期末) 如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，点 D 是 AB 边的中点，点 P 从点 A 出发，沿着 $AC-CB$ 运动，到达点 B 停止. 设点 P 的运动路径长为 x ，连 DP ，记 $\triangle APD$ 的面积为 y ，若表示 y 与 x 函数关系的图象如图②所示，则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()



A. $6+2\sqrt{3}$

B. $4+2\sqrt{3}$

C. $12+4\sqrt{3}$

D. $6+4\sqrt{3}$

【分析】由图象可知：面积最大时， S 等于 $\sqrt{3}$ ，再根据三角形的面积计算公式可得关于 BC 的方程，解得 BC 的长，最后根据三角形三边关系可得 AB 和 AC 的长.

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，

$\therefore AC=\sqrt{3}BC$ ， $AB=2BC$ ，

由图象可知：面积最大时， $S=S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}AC \times BC=\sqrt{3}$ ，

$\therefore \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3}BC \cdot BC=\sqrt{3}$ ，

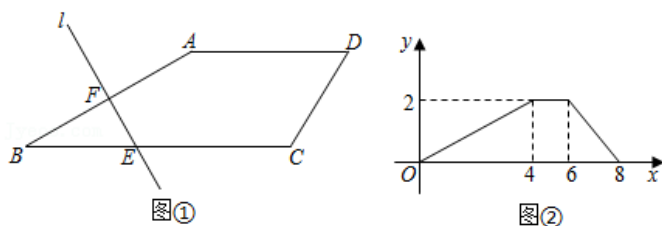
解得 $BC=2$ (负值舍去)，

$$\therefore AC=2\sqrt{3}, AB=4,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 2+4+2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3},$$

故选：A.

6. (2021 秋•湖州期末) 如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 直线 $l \perp AB$. 当直线 l 沿射线 BC 方向, 从点 B 开始向右平移时, 直线 l 与四边形 $ABCD$ 的边分别相交于点 E , F . 设直线 l 向右平移的距离为 x , 线段 EF 的长 y , 且 y 与 x 的函数关系如图②所示, 则四边形 $ABCD$ 的周长是 $12+2\sqrt{3}$.



【分析】分别研究直线 l 在直线 a 的位置、直线 l 经过 a 后平移到 b 的位置、直线 l 到达直线 c 的位置三种情况, 线段 l 与四边形 $ABCD$ 的位置, 进而求解.

【解答】解: 过 A 、 C 、 D 分别作直线 l 的平行线 a 、 b 、 c , 延长 BC 交直线 c 于点 G , 设直线 a 交 BC 于点 M , 直线 b 交 AD 于点 N ,

①当直线 l 在直线 a 的位置时,

$$AM=EF=2, BM=4, \text{ 则 } \angle B=30^\circ, \text{ 则 } AB=2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle BMA=60^\circ = \angle DGC;$$

直线 l 经过 a 后平移到 b 处时, $MC=6-4=2=AN$, 即 $BC=MB+MC=4+2=6$,

当直线 l 到达直线 c 的位置时, $CG=8-6=2=ND$, 则 $AD=AN+ND=2+2=4$,

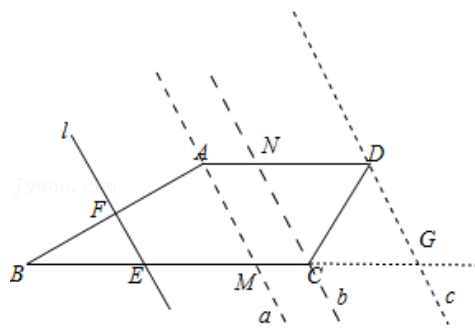
此时, $\angle DCG=60^\circ$, $CG=DG=2$,

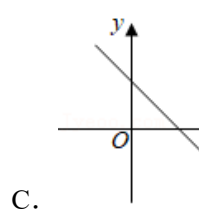
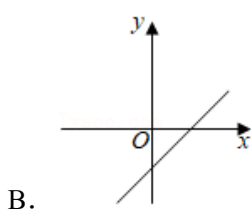
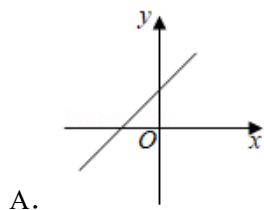
故 $\triangle CDG$ 为等边三角形, 即 $CD=2$,

$$\text{四边形 } ABCD \text{ 的周长} = AB+AD+BC+CD = 2\sqrt{3}+4+6+2 = 12+2\sqrt{3},$$

故答案为 $12+2\sqrt{3}$

7. (2021 秋•义乌市期末) 在正比例函数 $y=kx$ 中, y 的值随着 x 值的增大而减小, 则一次函数 $y=kx+k$ 在平面直角坐标系中的图象大致是 ()





【分析】由于正比例函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 函数值随 x 的增大而减小，可得 $k < 0$ ，然后，判断一次函数 $y=kx+k$ 的图象经过象限即可。

【解答】解：∵ 正比例函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 函数值随 x 的增大而减小，
 $k < 0$ ，
 ∴ 一次函数 $y=kx+k$ 的图象经过二、三、四象限；
 故选：D.

8. (2020 秋•南浔区期末) 在平面直角坐标系中，横坐标和纵坐标都是整数的点叫整点，已知直线 $l_1: y=mx+2$ ($m < 0$) 与直线 $l_2: y=x-4$ ，若两直线与 y 轴围成的三角形区域内（不含三角形的边）有且只有三个整点，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $-2 < m < -1$ B. $-2 \leq m < -1$ C. $-2 \leq m < -\frac{3}{2}$ D. $-2 < m \leq -\frac{3}{2}$

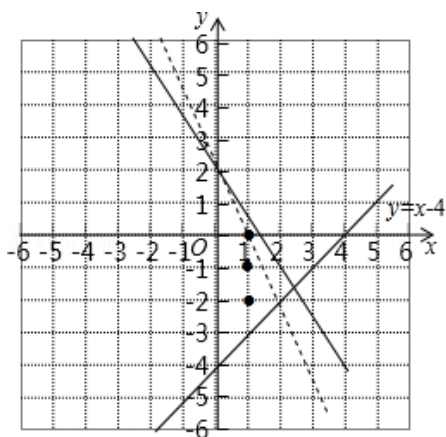
【分析】两直线与 y 轴围成的三角形区域内（不含三角形的边）有且只有三个整点，则这三个点是 $(1, -1)$ ， $(1, -2)$ ， $(1, 0)$ ，求得 l_1 经过点 $(1, 0)$ 和经过点 $(2, -1)$ 时 m 的值，根据图象即可求得 m 的取值范围。

【解答】解：如图：直线 $l_1: y=mx+2$ ($m < 0$) 一定过点 $(0, 2)$ ，
 把 $(1, 0)$ 代入 $y=mx+2$ 得， $m = -2$ ；

把 $(2, -1)$ 代入 $y=mx+2$ 得， $m = -\frac{3}{2}$ ；

两直线与 y 轴围成的三角形区域内（不含三角形的边）有且只有三个整点，则 m 的取值范围是 $-2 < m \leq -\frac{3}{2}$ ，

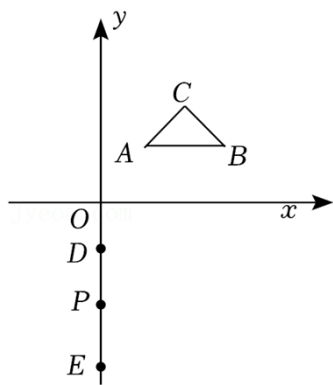
故选：D.



9. (2021 秋•义乌市期末) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是 $A(1, 1)$ 、 $B(3, 1)$ 、 $C(2, 2)$, 线段 DE 在 y 轴上, 坐标分别为 $(0, -1)$ 、 $(0, -3)$, 直线 $y=kx+b$ 与线段 DE 交于点 P .

(1) 当点 P 与点 D 重合时, 直线 $y=kx+b$ 与 $\triangle ABC$ 有交点, 则 k 的取值范围是 $-\frac{2}{3} \leq k \leq 2$.

(2) 当点 P 是线段 DE 上任意一点时, 直线 $y=kx+b$ 与 $\triangle ABC$ 有交点, 则 k 的取值范围是 $-\frac{2}{3} \leq k \leq 4$.



【分析】(1) 利用待定系数法分别求得直线经过 A 、 D 、 B 、 D 、 C 、 D 时的解析式, 即可求解;

(2) 利用待定系数法分别求得直线经过 A 、 B 时的解析式, 再根据 $-3 \leq b \leq -1$, 列出不等式, 求解即可.

【解答】解: (1) 当直线 $y=kx+b$ 经过 $A(1, 1)$ 、 $D(0, -1)$ 时,

$$\begin{cases} k+b=1 \\ b=-1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=2 \\ b=-1 \end{cases};$$

当直线 $y=kx+b$ 经过 $B(3, 1)$ 、 $D(0, -1)$ 时,

$$\begin{cases} 3k+b=1 \\ b=-1 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=\frac{2}{3} \\ b=-1 \end{cases};$$

当直线 $y=kx+b$ 经过 $C(2, 2)$ 、 $D(0, -1)$ 时，

$$\begin{cases} 2k+b=2 \\ b=-1 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=\frac{3}{2} \\ b=-1 \end{cases};$$

所以直线 $y=kx+b$ 与 $\triangle ABC$ 有交点，则 k 的取值范围是 $\frac{2}{3} \leq k \leq 2$.

故答案为: $\frac{2}{3} \leq k \leq 2$;

(2) 当直线 $y=kx+b$ 经过 $A(1, 1)$ 时，

$k+b=1$ ，即 $b=1-k$.

$\because$ 点 P 是线段 DE 上任意一点， $D(0, -1)$ 、 $E(0, -3)$ ，

$\therefore -3 \leq b \leq -1$ ，

$\therefore -3 \leq 1-k \leq -1$ ，

解得: $2 \leq k \leq 4$ ，

当直线 $y=kx+b$ 经过 $B(3, 1)$ 时，

$3k+b=1$ ，即 $b=1-3k$.

$\because$ 点 P 是线段 DE 上任意一点， $D(0, -1)$ 、 $E(0, -3)$ ，

$\therefore -3 \leq b \leq -1$ ，

$\therefore -3 \leq 1-3k \leq -1$ ，

解得: $\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{4}{3}$ ，

$\therefore$ 直线 $y=kx+b$ 与 $\triangle ABC$ 有交点，则 k 的取值范围是 $\frac{2}{3} \leq k \leq 4$.

故答案为: $\frac{2}{3} \leq k \leq 4$.

10. (2021•蔡甸区二模) 小明同学利用“描点法”画某个一次函数的图象时，列出的部分数

据如下表:

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	4	1	-2	-6	-8	$\cdots$

经过认真检查，发现其中有一个函数值计算错误，这个错误的函数值是 ()

A. 2

B. 1

C. -6

D. -8

【分析】根据点的坐标（任取两个），利用待定系数法求出一次函数解析式，再逐一验证其它三点坐标即可得出结论。（或描点连线，亦可找出不在直线上那点的纵坐标）

【解答】解：设该一次函数的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$)，

将 $(-2, 4)$, $(-1, 1)$ 代入 $y=kx+b$ ，得：
$$\begin{cases} -2k+b=4 \\ -k+b=1 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k=-3 \\ b=-2 \end{cases}$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=-3x-2$.

当 $x=0$ 时， $y=-3x-2=-2$ ；

当 $x=1$ 时， $y=-3x-2=-5 \neq -6$ ；

当 $x=2$ 时， $y=-3x-2=-8$.

故选：C.

11. (2021 秋•东阳市期末) 已知 $A(-3, 4)$, $B(2, -3)$, $C(3, -4)$, $D(-5, \frac{20}{3})$

与其它三个点不在同一正比例函数图象上的点是 ()

A. 点 A

B. 点 B

C. 点 C

D. 点 D

【分析】设正比例函数为 $y=kx$ ($k \neq 0$). 因为在同一条直线上点所在的直线的斜率 k 是相同的，所以，只要找出 A 、 B 、 C 、 D 四点中所在的直线的斜率不同的一点即可.

【解答】解：设正比例函数为 $y=kx$ ($k \neq 0$).

A. 将 $A(-3, 4)$ 代入为 $y=kx$ 得： $k=-\frac{4}{3}$,

$\therefore$ 点 A 在正比例函数 $y=\frac{4}{3}x$ 上；

B. 将 $B(2, -3)$ 代入为 $y=kx$ 得： $k=-\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 点 B 在正比例函数 $y=-\frac{3}{2}x$ 上；

C. 将 $C(3, -4)$ 代入为 $y=kx$ 得： $k=-\frac{4}{3}$,

$\therefore$ 点 C 在正比例函数 $y=-\frac{4}{3}x$ 上；

D. 将 $D(-5, \frac{20}{3})$ 代入为 $y=kx$ 得： $k=\frac{\frac{20}{3}}{-5}=-\frac{4}{3}$,

$\therefore$ 点 D 在正比例函数 $y=-\frac{4}{3}x$ 上；

$\therefore$ 只有点 B 不在同一个正比例函数的图象上；

故选：B.

12. (2020 秋•西湖区期末) 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=2x+2$ 和直线 $y=-2x+4$ 分别交 x 轴于点 A 和点 B . 则下列直线中, 与 x 轴的交点在线段 AB 上的是 ()

A. $y=x+2$ B. $y=\sqrt{2}x+2$ C. $y=4x-12$ D. $y=\sqrt{3}x-3$

【分析】先确定 A 、 B 的坐标, 从而确定交点横坐标的取值范围, 再求 A 、 B 、 C 、 D 四个选项与 x 轴的交点, 判断是否在交点横坐标的取值范围, 就可以选出正确答案.

【解答】解: $\because$ 直线 $y=2x+2$ 和直线 $y=-2x+4$ 分别交 x 轴于点 A 和点 B ,

$$\therefore \text{令 } y=0, x=-1, x=2,$$

$$\therefore A(-1, 0), B(2, 0),$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2,$$

$$A: \because y=x+2 \text{ 交 } x \text{ 轴于点 } (-2, 0),$$

$$x=-2 \text{ 不在 } -1 \leq x \leq 2 \text{ 范围},$$

$$\therefore y=x+2 \text{ 与 } x \text{ 轴的交点不在线段 } AB \text{ 上};$$

$$B: \because y=\sqrt{2}x+2 \text{ 交 } x \text{ 轴于点 } (-\sqrt{2}, 0),$$

$$x=-\sqrt{2} \text{ 不在 } -1 \leq x \leq 2 \text{ 范围},$$

$$\therefore y=\sqrt{2}x+2 \text{ 与 } x \text{ 轴的交点不在线段 } AB \text{ 上};$$

$$C: \because y=4x-12 \text{ 交 } x \text{ 轴于点 } (3, 0),$$

$$x=3 \text{ 不在 } -1 \leq x \leq 2 \text{ 范围},$$

$$\therefore y=4x-12 \text{ 与 } x \text{ 轴的交点不在线段 } AB \text{ 上};$$

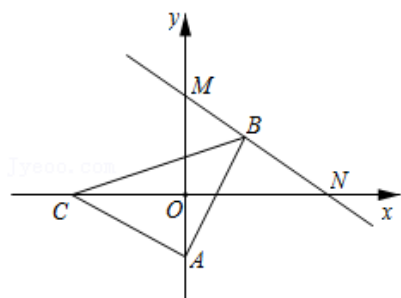
$$D: \because y=\sqrt{3}x-3 \text{ 交 } x \text{ 轴于点 } (\sqrt{3}, 0),$$

$$x=\sqrt{3} \text{ 在 } -1 \leq x \leq 2 \text{ 范围},$$

$$\therefore y=\sqrt{3}x-3 \text{ 与 } x \text{ 轴的交点在线段 } AB \text{ 上}.$$

故选：D.

13. (2021 秋•湖州期末) 如图, 点 A 坐标为 $(0, -2)$, 直线 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 分别交 x 轴, y 轴于点 N , M , 点 B 是线段 MN 上一点, 连结 AB . 现以 AB 为边, 点 A 为直角顶点构造等腰直角 $\triangle ABC$. 若点 C 恰好落在 x 轴上, 则点 B 的坐标为 ()



A. $(1, \frac{3}{2})$

B. $(2, 2)$

C. $(3, \frac{9}{2})$

D. $(4, 5)$

【分析】过点 B 作 $BH \perp y$ 轴于点 H ，证明 $\triangle HAB \cong \triangle OCA$ ，然后设点 $B(x, -\frac{1}{2}x+3)$ ， $C(a, 0)$ ，得到 BH 、 AH 、 CO 的长，然后由全等三角形的性质列出方程求解 x 的取值，然后得到点 B 的坐标。

【解答】解：如图，过点 B 作 $BH \perp y$ 轴于点 H ，则 $\angle AHB = \angle COA = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle OCA + \angle OAC = 90^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 是以 AB 为边，点 $A(0, -2)$ 为直角顶点的等腰直角三角形，

$$\therefore AO = 2, AC = AB, \angle CAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAC + \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle OAB,$$

$$\therefore \triangle HAB \cong \triangle OCA \text{ (AAS)},$$

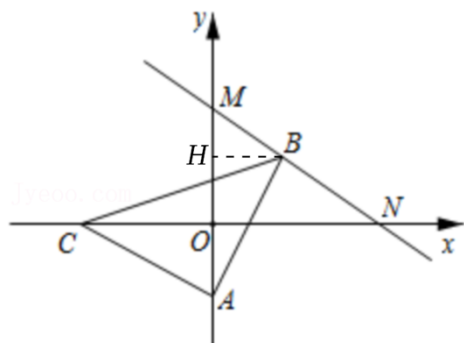
$$\therefore AO = BH, CO = AH,$$

设点 $B(x, -\frac{1}{2}x+3)$ ， $C(a, 0)$ ，则 $CO = |a|$ ， $BH = |x|$ ， $AH = |-\frac{1}{2}x+3 - (-2)| = |-\frac{1}{2}x+5|$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2 = |x| \\ |a| = |-\frac{1}{2}x+5| \end{cases}, \text{ 解得: } x=2 \text{ 或 } x=-2,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2, 2)$ 或 $(-2, 4)$ ，

故选：B.



14. (2019 秋•义乌市期末) 定义: 在平面直角坐标系中, 把任意点 $A(x_1, y_1)$ 与点 $B(x_2, y_2)$ 之间的距离 $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ 叫做曼哈顿距离 (Manhattan Distance), 则原点 O 与函数 $y = 2x + 1$ ($-\frac{1}{2} \leq x \leq 0$) 图象上一点 M 的曼哈顿距离 $d(O, M) = \frac{2}{3}$, 则点 M 的坐标为 $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.

【分析】设 $M(a, 2a+1)$, 根据曼哈顿距离定义得到 $|a-0| + |2a+1-0| = \frac{2}{3}$, 由 $-\frac{1}{2} \leq a \leq 0$ 化简后计算即可.

【解答】解: $\because$ 点 M 在函数 $y = 2x + 1$ ($-\frac{1}{2} \leq x \leq 0$) 图象上

$\therefore$ 设 $M(a, 2a+1)$

$$\therefore d(O, M) = \frac{2}{3}$$

$$\therefore |a-0| + |2a+1-0| = \frac{2}{3}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq a \leq 0$$

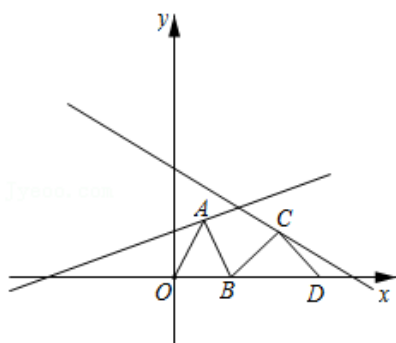
$$\therefore -a + 2a + 1 = \frac{2}{3},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{点 } M(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}).$$

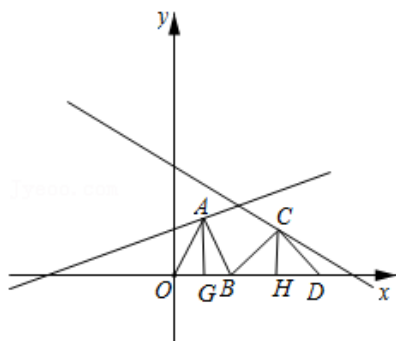
故答案为 $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.

15. (2020 秋•长兴县期末) 如图, 平面直角坐标系中, 点 A 在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 上, 点 C 在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 上, 点 A, C 都在第一象限内, 点 B, D 在 x 轴上, 若 $\triangle AOB$ 是等边三角形, $\triangle BCD$ 是以 BD 为底边的等腰直角三角形, 则点 D 的坐标为 $(\frac{19}{3}, 0)$.



【分析】设 $OG=x$ ，作 $AG \perp OB$ 根据等边三角形的性质即可求出 GA ，将 A 的坐标代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 即可求出 A ；作 $CH \perp BD$ ，设 $BH=m$ ，根据等腰直角三角形的性质求出 CH ，然后将 C 的横纵坐标代入直线 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ ，即可求出 m ，从而确定 D 点坐标．

【解答】解：作 $AG \perp OB$ ， $CH \perp BD$ ，垂足分别为 G ， H ，如下图所示：



设 $OG=x$ ，

$\because \triangle OAB$ 是等边三角形，

$\therefore G$ 为 OB 的中点， $\angle AOB = 60^\circ$ ，

$\therefore OB = OA = 2x$ ， $AG = \sqrt{3}x$ ，

$\because A$ 点在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 上，

$\therefore \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ ，

解得 $x = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore OB = 2OG = 3$ ，

设 $BH=m$ ，

$\because \triangle BCD$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle CBH = 45^\circ$ ，

$\therefore BH = CH = DH$ ，

$$\therefore C(3+m, m),$$

$\because$ 点 C 在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 上,

$$\therefore m = -\frac{1}{2}(m+3) + 4,$$

$$\text{解得 } m = \frac{5}{3},$$

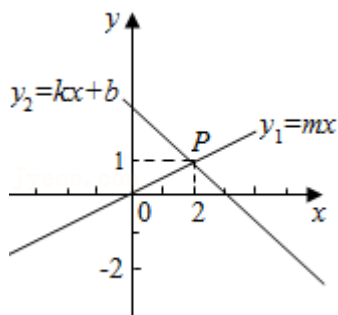
$$\therefore BD = 2BH = \frac{10}{3},$$

$$\therefore OD = OB + BD = 3 + \frac{10}{3} = \frac{19}{3},$$

$$\therefore D\left(\frac{19}{3}, 0\right).$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{19}{3}, 0\right).$$

16. (2021 秋•金华期末) 如图, 直线 $y_1 = mx$, $y_2 = kx + b$ 交于点 $P(2, 1)$, 则关于 x 的不等式 $kx + b > mx > -2$ 的解集为 $-4 < x < 2$.



【分析】先利用待定系数法求得 $y_1 = \frac{1}{2}x$, 进而求得函数值为 -2 时的自变量的值, 即可根据图象直接求出不等式 $kx + b > mx > -2$ 的解集.

【解答】解: 将 $P(2, 1)$ 代入解析式 $y_1 = mx$ 得, $1 = 2m$,

$$\text{解得 } m = \frac{1}{2},$$

$$\therefore y_1 = \frac{1}{2}x,$$

$$\text{将 } y = -2 \text{ 代入解析式得, } -2 = \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore x = -4,$$

$\because$ 直线 $y_1 = mx$, $y_2 = kx + b$ 交于点 $P(2, 1)$,

$\therefore$ 不等式 $kx + b > mx > -2$ 的解集为 $-4 < x < 2$.

故答案为: $-4 < x < 2$.

17. (2020 秋•东阳市期末) 已知直线 $y = \frac{1}{3}x + 2$ 与函数 $y = \begin{cases} x+1 & x \geq -1 \\ -x-1 & x < -1 \end{cases}$ 图象交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左边).

(1) 点 A 的坐标是 $(-\frac{9}{4}, \frac{5}{4})$;

(2) 已知 O 是坐标原点, 现把两个函数图象水平向右平移 m 个单位, 点 A, B 平移后的对应点分别为 A', B' , 连接 OA', OB' . 当 $m = 6$ 时, $|OA' - OB'|$ 取最大值.

【分析】(1) 因为点 A 在点 B 左边, 联立方程 $y = \frac{1}{3}x + 2$ 与 $y = -x - 1$ 求解.

(2) O, A', B' 共线时满足题意, 用含 m 代数式分别表示 A', B' 坐标, 然后代入正比例函数解析式求出 m 即可.

【解答】解: (1) 联立方程 $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 2 \\ y = -x - 1 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} x = -\frac{9}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases},$$

$$\therefore A(-\frac{9}{4}, \frac{5}{4}),$$

故答案为: $(-\frac{9}{4}, \frac{5}{4})$.

(2) 联立方程 $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标为 } (\frac{3}{2}, \frac{5}{2}),$$

将 A, B 向右平移 m 个单位得 $A'(-\frac{9}{4} + m, \frac{5}{4}), B'(\frac{3}{2} + m, \frac{5}{2})$,

$$\therefore OA' = \sqrt{(-\frac{9}{4} + m)^2 + (\frac{5}{4})^2}, OB' = \sqrt{(\frac{3}{2} + m)^2 + (\frac{5}{2})^2},$$

$\because$ 三角形中两边之差小于第三边,

$\therefore O, A, B$ 三点共线时, $|OA' - OB'|$ 取最大值, 最大值为 AB 长度,

设 O, A, B 所在直线正比例函数为 $y = kx$,

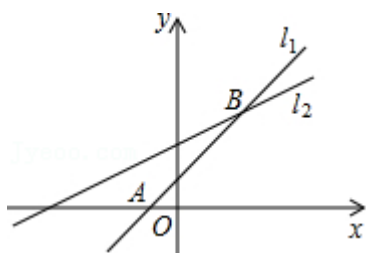
将 A', B' 坐标代入可得:

$$\begin{cases} \frac{5}{4} = (-\frac{9}{4} + m)k \\ \frac{5}{2} = (\frac{3}{2} + m)k \end{cases},$$

解得 $m=6$.

故答案为: 6.

18. (2020 秋•南浔区期末) 如图, 已知直线 $l_1: y=x+1$ 与 x 轴交于点 A , 与直线 $l_2: y=\frac{1}{2}x+2$ 交于点 B , 点 C 为 x 轴上的一点, 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 则点 C 的坐标为 (2, 0) 或 (5, 0).



【分析】先求得 A 、 B 的坐标, 然后分两种情况讨论: 当 $\angle ACB=90^\circ$ 时, C 点的横坐标与 B 的横坐标相同, 求得 $C(2, 0)$; 当 $\angle ABC=90^\circ$ 时, 根据勾股定理得到 $(x+1)^2 = (2+1)^2 + 3^2 + (2-x)^2 + 3^2$, 解得 $x=5$, 求得 $C(5, 0)$.

【解答】解: $\because$ 直线 $l_1: y=x+1$ 与 x 轴交于点 A ,

$\therefore A(-1, 0)$,

$$\text{由} \begin{cases} y=x+1 \\ y=\frac{1}{2}x+2 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore B(2, 3)$,

当 $\angle ACB=90^\circ$ 时, C 点的横坐标与 B 的横坐标相同,

$\therefore C(2, 0)$;

当 $\angle ABC=90^\circ$ 时, 则 $AC^2 = AB^2 + BC^2$,

设 $C(x, 0)$, 则 $AC^2 = (x+1)^2$, $AB^2 = (2+1)^2 + 3^2$, $BC^2 = (2-x)^2 + 3^2$,

$\therefore (x+1)^2 = (2+1)^2 + 3^2 + (2-x)^2 + 3^2$,

解得 $x=5$,

$\therefore C(5, 0)$,

综上, 点 C 的坐标为 $(2, 0)$ 或 $(5, 0)$,

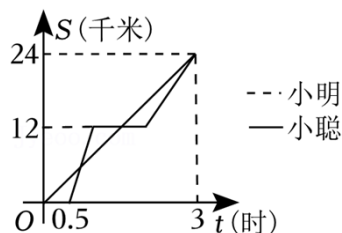
故答案为 $(2, 0)$ 或 $(5, 0)$.

19. (2021 秋•武义县期末) 已知甲、乙两地相距 24 千米, 小明从甲地匀速跑步到乙地用时

3 小时，小明出发 0.5 小时后，小聪沿相同的路线从甲地匀速骑自行车到甲乙两地中点处的景区游玩 1 小时，然后按原来速度的一半骑行，结果与小明同时到达乙地．小明和小聪所走的路程 S （千米）与时间 t （小时）的函数图象如图所示．

（1）小聪骑自行车的第一段路程速度是 24 千米/小时．

（2）在整个过程中，小明、小聪两人之间的距离 S 随 t 的增大而增大时， t 的取值范围是 $0 \leq t \leq 0.5$ 或 $0.75 < t \leq 1$ 或 $1.5 \leq t \leq 2$ ．



【分析】（1）设小聪骑自行车的第一段路程速度是 x 千米/小时，则第二段的速度为 $\frac{1}{2}x$ 千米/小时，根据小聪各段所用时间之和 $= 3 - 0.5$ 列出方程，解方程即可，注意验根；

（2）先写出小明和小聪所走路程 S 与时间 t 的函数解析式，再根据实际意义分段讨论即可．

【解答】解：设小聪骑自行车的第一段路程速度是 x 千米/小时，则第二段的速度为 $\frac{1}{2}x$ 千米/小时，

$$\frac{12}{x} + 1 + \frac{12}{\frac{1}{2}x} = 3 - 0.5,$$

解得 $x = 24$ ，

经检验， $x = 24$ 是原分式方程的解，

即小聪骑自行车的第一段路程速度是 24 千米/小时，

故答案为：24；

（2）小明的速度为 $\frac{24}{3} = 8$ （千米/小时），

$\therefore$ 小明所走的路程 S 与时间 t 之间的函数解析式为 $S = 8t$ ($0 \leq t \leq 3$)；

小聪所走的路程 S 与时间 t 之间的函数解析式为 $S = \begin{cases} 0 & (0 \leq t \leq 0.5) \\ 24(t - 0.5) & (0.5 < t \leq 1) \\ 12 & (1 < t \leq 2) \\ 12 + 12(t - 2) & (2 < t \leq 3) \end{cases}$ ，

①当 $0 \leq t \leq 0.5$ 时，小明匀速前进，小聪未出发，两人之间的距离随 t 的增大而增大；

②当 $0.5 < t \leq 1$ 时，小聪的速度大于小明的速度，两人之间的距离先减小，小聪超过小明后，两人之间的距离再次拉开，

$\therefore$ 该阶段两人相遇时： $8t = 24(t - 0.5)$ ，

解得 $t = 0.75$ ，

$\therefore$ 当 $0.75 < t \leq 1$ 时，两人之间的距离随时间 t 的增大而增大；

③当 $1 < t \leq 2$ 时，小聪停止前进，则两人之间的距离先减小，相遇后再增大，

此时， $8t = 12$ ，

解得 $t = 1.5$ ，

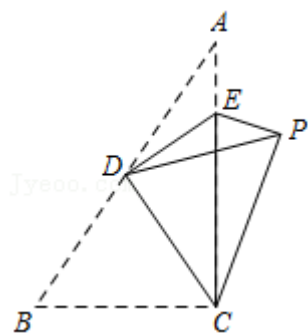
$\therefore$ 当 $1.5 \leq t \leq 2$ 时，两人之间的距离随时间 t 的增大而增大；

④当 $2 < t \leq 3$ 时，小聪的速度大于小明的速度，两人的距离逐渐减小知道到达终点，两人相遇。

综上所述，当 $0 \leq t \leq 0.5$ 或 $0.75 < t \leq 1$ 或 $1.5 \leq t \leq 2$ 时，两人之间的距离随时间 t 的增大而增大。

故答案为： $0 \leq t \leq 0.5$ 或 $0.75 < t \leq 1$ 或 $1.5 \leq t \leq 2$ 。

20. (2020 秋•东阳市期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D ， E 分别为 AB ， AC 上一点，将 $\triangle BCD$ ， $\triangle ADE$ 沿 CD ， DE 翻折，点 A ， B 恰好重合于点 P 处，若 $\triangle PCD$ 中有一个角等于 48° ，则 $\angle A =$ 42° 或 24° 。



【分析】由折叠的性质得出 $AD = PD = BD$ ， $\angle CPD = \angle B$ ， $\angle PDC = \angle BDC$ ， $\angle PCD = \angle DCB$ ，由直角三角形斜边上的中线性质的得出 $CD = \frac{1}{2}AB = AD = BD$ ，由等腰三角形的性质得出 $\angle ACD = \angle A$ ， $\angle DCB = \angle B$ ，中分三种情况讨论即可。

【解答】解：由折叠可得， $AD = PD = BD$ ， $\angle CPD = \angle B$ ， $\angle PDC = \angle BDC$ ， $\angle PCD = \angle DCB$ ，

$\therefore D$ 是 AB 的中点

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = AD = BD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle A, \angle DCB = \angle B,$$

当 $\angle CPD = 48^\circ$ 时, $\angle B = 48^\circ$,

$$\therefore \angle A = 90^\circ - \angle B = 42^\circ;$$

当 $\angle PCD = 48^\circ$ 时, $\angle DCB = \angle B = 48^\circ$,

$$\therefore \angle A = 42^\circ;$$

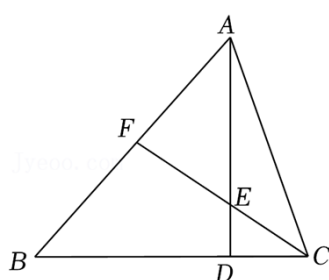
当 $\angle PDC = 48^\circ$ 时,

$$\because \angle PCD = \angle DCB = 48^\circ, \angle BDC = \angle A + \angle ACD,$$

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2}\angle BDC = 24^\circ;$$

故答案为: 42° 或 24° .

21. (2020 秋•长兴县期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , CF 平分 $\angle ACB$ 交 AD 于点 E , 交 AB 于点 F , $AB=15$, $AD=12$, $BC=14$, 则 DE 的长是 ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. $\frac{10}{3}$

【分析】根据垂直的定义得到 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 根据勾股定理得到 $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 9$, $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 13$, 过 E 作 $EH \perp AC$ 于 H , 根据全等三角形的性质得到 $CH = CD = 5$, 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】解: $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because AB = 15, AD = 12,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 9,$$

$$\because BC = 14,$$

$$\therefore CD = 5,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 13,$$

过 E 作 $EH \perp AC$ 于 H ,

$\because CF$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore DE = EH$,

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 与 $\text{Rt}\triangle CHE$ 中,

$$\begin{cases} DE=EH \\ CE=CE \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CDE \cong \text{Rt}\triangle CHE$ (HL),

$\therefore CH = CD = 5$,

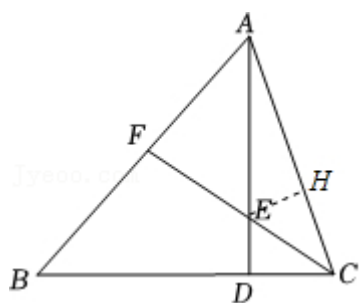
$\therefore AH = 13 - 5 = 8$,

$\because AE^2 = EH^2 + AH^2$,

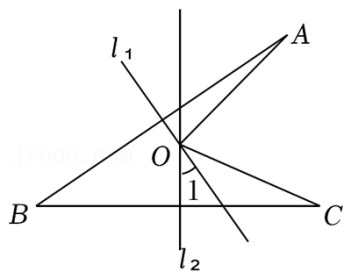
$\therefore (12 - DE)^2 = DE^2 + 8^2$,

$\therefore DE = \frac{10}{3}$,

故选: D .



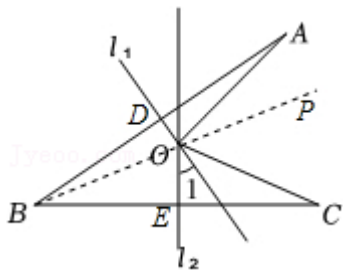
22. (2021 秋•西湖区期末) 如图, 线段 AB , BC 的垂直平分线 l_1 、 l_2 相交于点 O . 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle AOC =$ ()



- A. 50° B. 80° C. 90° D. 100°

【分析】连接 BO , 并延长 BO 到 P , 根据线段的垂直平分线的性质得 $AO = OB = OC$ 和 $\angle BDO = \angle BEO = 90^\circ$, 根据四边形的内角和为 360° 得 $\angle DOE + \angle ABC = 180^\circ$, 根据外角的性质得 $\angle AOP = \angle A + \angle ABO$, $\angle COP = \angle C + \angle OBC$, 相加可得结论.

【解答】解: 连接 BO , 并延长 BO 到 P ,



∵ 线段 AB 、 BC 的垂直平分线 l_1 、 l_2 相交于点 O ,

∴ $AO=OB=OC$, $\angle BDO=\angle BEO=90^\circ$,

∴ $\angle DOE+\angle ABC=180^\circ$,

∵ $\angle DOE+\angle 1=180^\circ$,

∴ $\angle ABC=\angle 1=40^\circ$,

∵ $OA=OB=OC$,

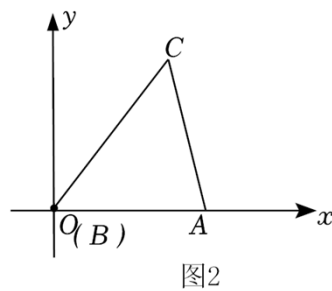
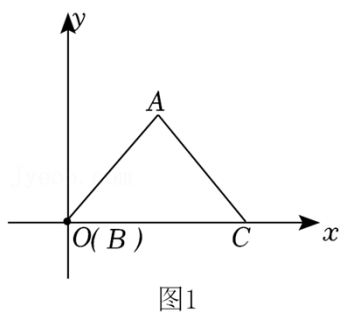
∴ $\angle A=\angle ABO$, $\angle OBC=\angle C$,

∵ $\angle AOP=\angle A+\angle ABO$, $\angle COP=\angle C+\angle OBC$,

∴ $\angle AOC=\angle AOP+\angle COP=\angle A+\angle ABC+\angle C=2\times 40^\circ=80^\circ$;

故选: B .

23. (2021 秋•金华期末) 将等腰 $\triangle ABC$ 如图 1 放置, 使得底边 BC 与 x 轴重合, 此时点 A 的坐标为 $(2, \sqrt{5})$, 若将该三角形如图 2 放置, 使得腰长 AB 与 x 轴重合, 则此时 C 点的坐标为 ()



- A. $(\frac{8}{3}, \frac{10}{3})$ B. $(\frac{5}{2}, \frac{4\sqrt{5}}{3})$ C. $(\frac{5}{2}, \frac{4\sqrt{3}}{3})$ D. $(\frac{8}{3}, \frac{4\sqrt{5}}{3})$

【分析】如图 1, 作 $AH\perp BC$ 于 H , 根据等腰三角形的性质可得 $BC=2OH=4$, 如图 2, 作 $CD\perp OB$ 于 D , 利用面积法求出 AB 边上的高 CD , 由勾股定理求出 OD , 即可得 C 点的纵坐标.

【解答】解: 图 1, 作 $AH\perp BC$ 于 H , 图 2, 作 $CD\perp OB$ 于 D ,

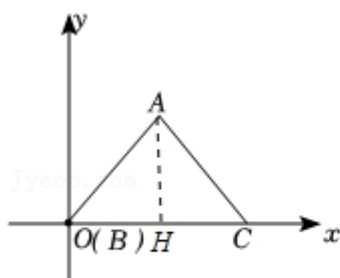


图1

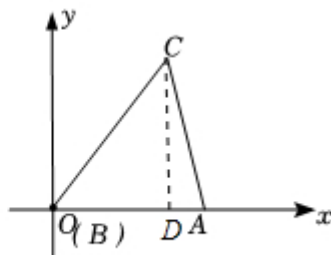


图2

∴将等腰 $\triangle ABC$ 如图1放置，使得底边 BC 与 x 轴重合，此时点 A 的坐标为 $(2, \sqrt{5})$ ，

∴ $OH=2$ ， $AH=\sqrt{5}$ ， $BC=2OH=4$ ，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 4\times \sqrt{5}=2\sqrt{5}$ ， $AB=\sqrt{OH^2+AH^2}=3$ ，

如图2， $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot CD=\frac{1}{2}\times 3CD=2\sqrt{5}$ ，

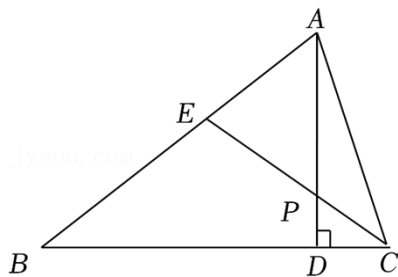
∴ $CD=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ，

∴ $OD=\sqrt{BC^2-CD^2}=\sqrt{4^2-(\frac{4\sqrt{5}}{3})^2}=\frac{8}{3}$ ，

∴ C 点的坐标为 $(\frac{8}{3}, \frac{4\sqrt{5}}{3})$ 。

故选： D 。

24. (2021 秋•杭州期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ， $AD\perp BC$ 于点 D ， CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 E ，交 AD 于点 P ，若 $\angle B=x$ ，则 $\angle APE$ 的度数为 ()



- A. $90^\circ - x$ B. $45^\circ + \frac{3}{4}x$ C. $45^\circ + \frac{1}{2}x$ D. $45^\circ + \frac{1}{4}x$

【分析】先根据等腰三角形的性质得 $\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ - x)=90^\circ - \frac{1}{2}x$ ，由角平分线的

定义得到 $\angle ACE=\angle BCE=45^\circ - \frac{1}{4}x$ ，再根据三角形高的定义得到 $\angle ADC=90^\circ$ ，则

可根据三角形内角和计算出 $\angle DPC=45^\circ + \frac{1}{4}x$ ，然后利用对顶角相等 $\angle APE$ 的度数。

【解答】解：∵ $AB=BC$ ，

∴ $\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ - x)=90^\circ - \frac{1}{2}x$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/806000012115010150>