

第五章 一元一次方程

小结与复习



知识结构图

定义：只含有 **一个** 未知数，未知数的次数都是 **1**，等式两边都是 **整式**

方程的解：使方程等号左右两边相等的未知数的值

一元一次方程的一般形式

$$ax = b \quad (a \neq 0)$$

解方程

依据

等式的基本性质

解法

一般步骤

- ① **去分母**；
- ② **去括号**；
- ③ **移项**；
- ④ **合并同类项**；
- ⑤ **系数化为1**

应用


一般步骤

审、**找**、列、解、检、**答**



要点梳理

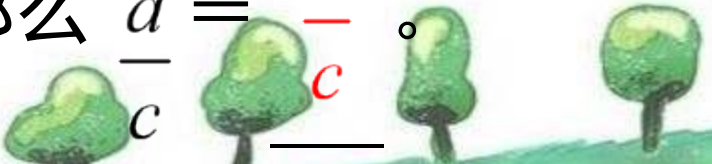
一、方程的有关概念

1. **方程**：含有未知数的等式叫作方程。
 2. **一元一次方程的概念**：如果只含有 1 个未知数(元)，未知数的次数都是 1 ，等式两边都是 整式 ，这样的方程叫作**一元一次方程**。
 3. **方程的解**：使方程等号左右两边相等的未知数的值叫作方程的解。
 4. **解方程**：求方程的解的过程叫作解方程。
- 

二、等式的基本性质

1. **等式的基本性质1**：等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 结果仍相等. 如果 $a=b$, 那么 $a \pm \underline{\quad c \quad} = b \pm c$ 。

2. **等式的基本性质2**：等式两边乘同一个数, 或除以同一个不为 0 的数, 结果仍相等. 如果 $a=b$, 那么 $ac = \underline{bc}$; 如果 $a=b$ ($c \neq 0$), 那么 $\frac{a}{c} = \frac{b}{\underline{\quad c \quad}}$ 。



三、一元一次方程的解法

解一元一次方程的一般步骤：

- (1) **去分母**：方程两边都乘各分母的最小公倍数，别漏乘。
- (2) **去括号**：注意括号前的系数与符号。
- (3) **移项**：把含有未知数的项移到方程的左边，常数项移到方程右边，移项时注意要改变符号。
- (4) **合并同类项**：把方程化成 $ax=b$ ($a \neq 0$) 的形式。
- (5) **系数化为 1**：方程两边同除以 x 的系数，得 $x=m$ 的形式。



四、实际问题与一元一次方程

1. 列一元一次方程解决实际问题的步骤：

审： 审清题意，分清题中的已知量、未知量。

设： 设未知数，设其中某个未知量为 x 。

列： 根据题意寻找等量关系列方程。

解： 解方程。

检： 检验方程的解是否符合题意。

答： 写出答案 (包括单位)。

审题是基础，找等量关系是关键。



2. 常见的几种方程类型及等量关系：

(1) 行程问题中基本量之间关系：

路程 = 速度 × 时间。

① 相遇问题：

全路程 = 甲走的路程 + 乙走的路程；

② 追及问题：

甲为快者，被追路程 = 甲走路程 - 乙走路程；

③ 流水行船问题：

$$v_{\text{顺}} = v_{\text{静}} + v_{\text{水}}, \quad v_{\text{逆}} = v_{\text{静}} - v_{\text{水}}。$$



(2) 工程问题中基本量之间的关系：

- ① 工作量 = 工作效率 \times 工作时间；
- ② 合作的工作效率 = 工作效率之和；
- ③ 工作总量 = 各部分工作量之和 = 合作的工作效率 \times 工作时间；
- ④ 在没有具体数值的情况下，通常把工作总量看作 1。



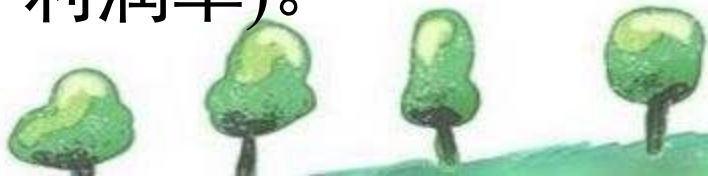
(3) 销售问题与方案选择问题

① 商品利润 = 商品售价 - 商品进价；

② 利润率 = $\frac{\text{商品利润}}{\text{商品进价}} \times 100\%$ ；

③ 商品售价 = 标价 $\times \frac{\text{折扣数}}{10}$ ；

④ 商品售价 = 商品进价 + 商品利润
= 商品进价 + 商品进价 \times 利润率
= 商品进价 $\times (1 + \text{利润率})$ 。



考点一 方程的有关概念

例1 有式子：① $2x + 4 = 6$ ，② $x - 1 = \frac{1}{x}$ ，③ $3x^2 - 2x = 0$ ，④ $5x < 7$ ，⑤ $3x - 2y = 2$ ，⑥ $x = 3$ ，其中是一元一次方程的有 (D)

A. 5 个

B. 4 个

C. 3 个

D. 2 个

分析：② 等号右边不是整式；③ 未知数次数不为 1；
④ 不是等式；⑤ 含两个未知数。



针对训练

1. 下列方程中，是一元一次方程的是 (C)

A. $\frac{1}{x} = 2$ B. $x + 2 = y + 2$ C. $x - 1 = 2x$ D. $x^2 - 1 = 0$

2. 如果方程 $kx^{|k+1|} + 2 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程，那么 $k = \underline{-2}$.

分析： $k \neq 0$ ， $|k + 1| = 1$ ，

解得 $k = -2$ 或 $k = 0$ (舍).

考点二 等式的基本性质

例2 根据等式的基本性质，下列各式变形正确的是 () C

A. 若 $3x = 5$ ，则 $\frac{3x}{a} = \frac{5}{a}$ ($a \neq 0$)

B. 若 $x = y$ ，则 $x - 6 = y - 6$

C. 如果 $x = y$ ，那么 $-8x = -8y$

D. $2x = 6$ ，那么 $x = 3$





针对训练

3. (兰州市第二十中学期末) 下列等式变形中不正确的是 (D)

A. 若 $x = y$, 则 $x + 5 = y + 5$

B. 若 $\frac{x}{a} = \frac{y}{a}$, 则 $x = y$

C. 若 $-3x = -3y$, 则 $x = y$

D. 若 $mx = my$, 则 $x = y$ ($m \neq 0$)



考点三 一元一次方程的解法

例3 (1) $\frac{2x-1}{2} - \frac{10x+1}{4} = 3.$

解：去分母，得

$$2(2x-1) - (10x+1) = 12$$

去括号，得

$$4x - 2 - 10x - 1 = 12$$

移项，得 $4x - 10x = 12 + 2 + 1$

合并同类项，得 $-6x = 15$

系数化为1，得 $x = -2.5.$



$$(2) \frac{0.3x - 0.5}{0.3} + 1.5 = \frac{0.5 + 0.4x}{0.6}$$

解：

$$\frac{3x - 5}{3} + \frac{3}{2} = \frac{5 + 4x}{6}$$

分子分母同时乘10，分数大小不变

去分母，得

$$2(3x - 5) + 9 = 5 + 4x$$

小数化分数

去括号，得

$$6x - 10 + 9 = 5 + 4x$$

移项，得 $6x - 4x = 5 + 10 - 9$

合并同类项，得 $x = 3$.





针对训练

4. (高台县城关初级中学期末) 解方程:

$$(1) 3(1 - x) = 1 + 2x$$

解: 去括号, 得

$$3 - 3x = 1 + 2x$$

移项, 得 $-3x - 2x = 1 - 3$

合并同类项, 得 $-5x = -2$

系数化为 1, 得 $x = 0.4$.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/806011200133010220>