10.1.2事件的关系与运算

一、知识回顾

1、随机试验有什么特点？

可重复不唯一，可预知，随机性

2、随机事件，基本事件如何理解？

随机事件是样本空间Ω的子集，
基本事件是只包含一个样本点的事件

二、探索新知

探究： 在掷骰子的试验中，观察骰子朝上面的点数，我们可以定义许多事件，例如：C_i=“点数为i”，i=1, 2, 3, 4, 5, 6;

D_1 =“点数不大于3”， D_2 =“点数大于3”

E_1 =“点数为1或2”， E_2 =“点数为2或3”

F=“点数为偶数”，G=“点数为奇数”

……

你还能否写出这个试验中其他的一些事件吗？请用集合的形式表示这些事件，借助集合与集合的关系与运算，你能发现这些事件之间的联系吗？

我们把上述事件用集合的形式写出来得到下列集合

$C_1=\{1\}$, $C_2=\{2\}$ $C_3=\{3\}$ $C_4=\{4\}$ $C_5=\{5\}$ $C_6=\{6\}$

$D_1=$"点数不大于3"$=\{1,2,3\}$ $D_2=$"点数大于3"$=\{4,5,6\}$

$E_1=$“点数为1或2"$=\{1,2\}$; $E_2=$"点数为2或3"$=\{2,3\}$

$F=$"点数为偶数"$=\{2,4,6\}$ $G=$"点数为奇数"$=\{1,3,5\}$

二、探索新知

观察事件：$C_1=\{1\}$；$G=\{1,3,5\}$；

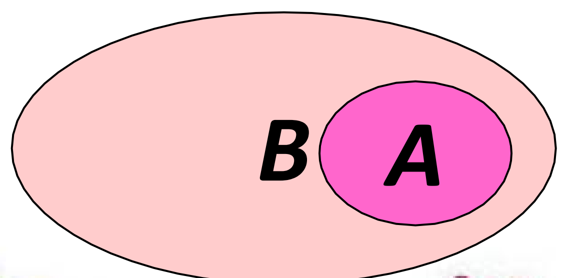
可以发现，事件C_1发生，事件G一定也发生，

事件之间的这种关系用集合的形式表示，就是$\{1\}\subseteq\{1,3,5\}$

即$C_1\subseteq G$，这时我们称事件G包含事件C_1

1、包含关系

一般地，对于事件A与事件B，如果事件A发生，则事件B一定发生，这时称**事件B包含事件A**（或称**事件A包含于事件B**），记作 $B\supseteq A$（或$A\subseteq B$）。



若$B\supseteq A$，且A$\supseteq B$，则称事件A与事件B**相等**。

二、探索新知

观察下面三个事件：$D_1=\{1,2,3\}$；$E_1=\{1,2\}$; $E_2=\{2,3\}$

可以发现，事件E_1和事件E_2至少有一个发生，相当于事件D_1发生。

事件之间的这种关系用集合的形式表示，就是$\{1,2\}\cup\{2,3\}=\{1,2,3\}$

即$E_1\cup E_2=D_1$　这时我们称事件D_1为事件E_1和事件E_2的并事件.

2、并事件（和事件）

若某事件发生当且仅当事件A发生或事件B发生，则称此事件为事件A和事件B的并事件（或和事件），记作 $A\cup B$（或$A+B$）。

如图：

二、探索新知

观察下面三个事件：$C_2=\{1,2,3\}$；$E_1=\{1,2\}$; $E_2=\{2,3\}$

可以发现，事件E_1和E_2同时发生，相当于C_2发生，

事件之间的这种关系用集合的形式表示，就是

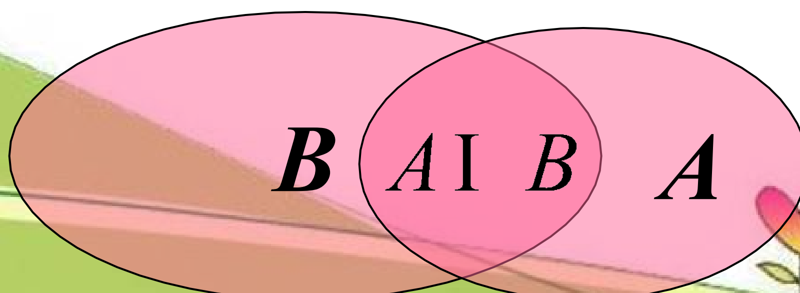
$\{1,2\}\cap\{2. 3\}=\{2\}$. 即$E_1\cap E_2=C_2$,

我们称事件C_2为事件E_1和E_2的交事件

3、交事件（积事件）

若某事件发生当且仅当事件A发生且事件B发生，则称此事件为事件A和事件B的交事件（或积事件），记作 $A\cap B$（或AB）。

如图：



二、探索新知

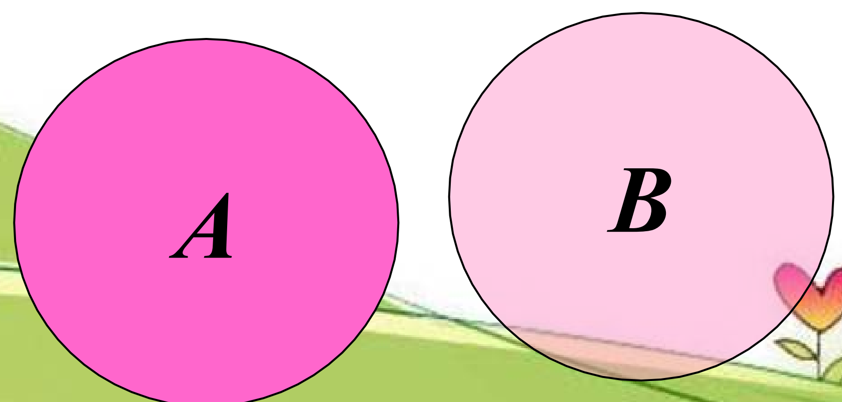
观察事件：$C_3=\{3\}$；$C_4=\{4\}$;

可以发现，事件C_3和C_4不能同时发生，这种关系用集合的形式表示，就是$\{3\}\cap\{4\}=\varnothing$　即$C_3\cap C_4=\varnothing$，我们称事件C_3和事件C_4互斥(或互不相容)。

4、互斥事件

若 $A\cap B$ 为不可能事件（$A\cap B=\varnothing$），那么称事件A与事件B互斥，其含义是：事件A与事件B在任何一次试验中都不会同时发生。

如图：



二、探索新知

观察事件：$F=\{2,4,6\}$ $G=\{1,3,5\}$

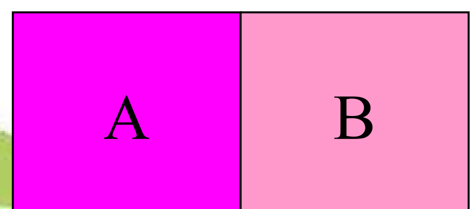
可以发现，事件F和G不能同时发生，且必有一个发生，这种关系用集合的形式表示，就是$F\cap G=\varnothing$ 且$F\cup G=\Omega$，我们称事件F和事件G互为对立。

5、互为对立事件

若 $A\cap B$ 为不可能事件，$A\cup B$ 为必然事件，那么称事件A与事件B互为对立事件，其含义是：事件A与事件B在任何一次试验中有且仅有一个发生。

事件A的对立事件可记为$\overline{A}$

如图：



事件A与事件$\overline{A}$在任何一次实验中有且仅有一个发生

二、探索新知

综上所述,事件的关系或运算的含义,以及相应的符号表示如下

事件的关系或运算	含义	符号表示
包含	A发生导致B发生	$A\subseteq B$
并事件(和事件)	A与B至少一个发生	$A\cup B$或$A+B$
交事件(积事件)	A与B同时发生	$A\cap B$或AB
互斥(互不相容)	A与B不能同时发生	$A\cap B=\Phi$
互为对立	A与B有且仅有一个发生	$A\cap B=\Phi,A\cup B=\Omega$

类似地,我们可以定义多个事件的和事件以及积事件.
例如,对于三个事件A,B,C,$A\cup B\cup C$(或$A+B+C$)发生当且仅当A,B,C中至少一个发生,$A\cap B\cap C$(或ABC)发生当且仅当A,B,C同时发生,等等.

练：袋内红、白、黑球分别为3个、2个、1个，从中任取2个，则互斥而不对立的两个事件是（ A ）

A．至少有一个白球；红、黑球各1个

B．至少有一个白球；至少有一个红球

C．恰有一个白球；一个白球一个黑球

D．至少有一个白球；都是白球

互斥事件与对立事件联系与区别

1、互斥事件是不可能同时发生的两个事件，而对立事件是其中必有一个要发生的互斥事件. 因此，对立事件是互斥事件，但互斥事件不一定是对立事件

2、对立事件是对两个事件而言的，而互斥事件是对两个或两个以上事件而言的.

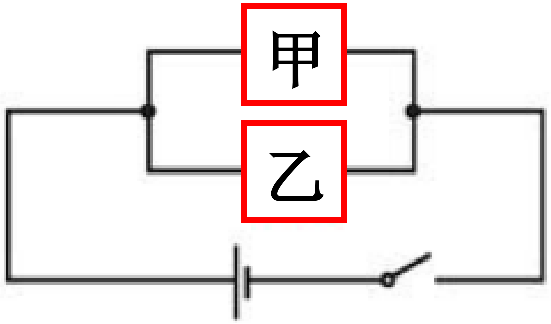
三、典例讲解

例1 如图,由甲、乙两个元件组成一个并联电路,每个元件可能正常或失效.设事件A=“甲元件正常”,B=“乙元件正常”.

(1)写出表示两个元件工作状态的样本空间;

(2)用集合的形式表示事件A,B以及它们的对立事件;

(3)用集合的形式表示事件$A\cup B$和事件$\overline{A}\cap\overline{B}$,并说明它们的含义及关系.



分析：注意到试验由甲、乙两个元件的状态组成,所以可以用数组(x_1,x_2)表示样本点.这样,确定事件A,B所包含的样本点时,不仅要考虑甲元件的状态,还要考用乙元件的状态.