

2023-2024 学年广西贵港市覃塘高级中学高三全真数学试题模拟试卷(2)

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠, 不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

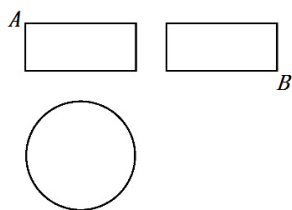
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 抛物线 C 与圆 $C': x^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 3$ 交于 M, N 两点, 若 $|MN| = \sqrt{6}$, 则

$\triangle VMNF$ 的面积为()

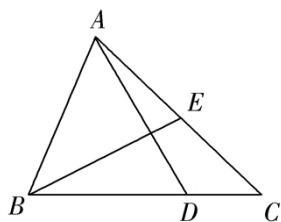
- A. $\frac{\sqrt{2}}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

2. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图所示, 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为()



- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

3. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, BC = 3, \angle ABC = 60^\circ, BD = 2DC, AE = EC$, 则 $\vec{AD} \cdot \vec{BE} =$ ()



- A. 1 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

4. 设过点 $P(x, y)$ 的直线分别与 x 轴的正半轴和 y 轴的正半轴交于 A, B 两点, 点 Q 与点 P 关于 y 轴对称, O 为坐标原点, 若 $\vec{BP} = 2\vec{PA}$, 且 $\vec{OQ} \cdot \vec{AB} = 1$, 则点 P 的轨迹方程是()

- A. $\frac{3}{2}x^2 + 3y^2 = 1 (x > 0, y > 0)$ B. $\frac{3}{2}x^2 - 3y^2 = 1 (x > 0, y > 0)$
 C. $3x^2 - \frac{3}{2}y^2 = 1 (x > 0, y > 0)$ D. $3x^2 + \frac{3}{2}y^2 = 1 (x > 0, y > 0)$

5. 已知 $z = i(3 - 2i)$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ ()

- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. 13 D. $\sqrt{13}$

6. 将函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 图象上每一点的横坐标变为原来的 2 倍，再将图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，得到函数

$y = g(x)$ 的图象，则函数 $y = g(x)$ 图象的一个对称中心为 ()

- A. $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ C. $(\pi, 0)$ D. $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$

7. 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，已知 $AB \perp BC$ ， $AB = BC = 2$ ， $CC_1 = 2\sqrt{2}$ ，则异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角为 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

8. $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + mx^2\right)^5$ 的展开式中 x^5 的系数是 -10，则实数 $m =$ ()

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

9. 已知 $a > 0$ ， $f(x) = ax^2 - x + 1 (x > 0)$ ， $A = \{x | f(x) \leq x\}$ ， $B = \{x | f(f(x)) \leq f(x) \leq x\}$ ，若 $A = B \neq \emptyset$ 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1]$ B. $(0, \frac{3}{4}]$ C. $[\frac{3}{4}, 1]$ D. $[1, +\infty)$

10. 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$ ，那么它的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

11. 若向量 $\vec{a} = (1, 5)$ ， $\vec{b} = (-2, 1)$ ，则 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) =$ ()

- A. 30 B. 31 C. 32 D. 33

12. 设集合 $A = \{1, 2, 6\}$ ， $B = \{-2, 2, 4\}$ ， $C = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 6\}$ ，则 $(A \cup B) \cap C =$ ()

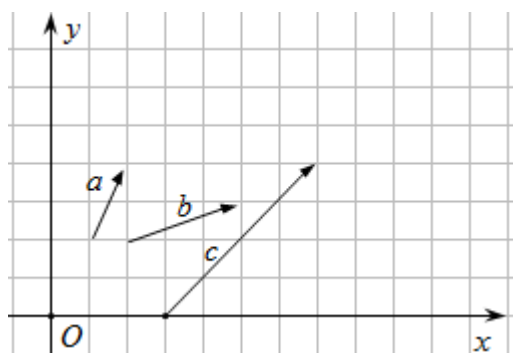
- A. $\{2\}$ B. $\{1, 2, 4\}$
C. $\{1, 2, 4, 6\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 5\}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知关于 x 的不等式 $(ax - a^2 - 4)(x - 4) > 0$ 的解集为 A ，且 A 中共含有 n 个整数，则当 n 最小时实数 a 的值为_____.

14. $(x + \frac{1}{x} - 2)^4$ 的展开式中 x^2 的系数为_____.

15. 如图所示, 直角坐标系中网格小正方形的边长为 1, 若向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 满足 $(2\vec{a} + t\vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$, 则实数 t 的值为_____.



16. 若 $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{4}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点, 点 $P(-1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 在椭圆 E 上, 且抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点是椭圆 E 的一个焦点.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 过点 F_2 作不与 x 轴重合的直线 l , 设 l 与圆 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 相交于 A, B 两点, 且与椭圆 E 相交于 C, D 两点, 当 $\vec{F_1A} \cdot \vec{F_1B} = 1$ 时, 求 ΔF_1CD 的面积.

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \cos \alpha \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以原点 O 为极点, x 轴

的正半轴为极轴, 且两个坐标系取相等的长度单位, 建立极坐标系.

(1) 设直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{12}$, 若直线 l 与曲线 C 交于两点 A, B , 求 AB 的长;

(2) 设 M, N 是曲线 C 上的两点, 若 $\angle MON = \frac{\pi}{2}$, 求 ΔOMN 面积的最大值.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax - (a+1)\ln x - \frac{1}{x}$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a \leq 1$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $a = 1$, 当 $x \in [1, 2]$ 时, 函数 $F(x) = f(x) + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$, 求函数 $F(x)$ 的最小值.

20. (12 分) 在 ΔABC 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\cos 2C + 3\cos C - 1 = 0$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $b = 3a$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3} \sin A \sin B$ ，求 $\sin A$ 及 c 的值.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = -x^2 + a - \frac{1}{4x} (a \in R)$ ， $g(x) = \frac{\ln x}{x}$.

(1) 当 a 为何值时， x 轴为曲线 $y = f(x)$ 的切线；

(2) 用 $\max\{m, n\}$ 表示 m 、 n 中的最大值，设函数 $h(x) = \max\{xf(x), xg(x)\} (x > 0)$ ，当 $0 < a < 3$ 时，讨论 $h(x)$ 零点的个数.

22. (10 分) 据《人民网》报道，美国国家航空航天局 (NASA) 发文称，相比 20 年前世界变得更绿色了，卫星资料显示中国和印度的行动主导了地球变绿. 据统计，中国新增绿化面积的 42% 来自于植树造林，下表是中国十个地区在去年植树造林的相关数据. (造林总面积为人工造林、飞播造林、新封山育林、退化林修复、人工更新的面积之和)
单位：公顷

地区	造林总面积	造林方式				
		人工造林	飞播造林	新封山育林	退化林修复	人工更新
内蒙	618484	311052	74094	136006	90382	6950
河北	583361	345625	33333	13507	65653	3643
河南	149002	97647	13429	22417	15376	133
重庆	226333	100600		62400	63333	
陕西	297642	184108	33602	63865	16067	
甘肃	325580	260144		57438	7998	
新疆	263903	118105	6264	126647	10796	2091
青海	178414	16051		159734	2629	
宁夏	91531	58960		22938	8298	1335
北京	19064	10012		4000	3999	1053

(1) 请根据上述数据分别写出在这十个地区中人工造林面积与造林总面积的比值最大和最小的地区；

(2) 在这十个地区中，任选一个地区，求该地区新封山育林面积占造林总面积的比值超过 50% 的概率；

(3) 在这十个地区中，从退化林修复面积超过一万公顷的地区中，任选两个地区，记 X

为这两个地区中退化林修复面积超过六万公顷的地区的个数，求 X 的分布列及数学期望。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由圆 C' 过原点，知 M, N 中有一点 M 与原点重合，作出图形，由 $|C'M| = |C'N| = \sqrt{3}$ ， $|MN| = \sqrt{6}$ ，得

$C'M \perp C'N$ ，从而直线 MN 倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ ，写出 N 点坐标，代入抛物线方程求出参数 p ，可得 F 点坐标，从而得三

角形面积。

【详解】

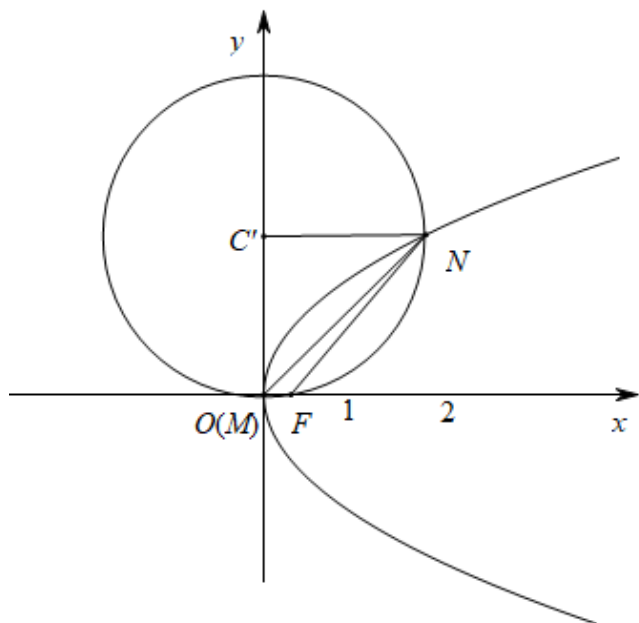
由题意圆 C' 过原点，所以原点是圆与抛物线的一个交点，不妨设为 M ，如图，

由于 $|C'M| = |C'N| = \sqrt{3}$ ， $|MN| = \sqrt{6}$ ， $\therefore C'M \perp C'N$ ， $\therefore \angle C'MN = \frac{\pi}{4}$ ， $\angle NOx = \frac{\pi}{4}$ ，

$\therefore$ 点 N 坐标为 $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ ，代入抛物线方程得 $(\sqrt{3})^2 = 2p \times \sqrt{3}$ ， $p = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore F(\frac{\sqrt{3}}{4}, 0)$ ， $S_{\triangle FMN} = \frac{1}{2}|MF| \times y_N = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3} = \frac{3}{8}$ 。

故选：B.



【点睛】

本题考查抛物线与圆相交问题，解题关键是发现原点 O 是其中一个交点，从而 $\triangle MNC'$ 是等腰直角三角形，于是可得 N 点坐标，问题可解，如果仅从方程组角度研究两曲线交点，恐怕难度会大大增加，甚至没法求解。

2、B

【解析】

首先根据题中所给的三视图，得到点 M 和点 N 在圆柱上所处的位置，将圆柱的侧面展开图平铺，点 M 、 N 在其四分之一的矩形的对角线的端点处，根据平面上两点间直线段最短，利用勾股定理，求得结果。

【详解】

根据圆柱的三视图以及其本身的特征，

将圆柱的侧面展开图平铺，

可以确定点 M 和点 N 分别在以圆柱的高为长方形的宽，圆柱底面圆周长的四分之一为长的长方形的对角线的端点处，

所以所求的最短路径的长度为 $\sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ，故选 B。

点睛：该题考查的是有关几何体的表面上两点之间的最短距离的求解问题，在解题的过程中，需要明确两个点在几何体上所处的位置，再利用平面上两点间直线段最短，所以处理方法就是将面切开平铺，利用平面图形的相关特征求得结果。

3、C

【解析】

以 $\vec{BA}, \vec{BC}$ 为基底，将 $\vec{AD}, \vec{BE}$ 用基底表示，根据向量数量积的运算律，即可求解。

【详解】

$$\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA},$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EC}, \therefore \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA},$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}^2 - \frac{1}{6}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}^2$$

$$= 1 - \frac{1}{6} \times 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

故选:C.

【点睛】

本题考查向量的线性运算以及向量的基本定理，考查向量数量积运算，属于中档题.

4、A

【解析】

设 A, B 坐标，根据向量坐标运算表示出 $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PA}$ ，从而可利用 x, y 表示出 a, b ；由坐标运算表示出 $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AB} = 1$ ，代入 a, b 整理可得所求的轨迹方程.

【详解】

设 $A(a, 0)$ ， $B(0, b)$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$

$$\text{Q } \overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PA} \quad \therefore (x, y - b) = 2(a - x, -y), \text{ 即 } \begin{cases} x = 2(a - x) \\ y - b = -2y \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} a = \frac{3x}{2} > 0 \\ b = 3y > 0 \end{cases}$$

Q P, Q 关于 y 轴对称 $\therefore Q(-x, y)$

$$\therefore \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AB} = (-x, y) \cdot (-a, b) = ax + by = 1 \quad \therefore \frac{3}{2}x^2 + 3y^2 = 1 (x > 0, y > 0)$$

故选: A

【点睛】

本题考查动点轨迹方程的求解，涉及到平面向量的坐标运算、数量积运算；关键是利用动点坐标表示出变量，根据平面向量数量积的坐标运算可整理得轨迹方程.

5、C

【解析】

先化简复数 $z = i(3 - 2i)$ ，再求 $\bar{z}$ ，最后求 $z \cdot \bar{z}$ 即可.

【详解】

解: $z = i(3 - 2i) = 2 + 3i$, $\bar{z} = 2 - 3i$

$$z \cdot \bar{z} = 2^2 + 3^2 = 13,$$

故选: C

【点睛】

考查复数的运算, 是基础题.

6、D

【解析】

根据函数图象的变换规律可得到 $y = g(x)$ 解析式, 然后将四个选项代入逐一判断即可.

【详解】

解: $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 图象上每一点的横坐标变为原来的 2 倍, 得到 $\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$

再将图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x) = \sin\left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{6}\right]$ 的图象

$$g(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right), \quad g\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

故选: D

【点睛】

考查三角函数图象的变换规律以及其有关性质, 基础题.

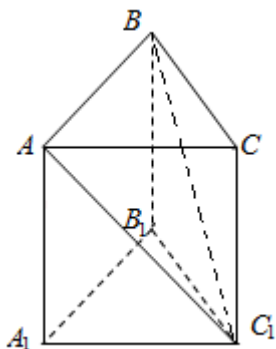
7、C

【解析】

由条件可看出 $AB \perp A_1B_1$, 则 $\angle BAC_1$ 为异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角, 可证得三角形 BAC_1 中, $AB \perp BC_1$, 解得 $\tan \angle BAC_1$, 从而得出异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角.

【详解】

连接 AC_1 , BC_1 , 如图:



又 $AB \perp A_1B_1$ ，则 $\angle BAC_1$ 为异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角.

因为 $AB \perp BC$ ，且三棱柱为直三棱柱， $\therefore AB \perp CC_1$ ， $\therefore AB \perp$ 面 BCC_1B_1 ，

$\therefore AB \perp BC_1$ ，

又 $AB = BC = 2$ ， $CC_1 = 2\sqrt{2}$ ， $\therefore BC_1 = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore \tan \angle BAC_1 = \sqrt{3}$ ，解得 $\angle BAC_1 = 60^\circ$ 。

故选 C

【点睛】

考查直三棱柱的定义，线面垂直的性质，考查了异面直线所成角的概念及求法，考查了逻辑推理能力，属于基础题.

8、C

【解析】

利用通项公式找到 x^5 的系数，令其等于-10 即可.

【详解】

二项式展开式的通项为 $T_{r+1} = C_5^r (x^{\frac{1}{2}})^{5-r} (mx^2)^r = m^r C_5^r x^{2r - \frac{5-r}{2}}$ ，令 $\frac{5}{2}r - \frac{5-r}{2} = 5$ ，得 $r = 3$ ，

则 $T_4 = m^3 C_5^3 x^5 = -10x^5$ ，所以 $m^3 C_5^3 = -10$ ，解得 $m = -1$ 。

故选：C

【点睛】

本题考查求二项展开式中特定项的系数，考查学生的运算求解能力，是一道容易题.

9、C

【解析】

根据 $A \neq \emptyset$ ，得到 $f(x) = ax^2 - x + 1 \leq x$ 有解，则 $\Delta = 4 - 4a \geq 0$ ，得 $0 < a \leq 1$ ， $x_1 = \frac{1 - \sqrt{1-a}}{a}$ ， $x_2 = \frac{1 + \sqrt{1-a}}{a}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/806113103040010232>