2024-2025 学年辽宁省鞍山市高三上学期期末数学检测试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5 分）已知复数 z 满足（1□i）z＝3+i，则$\overline{z}$在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．（5 分）已知命题“∃x∈**R**，使 $2x^2$+（a□1）$x+\frac{1}{2}\leq$ 0”是假命题，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．{a|a≤□1}　　B．{a|□1＜a＜3}　　C．{a|□1≤a≤3}　　D．{a|□3＜a＜1}

3．（5 分）青少年的身高一直是家长和社会关注的重点，它不仅关乎个体成长，也是社会健康素养发展水平的体现．某市教育部门为了解本市高三学生的身高状况，从本市全体高三学生中随机抽查了 1200 人，经统计后发现样本的身高（单位：cm）近似服从正态分布 N（172，σ^2），且身高在 168cm 到 176cm 之间的人数占样本量的 75%，则样本中身高不低于 176cm 的约有（　　）

A．150 人　　B．300 人　　C．600 人　　D．900 人

4．（5 分）已知$sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{3}$，则$cos(2\alpha-\frac{\pi}{3})=$（　　）

A．$-\frac{7}{9}$　　B．$\frac{7}{9}$　　C．$-\frac{2}{9}$　　D．$\frac{2}{9}$

5．（5 分）在四面体 $ABCD$ 中，△ABC 和△BCD 均是边长为 1 的等边三角形，已知四面体 $ABCD$ 的四个顶点都在同一球面上，且 AD 是该球的直径，则四面体 $ABCD$ 的体积为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{24}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{12}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{6}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{4}$

6．（5 分）“赛龙舟”是端午节重要的民俗活动之一，登舟比赛的划手分为划左桨和划右桨．某训练小组有 6 名划手，其中有 2 名只会划左桨，2 名只会划右桨，2 名既会划左桨又会划右桨．现从这 6 名划手中选派 4 名参加比赛，其中 2 名划左桨，2 名划右桨，则不同的选派方法共有（　　）

A．15 种　　B．18 种　　C．19 种　　D．36 种

7．（5 分）已知平行四边形 $ABCD$ 中，AB＝AD＝2，∠DAB＝60°，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，点 M 是线段 BC 上一点，则$\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{CM}$的最小值为（　　）

A．$-\frac{9}{16}$　　B．$\frac{9}{16}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

8．（5 分）若 F 为双曲线C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$的左焦点，过原点的直线 l 与双曲线 C 的左右两支分别交于 A，B 两点，则$\frac{1}{|FA|}-\frac{4}{|FB|}$的取值范围是（　　）

A．$[\frac{1}{4},\ \frac{1}{5}]$　　B．$[-\frac{1}{5},\ \frac{1}{5}]$　　C．$(-\frac{1}{4},\ 0]$　　D．$[-\frac{1}{4},\ \frac{1}{5}]$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，选对但不全的得部分分，有选错的得 0 分。

（多选）9．（6 分）某同学最近 6 次考试的数学成绩为 107，114，136，128，122，143．则（　　）

A．成绩的第 60 百分位数为 122

B．成绩的极差为 36

C．成绩的平均数为 125

D．若增加一个成绩 125，则成绩的方差变小

（多选）10．（6 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 F_1、F_2，上、下两个顶点分别为 B_1、B_2，B_1F_1 的延长线交 C 于 A，且$AF_1=\frac{1}{2}B_1F_1$，则（　　）

A．椭圆 C 的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．直线 AB_1 的斜率为$\sqrt{3}$

C．$\triangle AB_1F_2$ 为等腰三角形　　D．AB_2：$AB_1=\sqrt{11}$：$3\sqrt{3}$

（多选）11．（6 分）已知函数 f（x）的定义域为 **R**，其导函数为 f'（x），若函数 f（$2x$□3）的图像关于点（2，1）对称，f（$2+x$）□f（2□x）＝$4x$，且 f（0）＝0，则（　　）

A．f（x）的图像关于点（1，1）对称

B．f（$x+4$）＝f（x）

C．f'（1026）＝2

D．$\sum_{i=1}^{50}f$（i）＝2499

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．（5 分）已知集合 A＝{0，1，2，3}，B＝{a，a^2□1}，若 $A\cup B$＝A，则实数 a 的值为 ____．

13．（5 分）已知定义在区间[0，π]上的函数$f(x)=2sin(\omega x+\frac{2\pi}{3})(\omega>0)$的值域为$[-2,\ \sqrt{3}]$，则 ω 的取值范围为 ______________________．

14．（5 分）已知实数 $x>0$，$y>0$，则 $\frac{(x+1)^2+(3y+1)^2}{x^2+9y^2+2}$ 的最大值为 ________．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=4$，且 a_5□4，a_5，a_5+6 成等比数列．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{b_n-b_{n+1}}{b_nb_{n+1}}=a_n$，且 $b_1=\frac{1}{2}$，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

16．如图，已知四棱锥 E□$ABCD$，底面 $ABCD$ 是平行四边形，且 $\angle DAB=\frac{\pi}{3}$，

$AD=2AB=2$，$BE=PE$，P 是线段 AD 的中点，$BE\perp PC$．

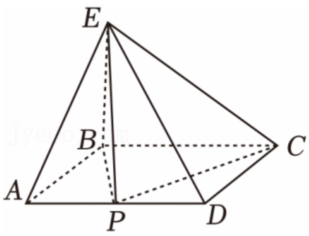
（1）求证：$PC\perp$ 平面 BPE；

（2）下列条件任选其一，求二面角 P□EC□B 的余弦值．

①AE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$；

②D 到平面 EPC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$．

注：如果选择多个条件分别解答，按一个解答计分．



17．某类型的多项选择题设置了 4 个选项，一道题中的正确答案或是其中 2 个选项、或是其中 3 个选项．该类型题目评分标准如下：每题满分 6 分，若未作答或选出错误选项，则该题得 0 分；若正确答案是 2 个选项，则每选对 1 个正确选项得 3 分；若正确答案是 3 个选项，则每选对 1 个正确选项得 2 分．甲、乙、丙三位同学各自作答一道此类题目，设该题正确答案是 2 个选项的概率为 p．

（1）已知甲同学随机（等可能）选择了 2 个选项作答，若 $p=\frac{1}{2}$，求他既选出正确选项也选出了错误选项的概率；

（2）已知乙同学随机（等可能）选出 1 个选项作答，丙同学随机（等可能）选出 2 个选项作答，若 $p=\frac{1}{3}$，试比较乙、丙两同学得分的数学期望的大小．

18．已知圆 C 过点 P（4，1），M（2，3）和 N（2，□1），且圆 C 与 y 轴交于点 F，点 F 是抛物线 E：$x^2=2py$（$p>0$）的焦点．

（1）求圆 C 和抛物线 E 的方程；

（2）过点 P 作直线 l 与抛物线交于不同的两点 A，B，过点 A，B 分别作抛物线 E 的切线，两条切线交于点 Q，试判断直线 QM 与圆 C 的另一个交点 D 是否为定点，如果是，求出 D 点的坐标；如果不是，说明理由．

19．定义：函数 $f(x)$ 满足对于任意不同的 x_1，$x_2\in[a,b]$，都有 $|f(x_1)-f(x_2)|<k|x_1-x_2|$，则称 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的“k 类函数”．

（1）若 $f(x)=\frac{x^2}{3}+1$，判断 $f(x)$ 是否为 $[1,3]$ 上的“2 类函数”；

（2）若 $f(x)=a(x-1)e^x-\frac{x^2}{2}-x\ln x$ 为 $[1,e]$ 上的“3 类函数”，求实数 a 的取值范围；

（3）若 $f(x)$ 为 $[1,2]$ 上的“2 类函数”，且 $f(1)=f(2)$，证明：$\forall x_1$，$x_2\in[1,2]$，$|f(x_1)-f(x_2)|<1$．

答案与试题解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	A	A	B	C	A	D

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5 分）已知复数 z 满足（1□i）z＝3+i，则$\overline{z}$在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　　B．第二象限　　　C．第三象限　　　D．第四象限

【分析】由题意求出 z，进而解出$\overline{z}$，判断$\overline{z}$在复平面内对应的点所在象限即可．

解：复数 z 满足（1□i）z＝3+i，

则$z=\frac{3+i}{1-i}=\frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=1+2i$，

所以$\overline{z}=1-2i$，

所以$\overline{z}$在复平面内对应的点（1，□2）位于第四象限．

故选：D．

【点评】本题主要考查复数的四则运算，共轭复数的定义，复数的几何意义，属于基础题．

2．（5 分）已知命题“∃x∈**R**，使 $2x^2$+（a□1）$x+\frac{1}{2}\le 0$”是假命题，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．{a|a≤□1}　　　B．{a|□1＜a＜3}　　　C．{a|□1≤a≤3}　　　D．{a|□3＜a＜1}

【分析】根据命题与它的否定命题一真一假，写出该命题的否定命题，再用判别式 Δ＜0 列不等式求得 a 的取值范围．

解：命题“∃x∈**R**，使 $2x^2$+（a□1）$x+\frac{1}{2}\le 0$”是假命题，

则它的否定命题“∀x∈**R**，都有 $2x^2$+（a□1）$x+\frac{1}{2}>0$”是真命题，

所以 Δ＝（a□1）^{2}□$4\times 2\times\frac{1}{2}<0$，

解得□1＜a＜3，

所以实数 a 的取值范围是{a|□1＜a＜3}．

故选：B．

【点评】本题考查了命题与它的否定命题应用问题，是基础题．

3．（5 分）青少年的身高一直是家长和社会关注的重点，它不仅关乎个体成长，也是社会健康素养发展水平的体现．某市教育部门为了解本市高三学生的身高状况，从本市全体高三学生中随机抽查了 1200 人，经统计后发现样本的身高（单位：cm）近似服从正态分布 N（172，σ^2），且身高在 168cm 到 176cm 之间的人数占样本量的 75%，则样本中身高不低于 176cm 的约有（　　）

A．150 人　　B．300 人　　C．600 人　　D．900 人

【分析】根据正态分布的对称性，求出样本中身高不低于 176cm 的人数占比，即可得解．

解：设样本中本市高三学生的身高为随机变量 X，则 $X\sim N$（172，σ^2），

由题意知，P（$168<X<176$）＝75%＝0.75，

所以 P（$X\geq176$）$=0.5-\frac{1}{2}\times0.75=0.125$，

所以样本中身高不低于 176cm 的约有 $0.125\times1200=150$ 人．

故选：A．

【点评】本题考查正态分布的对称性，考查逻辑推理能力和运算能力，属于基础题．

4．（5 分）已知 $sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{3}$，则 $cos(2\alpha-\frac{\pi}{3})=$（　　）

A．$-\frac{7}{9}$　　B．$\frac{7}{9}$　　C．$-\frac{2}{9}$　　D．$\frac{2}{9}$

【分析】根据诱导公式，找出所求角与已知角之间的关系，结合二倍角公式运算．

解：cos（$2\alpha+\frac{2\pi}{3}$）＝cos2（$\alpha+\frac{\pi}{3}$）＝1□2sin^2（$\alpha+\frac{\pi}{3}$）＝1□2$\times\frac{1}{9}=\frac{7}{9}$，

又 $2\alpha-\frac{\pi}{3}=$（$2\alpha+\frac{2\pi}{3}$）□π，

所以 cos（$2\alpha-\frac{\pi}{3}$）＝cos[（$2\alpha+\frac{2\pi}{3}$）□π]＝□cos（$2\alpha+\frac{2\pi}{3}$）$=-\frac{7}{9}$，

故选：A．

【点评】本题考查了二倍角公式，诱导公式等知识，属于基础题．

5．（5 分）在四面体 $ABCD$ 中，△ABC 和△BCD 均是边长为 1 的等边三角形，已知四面体 $ABCD$ 的四个顶点都在同一球面上，且 AD 是该球的直径，则四面体 $ABCD$ 的体积为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{24}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{12}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{6}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{4}$

【分析】推导出 $AB=AC=BC=BD=CD=1$，$\angle ABD=\angle ACD=90°$，

$OB=OC=OD=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$BO\perp AD$，$BO\perp OC$，从而 $BO\perp$平面 ACD，由此能求出四面体 $ABCD$

的体积．

解：在四面体 $ABCD$ 中，$\triangle ABC$ 和$\triangle BCD$ 均是边长为 1 的等边三角形，

四面体 $ABCD$ 的四个顶点都在同一球面上，且 AD 是该球的直径，

$\therefore AB=AC=BC=BD=CD=1$，$\angle ABD=\angle ACD=90°$，

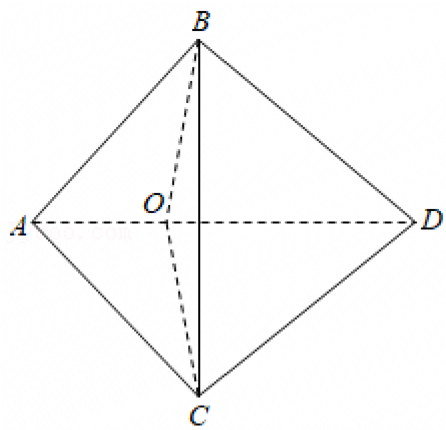
$OB=OC=OD=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$BO\perp AD$，$BO\perp OC$，

$\therefore BO\perp$平面 ACD，

$\therefore$四面体 $ABCD$ 的体积为：

$V_{B\square ACD}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ACD}\times BO=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$．

故选：B．



【点评】本题考查四面体的体积的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，是中档题．

6．（5 分）"赛龙舟"是端午节重要的民俗活动之一，登舟比赛的划手分为划左桨和划右桨．某训练小组有 6 名划手，其中有 2 名只会划左桨，2 名只会划右桨，2 名既会划左桨又会划右桨．现从这 6 名划手中选派 4 名参加比赛，其中 2 名划左桨，2 名划右桨，则不同的选派方法共有（　　）

A．15 种　　B．18 种　　C．19 种　　D．36 种

【分析】记 $A=\{$只会划左桨的两人$\}$，$B=\{$只会划右桨的两人$\}$，$C=\{$既会划左桨又会划右桨的两人$\}$，分三类，①从 A 中选择 2 人划左桨，划右桨的在 $B\cup C$ 中选两人，②从 A 中选择 1 人划左桨，则从 C 中选 1 人划左桨，再从 $B\cup C$ 剩下的 3 人中选 2 人划右桨，③从 A 中选择 0 人划左桨，则 B 中的两人划右桨，从 C 中选 2 人划左桨，结合分类加法计数原理可得结果．

解：根据题意，记 $A=\{$只会划左桨的两人$\}$，$B=\{$只会划右桨的两人$\}$，$C=\{$既会划左桨

又会划右桨的两人}，

①从 A 中选择 2 人划左桨，划右桨的在 $B\cup C$ 中选两人，共有 $C_2^2C_4^2=6$ 种，

②从 A 中选择 1 人划左桨，则从 C 中选 1 人划左桨，再从 $B\cup C$ 剩下的 3 人中选 2 人划右桨，共有 $C_2^1C_2^1C_3^2=12$ 种；

③从 A 中选择 0 人划左桨，则 B 中的两人划右桨，从 C 中选 2 人划左桨，共有 $C_2^2C_2^2=1$；

所以不同的选派方法共有 6+12+1＝19 种．

故选：C．

【点评】本题主要考查组合及简单计数问题，考查运算求解能力，属于基础题．

7．（5 分）已知平行四边形 $ABCD$ 中，$AB＝AD＝2$，$\angle DAB＝60°$，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，点 M 是线段 BC 上一点，则 $\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{CM}$ 的最小值为（　　）

A．$-\frac{9}{16}$　　　　B．$\frac{9}{16}$　　　　C．$-\frac{1}{2}$　　　　D．$\frac{1}{2}$

【分析】根据条件建立坐标系，求出各点坐标，以及对应向量的坐标，代入数量积，结合二次函数的性质即可求解．

解：因为平行四边形 $ABCD$ 中，$AB＝AD＝2$，$\angle DAB＝60°$，

对角线 AC 与 BD 相交于点 O，

故 $ABCD$ 为菱形，建立如图坐标系；

则 A（$-\sqrt{3}$，0），B（0，□1），C（$\sqrt{3}$，0），D（0，1）；

故直线 BC 的方程为：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$□1；

∵点 M 是线段 BC 上一点；

故 M（x，$\frac{\sqrt{3}}{3}x$□1）；且　$0\leq x\leq\sqrt{3}$；

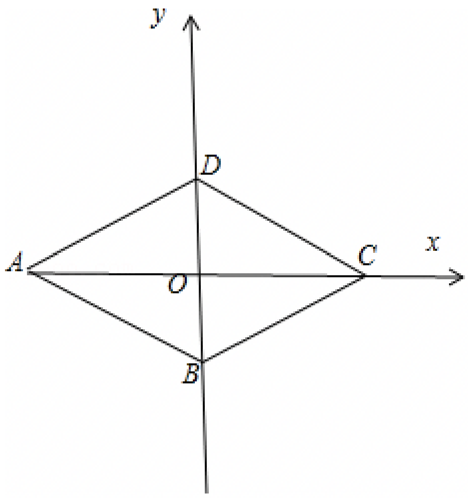
∴$\overrightarrow{OM}=$（x，$\frac{\sqrt{3}}{3}x$□1）；$\overrightarrow{CM}=$（$x-\sqrt{3}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}x$□1）；

故 $\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{CM}=x$（$x-\sqrt{3}$）+（$\frac{\sqrt{3}}{3}x$□1）$^2=\frac{4}{3}x^2-\frac{5\sqrt{3}}{3}x+1$；

对称轴 $x=\frac{5\sqrt{3}}{8}\in[0，\sqrt{3}]$

∴当 $x=\frac{5\sqrt{3}}{8}$ 时，$\overrightarrow{OM}\bullet\overrightarrow{CM}$ 取最小值为：$\frac{4}{3}\times$（$\frac{5\sqrt{3}}{8}$）$^2-\frac{5\sqrt{3}}{3}\times\frac{5\sqrt{3}}{8}+1=-\frac{9}{16}$；

故选：A．



【点评】本题考查向量的数量积的应用，考查向量的表示以及计算，考查计算能力，属于基础题．

8．（5 分）若 F 为双曲线C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$的左焦点，过原点的直线 l 与双曲线 C 的左右两支分别交于 A，B 两点，则$\frac{1}{|FA|}-\frac{4}{|FB|}$的取值范围是（　　）

A．$[\frac{1}{4},\ \frac{1}{5}]$　　B．$[-\frac{1}{5},\ \frac{1}{5}]$　　C．$(-\frac{1}{4},\ 0]$　　D．$[-\frac{1}{4},\ \frac{1}{5}]$

【分析】求得双曲线的 a，b，c，设$|AF|=m$，$|FB|=n$，F'为双曲线的右焦点，连接 BF'，AF'，由对称性可得四边形 $AFBF'$为平行四边形，运用平行四边形的性质和函数的导数，判断单调性，可得极值、最值，进而得到所求范围．

解：双曲线C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$的 $a=2$，$b=\sqrt{5}$，$c=3$，

设$|AF|=m$，$|FB|=n$，F'为双曲线的右焦点，连接 BF'，AF'，由对称性可得四边形 $AFBF'$为平行四边形，

可得$|BF'|=|AF|=m$，可得 $n-m=2a=4$，$n=m+4$，

且 $m\geq c-a=1$，

则$\frac{1}{|FA|}-\frac{4}{|FB|}=\frac{1}{m}-\frac{4}{4+m}$，设 $f(m)=\frac{1}{m}-\frac{4}{4+m}$，$m\geq 1$，

$f'(m)=-\frac{1}{m^2}+\frac{4}{(4+m)^2}=\frac{(m-4)(3m+4)}{m^2(4+m)^2}$，

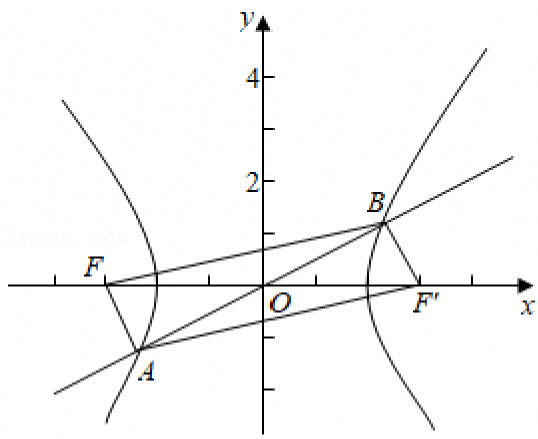
当 $m>4$ 时，$f'(m)>0$，$f(m)$递增，$1\leq m<4$ 时，$f'(m)<0$，$f(m)$递减，

可得 $f(m)$在 $m=4$ 处取得极小值，且为最小值$-\frac{1}{4}$，

当 $m=1$ 时，$f(1)=\frac{1}{5}$，当 $m\to+\infty$时，$f(m)\to 0$，

则 $f(m)\in[-\frac{1}{4},\ \frac{1}{5}]$，

故选：*D*．



【点评】本题考查双曲线的定义、方程和性质，考查平行四边形的性质和函数的导数的运用，考查化简运算能力，属于中档题．

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，选对但不全的得部分分，有选错的得 0 分。

（多选）9．（6 分）某同学最近 6 次考试的数学成绩为 107，114，136，128，122，143．则（　　）

A．成绩的第 60 百分位数为 122

B．成绩的极差为 36

C．成绩的平均数为 125

D．若增加一个成绩 125，则成绩的方差变小

【分析】利用百分位数、极差、平均数、方差的定义可以判断每个选项．

解：将数据按照从小到大的顺序排列依次为：107，114，122，128，136，143，

对于 *A*，6×60%＝3.6，故 60 百分位数可取第 4 个数据，即 128，*A* 选项错误；

对于 *B*，极差为：143□107＝36，*B* 选项正确；

对于 *C*，$\overline{x}=\frac{107+114+122+128+136+143}{6}=$125，*C* 选项正确；

对于 *D*，设原数据的方差为s_1^2，新数据的方差为s_2^2，由于新增加的一个数据与原始数据的平均数相等，

所以$\sum_{i=1}^{6}(x_i-\overline{x})^2=\sum_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})^2$，所以$s_1^2=\frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\overline{x})^2}{6}<s_2^2=\frac{\sum_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})^2}{7}$，*D* 选项正确．

故选：*BCD*．

【点评】本题考查样本的百分位数、极差、平均数、方差的定义，属于基础题．

（多选）10．（6分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 F_1、F_2，上、下两个顶点分别为 B_1、B_2，B_1F_1 的延长线交 C 于 A，且 $AF_1=\frac{1}{2}B_1F_1$，则（　　）

A．椭圆 C 的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

B．直线 AB_1 的斜率为$\sqrt{3}$

C．$\triangle AB_1F_2$ 为等腰三角形

D．AB_2：$AB_1=\sqrt{11}$：$3\sqrt{3}$

【分析】利用椭圆的对称性与定义，可证$\triangle AB_1F_2$ 为等腰三角形，从而判断选项 C；在$\triangle B_1F_1F_2$ 和$\triangle AB_1F_2$ 中，均运用余弦定理，可求得 $a=\sqrt{3}c$，从而判断选项 A；根据 a，b，c 的关系以及直线斜率的计算方法可判断选项 B；在$\triangle AB_1B_2$ 中，利用余弦定理求出 AB_2，可判断选项 D．

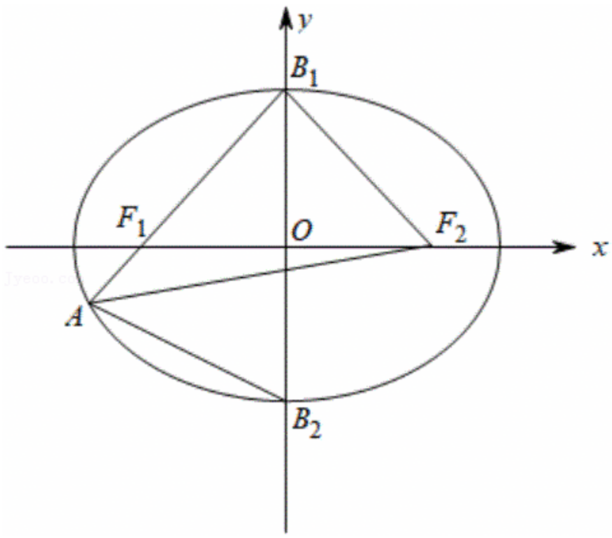
解：设$AF_1=\frac{1}{2}B_1F_1=m$，椭圆的焦距为 $2c$（$c>0$），

由椭圆的对称性知，$B_1F_2=B_1F_1=2m$，

由椭圆的定义知，$B_1F_2+B_1F_1=4m=2a$，即 $m=\frac{a}{2}$，

所以 $AF_1=\frac{a}{2}$，$AB_1=AF_1+B_1F_1=\frac{3}{2}a$，

由椭圆的定义知，$AF_1+AF_2=2a$，所以 $AF_2=\frac{3}{2}a=AB_1$，即$\triangle AB_1F_2$ 为等腰三角形，故选项 C 正确；



在$\triangle B_1F_1F_2$ 中，由余弦定理知，$\cos\angle F_1B_1F_2=\frac{B_1F_1^2+B_1F_2^2-F_1F_2^2}{2B_1F_1\cdot B_1F_2}=\frac{a^2+a^2-4c^2}{2a^2}=\frac{a^2-2c^2}{a^2}$，

在$\triangle AB_1F_2$ 中，由余弦定理知，$\cos\angle F_1B_1F_2=\frac{AB_1^2+B_1F_2^2-AF_2^2}{2AB_1\cdot B_1F_2}=\frac{\frac{9}{4}a^2+a^2-\frac{9}{4}a^2}{2\cdot\frac{3}{2}a\cdot a}=\frac{1}{3}$，

所以$\frac{a^2-2c^2}{a^2}=\frac{1}{3}$，化简得 $a=\sqrt{3}c$，

所以离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即选项 A 正确；

因为 $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{2}c$，

所以直线 AB_1 的斜率为$\frac{b}{c}=\sqrt{2}$，即选项 B 错误；

在 Rt△OB_1F_1 中，$\cos\angle OB_1F_1=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，

在△AB_1B_2 中，由余弦定理知，$AB_2^2=AB_1^2+B_1B_2^2-2AB_1\cdot B_1B_2cos\angle OB_1F_1=\frac{9}{4}a^2+$ $4b^2$□2•$\frac{3}{2}a$•$2b$•$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$=\frac{9}{4}a^2+4\cdot(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a)^2-$2•$\frac{3}{2}a$•2•$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a$•$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{11}{12}a^2$，

即 $AB_2=\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}a$，

所以 AB_2：$AB_1=\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}a$：$\frac{3}{2}a=\sqrt{11}$：$3\sqrt{3}$，即选项 D 正确．

故选：ACD．

【点评】本题考查椭圆的几何性质，熟练掌握椭圆的定义与几何性质，余弦定理是解题的关键，考查逻辑推理能力和运算能力，属于中档题．

（多选）11．（6 分）已知函数 f（x）的定义域为 **R**，其导函数为 f'（x），若函数 f（$2x$□3）的图像关于点（2，1）对称，f（2+x）□f（2□x）＝4x，且 f（0）＝0，则（　　）

A．f（x）的图像关于点（1，1）对称

B．f（x+4）＝f（x）

C．f'（1026）＝2

D．$\sum_{i=1}^{50}f$（i）＝2499

【分析】由函数的对称性和周期性，结合赋值法和导数的运算，对选项判断，可得结论．

解：对于 A，因为 f（$2x$□3）的图象关于点（2，1）对称，

所以 f（$2x$□3）+f（2（4□x）□3）＝2，即 f（$2x$□3）+f（5□$2x$）＝2，

所以 f（x□3）+f（5□x）＝2，即 f（x+1）+f（1□x）＝2，

所以 f（x）的图象关于点（1，1）对称，选项 A 正确；

由 f（0）＝0，2f（1）＝2，即 f（1）＝1，f（2）+f（0）＝2，即有 f（2）＝2，

又 f（2+x）□f（2□x）＝4x，可得 f（3）□f（1）＝4，解得 f（3）＝5，

f（4）□f（0）＝8，即有 f（4）＝8，