安徽省合肥市六校联盟2024届高三上学期期末数学试题

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\mid(x+1)(x-2)<0,x\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{0,1,2,3\}$　　D. $\{-1,0,1,2,3\}$

〖答 案〗C

〖解　析〗集合 $B=\{x\mid-1<x<2,x\in\mathbf{Z}\}=\{0,1\}$，而 $A=\{1,2,3\}$，所以 $A\cup B=\{0,1,2,3\}$，故选 C.

2. 若复数 z 满足 $\mathrm{i}\cdot z=3-4\mathrm{i}$，则 $|z|=$（　　）

A. 1　　B. 5　　C. 7　　D. 25

〖答 案〗B

〖解 析〗由题意有 $z=\dfrac{3-4\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=\dfrac{(3-4\mathrm{i})(-\mathrm{i})}{\mathrm{i}\cdot(-\mathrm{i})}=-4-3\mathrm{i}$，故 $|z|=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=5$.

故选：B.

3. 已知向量 $\vec{a}=(1,m)$，$\vec{b}=(3,-2)$，且 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则 $m=$（　　）

A. -8　　B. -6

C. 6　　D. 8

〖答 案〗D

〖解 析〗$\because \vec{a}=(1,m),\vec{b}=(3,-2),\therefore \vec{a}+\vec{b}=(4,m-2)$，又 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，

$\therefore 3\times4+(-2)\times(m-2)=0$，解得 $m=8$.

故选 D.

4. 已知空间中不过同一点的三条直线 m，n，l，则“m，n，l 在同一平面”是“m，n，l 两两相交”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

〖答 案〗B

〖解 析〗依题意 m,n,l 是空间不过同一点的三条直线，

当 m,n,l 在同一平面时，可能 $m//n//l$，故不能得出 m,n,l 两两相交.

当m,n,l两两相交时，设$m\cap n=A,m\cap l=B,n\cap l=C$，根据公理2可知$m,n$确定一个平面$\alpha$，而$B\in m\subset\alpha,C\in n\subset\alpha$，根据公理1可知，直线$BC$即$l\subset\alpha$，所以$m,n,l$在同一平面.

综上所述，“m,n,l在同一平面”是“m,n,l两两相交”的必要不充分条件.

故选：B

5. 若将函数$y=2\sin 2x$的图像向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，则平移后图像的对称轴为（　　）

A. $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$（$k\in\mathbf{Z}$）

B. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$（$k\in\mathbf{Z}$）

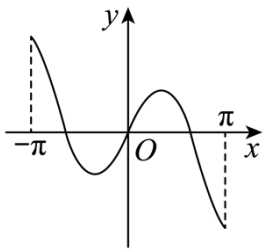
C. $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$（$k\in\mathbf{Z}$）

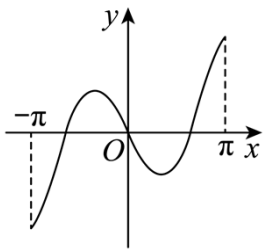
D. $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$（$k\in\mathbf{Z}$）

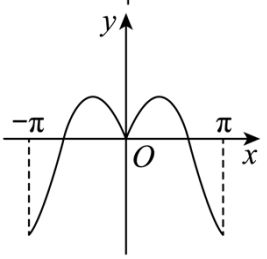
〖答　案〗B

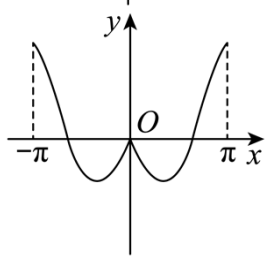
〖解　析〗由题意得，将函数$y=2\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，由$2x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，得$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}$，即平移后的函数的对称轴方程为$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}$，故选B.

6. 函数$y=x\cos x+\sin x$在区间$[-\pi,\pi]$的图象大致为（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

〖答　案〗A

〖解 析〗因为$f\left(x\right)=x\cos x+\sin x$，则$f\left(-x\right)=-x\cos x-\sin x=-f\left(x\right)$，

即题中所给的函数为奇函数，函数图象关于坐标原点对称，

据此可知选项*CD*错误；

且$x=\pi$时，$y=\pi\cos\pi+\sin\pi=-\pi<0$，据此可知选项*B*错误.

故选：A.

7. 若$2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$，则（　　）

A. $\ln(y-x+1)>0$　　B. $\ln(y-x+1)<0$

C. $\ln|x-y|>0$　　D. $\ln|x-y|<0$

〖答 案〗A

〖解 析〗由$2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$得：$2^x-3^{-x}<2^y-3^{-y}$，

令$f\left(t\right)=2^t-3^{-t}$，

$\because y=2^x$为**R**上的增函数，$y=3^{-x}$为**R**上的减函数，$\therefore f\left(t\right)$为**R**上的增函数，

$\therefore x<y$，

$\because y-x>0$，$\therefore y-x+1>1$，$\therefore\ln\left(y-x+1\right)>0$，则A正确，B错误；

$\because|x-y|$与1的大小不确定，故CD无法确定.

故选：A.

8. 已知函数$f\left(x\right)$的定义域为**R**，$y=f\left(x\right)+\mathrm{e}^x$是偶函数，$y=f\left(x\right)-3\mathrm{e}^x$是奇函数，则$f\left(x\right)$的最小值为（　　）

A. e　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $2\mathrm{e}$

〖答 案〗B

〖解 析〗因为函数$y=f\left(x\right)+\mathrm{e}^x$为偶函数，则$f\left(-x\right)+\mathrm{e}^{-x}=f\left(x\right)+\mathrm{e}^x$，即

$f\left(x\right)-f\left(-x\right)=\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^x$，①

又因为函数$y=f\left(x\right)-3\mathrm{e}^x$为奇函数，则$f\left(-x\right)-3\mathrm{e}^{-x}=-f\left(x\right)+3\mathrm{e}^x$，即

$f\left(x\right)+f\left(-x\right)=3\mathrm{e}^x+3\mathrm{e}^{-x}$，②

联立①②可得$f\left(x\right)=\mathrm{e}^x+2\mathrm{e}^{-x}$，

由基本不等式可得 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}+2\mathrm{e}^{-x}\geq 2\sqrt{\mathrm{e}^{x}\cdot 2\mathrm{e}^{-x}}=2\sqrt{2}$，

当且仅当 $\mathrm{e}^{x}=2\mathrm{e}^{-x}$ 时，即当 $x=\frac{1}{2}\ln 2$ 时，等号成立，

故函数 $f\left(x\right)$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$.

故选：B.

二、多选题

9. 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$，则（　　）

A. 若 $a>b>0$，则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

B. 若 $ac^{2}>bc^{2}$，则 $a-c>b-c$

C. 若 $a>b>0$，则 $a>\sqrt{ab}>b$

D. 若 $a<b<1$，则 $\frac{a}{a-1}<\frac{b}{b-1}$

〖答 案〗BC

〖解 析〗对于 A，若 $a>b>0$，令 $a=2$，$b=1$，则 $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{b}=1$，$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，故 A 错误；

对于 B，显然 $c^{2}>0$，则 $a>b$，则 $a-c>b-c$，故 B 正确；

对于 C，因为 $a>b>0$，所以 $\frac{a}{\sqrt{ab}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}>1$，所以 $a>\sqrt{ab}$，同理可得 $\sqrt{ab}>b$，

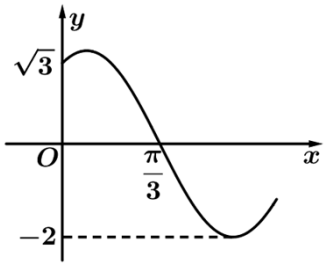
即 $a>\sqrt{ab}>b$，故 C 正确；

对于 D，$\frac{a}{a-1}-\frac{b}{b-1}=\frac{a(b-1)-b(a-1)}{(a-1)(b-1)}=\frac{b-a}{(a-1)(b-1)}$，因为 $a<b<1$，所以 $a-1<0$，

$b-1<0$，$b-a>0$，故 $\frac{b-a}{(a-1)(b-1)}>0$，即 $\frac{a}{a-1}>\frac{b}{b-1}$，故 D 错误.

故选：BC

10. 已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列结论中正确的是（　　）



A. $f(x)$的最小正周期为π

B. $f\left(\frac{\pi}{12}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{12}-x\right)$

C. $f(x)$在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上单调递增

D. $f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$为奇函数

〖答 案〗ABD

〖解 析〗由图知$A=2$，由$f(0)=2\sin\varphi=\sqrt{3}$，得$\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又因为$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{3}$，

由$\frac{\pi\omega}{3}+\frac{\pi}{3}=\pi+2k\pi$得$\omega=2+6k$，又$\frac{\pi}{3}<\frac{T}{2}=\frac{\pi}{|\omega|}$，所以$|\omega|<3$，所以$\omega=2$，

所以$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$.

故$T=\pi$，选项 A 正确；

又$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=2$，所以$x=\frac{\pi}{12}$为函数的一条对称轴，故选项 B 正确；

由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，得$-\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

由$\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$，得$\frac{\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{7\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

$f(x)$在$\left[\frac{\pi}{2},\frac{7\pi}{12}\right]$上单调递减，在$\left[\frac{7\pi}{12},\pi\right]$上单调递增，故 C 错误；

$f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin 2x$为奇函数，故 D 正确.

故选：ABD.

11. 已知直线$l:ax+by-r^2=0$与圆$C:x^2+y^2=r^2$，点$A(a,b)$，则下列说法正确的是（　　）

A. 若点 *A* 在圆 *C* 上，则直线 *l* 与圆 *C* 相切

B. 若点 *A* 在圆 *C* 内，则直线 *l* 与圆 *C* 相离

C. 若点 *A* 在圆 *C* 外，则直线 *l* 与圆 *C* 相离

D. 若点 *A* 在直线 *l* 上，则直线 *l* 与圆 *C* 相切

〖答 案〗ABD

〖解 析〗圆心$C\left(0,0\right)$到直线 *l* 的距离$d=\dfrac{r^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$，

若点$A\left(a,b\right)$在圆 *C* 上，则$a^2+b^2=r^2$，所以$d=\dfrac{r^2}{\sqrt{a^2+b^2}}=\left|r\right|$，

则直线 *l* 与圆 *C* 相切，故 A 正确；

若点$A\left(a,b\right)$在圆 *C* 内，则$a^2+b^2<r^2$，所以$d=\dfrac{r^2}{\sqrt{a^2+b^2}}>\left|r\right|$，

则直线 *l* 与圆 *C* 相离，故 B 正确；

若点$A\left(a,b\right)$在圆 *C* 外，则$a^2+b^2>r^2$，所以$d=\dfrac{r^2}{\sqrt{a^2+b^2}}<\left|r\right|$，

则直线 *l* 与圆 *C* 相交，故 C 错误；

若点$A\left(a,b\right)$在直线 *l* 上，则$a^2+b^2-r^2=0$即$a^2+b^2=r^2$，

所以$d=\dfrac{r^2}{\sqrt{a^2+b^2}}=\left|r\right|$，直线 *l* 与圆 *C* 相切，故 D 正确.

故选：ABD.

12. 已知$\left\{a_n\right\}$是等差教列，公差d不为零，前n项和是S_n，若a_3，a_4，a_8成等比数列，则（　　）

A. $a_1d>0$　　B. $a_1d<0$　　C. $dS_4>0$　　D. $dS_4<0$

〖答 案〗BD

〖解 析〗由a_3，a_4，a_8成等比数列知，$(a_1+3d)^2=(a_1+2d)(a_1+7d)$，

化简得 $a_1=-\frac{5}{3}d$，（$d\neq 0$），

则 $a_1d=-\frac{5}{3}d^2<0$，故 A 错误，B 正确；

$S_4=4a_1+6d=4\times(-\frac{5}{3}d)+6d=-\frac{2}{3}d$，

故 $dS_4=-\frac{2}{3}d^2<0$，故 C 错误，D 正确；

故选：BD

三、填空题

13. 在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 经过点（3，4），则该双曲线的渐近线方程是_____.

〖答 案〗 $y=\pm\sqrt{2}x$.

〖解 析〗由已知得 $3^2-\frac{4^2}{b^2}=1$，

解得 $b=\sqrt{2}$ 或 $b=-\sqrt{2}$，

因为 $b>0$，所以 $b=\sqrt{2}$.

因为 $a=1$，

所以双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{2}x$.

14. 已知 $a\in\mathrm{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-4, x>2\\ |x-3|+a, x\leq 2,\end{cases}$ 若 $f\left[f\left(\sqrt{6}\right)\right]=3$，则 $a=$_____.

〖答 案〗2

〖解 析〗 $f\left[f\left(\sqrt{6}\right)\right]=f\left(6-4\right)=f\left(2\right)=\left|2-3\right|+a=3$，故 $a=2$，

故〖答 案〗为：2.

15. 若 $\sin\alpha+\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{3}(\cos\beta-\cos\alpha)$，且 $\alpha\in(0,\pi),\beta\in(0,\pi)$，则 $\alpha-\beta=$_____.

〖答 案〗 $\frac{2\pi}{3}$

〖解 析〗因为$\alpha\in(0,\pi),\beta\in(0,\pi)$，所以$\sin\alpha+\sin\beta>0$，

又$\sin\alpha+\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{3}(\cos\beta-\cos\alpha)$，所以$\cos\beta-\cos\alpha>0$，

又$y=\cos x$在$(0,\pi)$上单调递减，所以$\beta<\alpha$，

则$0<\alpha-\beta<\pi$，所以$0<\frac{\alpha-\beta}{2}<\frac{\pi}{2}$，

由已知可得$2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$，

则$\tan\frac{\alpha-\beta}{2}=\sqrt{3}$，所以$\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\pi}{3}$，所以$\alpha-\beta=\frac{2\pi}{3}$.

故〖答 案〗为：$\frac{2\pi}{3}$.

16. 已知$\angle ACB=90°$，M为平面ABC外一点，$MC=\sqrt{3}$，点M到$\angle ACB$两边AC,BC的距离均为$\sqrt{2}$，那么M到平面ABC的距离为_____.

〖答 案〗1

〖解 析〗作MD,ME分别垂直于AC,BC，$MO\perp$平面ABC，连CO，

知$CD\perp MD,CD\perp MO$，$MD\cap OD=M$，$MD\subset$平面MDO，$MO\subset$平面MDO，

$\therefore CD\perp$平面MDO，$OD\subset$平面MDO，

$\therefore CD\perp OD$，又$CD\perp DM$，$MD=ME=\sqrt{2}$，$MC=\sqrt{3}$，

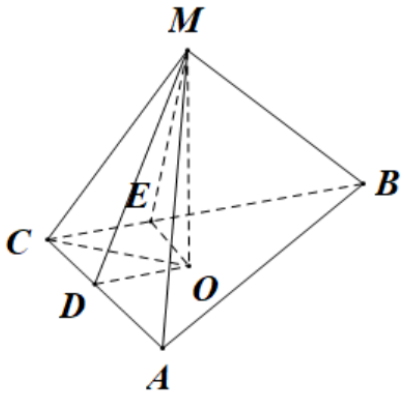
所以$CD=\sqrt{3-2}=1$，同理$CE=1$,

所以$\mathrm{Rt}\triangle CDO\cong\mathrm{Rt}\triangle CEO$，则$CO$为$\angle ACB$平分线，

$\therefore\angle OCD=45^{\circ}$，$OD=CD=1,OC=\sqrt{2}$，又$MC=\sqrt{3}$，

$\therefore MO=\sqrt{3-2}=1$.

故〖答 案〗为：1



四、解答题

17. 在$\triangle ABC$中，a，b，c分别为角A，B，C的对边，且满足$(a-c)\sin C=(a+b)(\sin A-\sin B)$.

（1）求角B；

（2）若$b=2$，$\triangle ABC$的面积为$\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的周长.

解：（1）因$(a-c)\sin C=(a+b)(\sin A-\sin B)$，

由正弦定理得，$(a-c)c=(a+b)(a-b)$，化简得：$a^2+c^2-b^2=ac$，

由余弦定理得，$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{ac}{2ac}=\dfrac{1}{2}$，

因$0<B<\pi$，故$B=\dfrac{\pi}{3}$.

（2）由$\triangle ABC$的面积为$\sqrt{3}$可得：$\dfrac{1}{2}ac\sin\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，即：$ac=4$，

由余弦定理，$a^2+c^2-2ac\cos\dfrac{\pi}{3}=4$，即：$a^2+c^2-ac=4$，

从而，$(a+c)^2=(a^2+c^2-ac)+3ac=16$，则$a+c=4$.

故$\triangle ABC$的周长为：$a+b+c=4+2=6.$

18. 已知函数$f(x)=x\left(ae^x+1\right),a\in\mathrm{R}$.

（1）若$a=1$，求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

（2）若$f(x)\geq x^2$在$(0,+\infty)$上恒成立，求实数a的取值范围.

解：（1）当$a=1$时，$f(x)=x\left(e^x+1\right)$，$f'(x)=\mathrm{e}^x\left(x+1\right)+1$，

则 $f'(0)=2$，而 $f(0)=0$，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=2x$；

（2）$\forall x\in(0,+\infty)$，由 $f(x)\geq x^2$，得 $a\geq\dfrac{x-1}{\mathrm{e}^x}$，

设 $g(x)=\dfrac{x-1}{\mathrm{e}^x}$，则 $g'(x)=\dfrac{2-x}{\mathrm{e}^x}$，

令 $g'(x)=\dfrac{2-x}{\mathrm{e}^x}=0$，得 $x=2$，

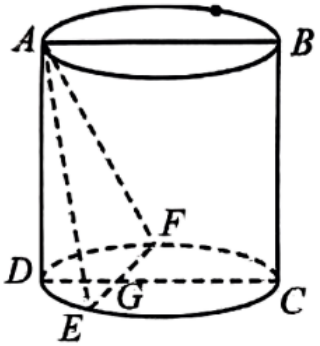
则 $x\in(0,2)$ 时，$g'(x)>0$，函数 $g(x)$ 单调递增，

$x\in(2,+\infty)$ 时，$g'(x)<0$，函数 $g(x)$ 单调递减，

故 $g(x)_{\max}=g(2)=\mathrm{e}^{-2}$，故 $a\geq\mathrm{e}^{-2}$，

即实数 a 的取值范围为 $\left[\mathrm{e}^{-2},+\infty\right)$.

19. 如图，圆柱的轴截面 $ABCD$ 是边长为 6 的正方形，下底面圆的一条弦 EF 交 CD 于点 G，其中 $DG=2$，$DE=DF$.



（1）证明：平面 $AEF\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）判断母线 BC 上是否存在点 P，使得直线 PE 与平面 AEF 所成的角的正弦值为 $\dfrac{4}{5}$，若存在，求 CP 的长；若不存在，请说明理由.

（1）证明：由题意可知：在下底面圆中，CD 为直径.

因为 $DE=DF$，所以 G 为弦 EF 的中点，且 $EF\perp CD$.

因为 $EF\perp AD, AD\cap CD=D, AD$、$CD\subset$ 平面 $ABCD$.

所以 $EF\perp$ 平面 $ABCD$，因为 $EF\subset$ 平面 AEF .

所以平面 $AEF\perp$ 平面 $ABCD$.

（2）解：分别以下底面垂直于 DG 的直线、DG、DA 为 x、y、z 轴，

建立空间直角坐标系如图所示.

因为 $DG=2$，底面圆半径为 3，所以 $EG=FG=2\sqrt{2}$.

则 $A(0,0,6),E(2\sqrt{2},2,0),F(-2\sqrt{2},2,0)$，设 $P(0,6,m)(0<m\le 6)$.

所以 $\overrightarrow{AE}=(2\sqrt{2},2,-6),\overrightarrow{AF}=(-2\sqrt{2},2,-6),\overrightarrow{EP}=(-2\sqrt{2},4,m)$，

设平面 AEF 的一个法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$.

由 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AE}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AF}=0\end{cases}$ 得：$\begin{cases}2\sqrt{2}x+2y-6z=0\\ -2\sqrt{2}x+2y-6z=0\end{cases}$ 即：$\begin{cases}x=0\\ y=3z\end{cases}$

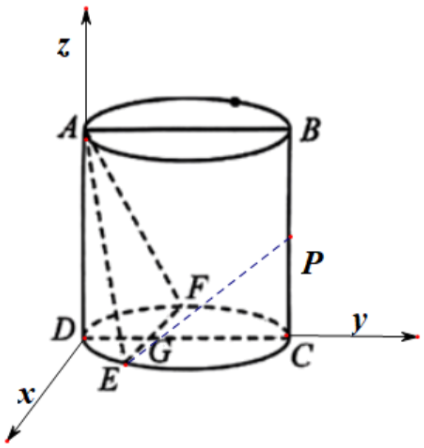
令 $z=1$ 则 $\vec{m}=(0,3,1)$.

设直线 PE 与平面 AEF 所成的角为 θ，

所以 $\sin\theta=|\cos<\vec{m},\overrightarrow{EP}>|=\dfrac{|\vec{m}\cdot\overrightarrow{EP}|}{|\vec{m}|\cdot|\overrightarrow{EP}|}=\dfrac{|m+12|}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{8+16+m^2}}=\dfrac{4}{5}$，

解得 $m=4$，

所以存在点 P，使得直线 PE 与平面 AEF 所成的角的正弦值为 $\dfrac{4}{5}$，CP 的长为 4.



20. 已知函数 $f\left(x\right)=2\sin^2x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1$.

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期；

（2）将函数 $f\left(x\right)$ 图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $g\left(x\right)$ 的图象，若 $g\left(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{12}\right)=-\dfrac{2}{7}$，

$\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，求 $\sin\theta$ 的值.

解：（1）因为 $f\left(x\right)=2\sin^2x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1$

$=1-\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x-1=2\left(-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

所以 $f\left(x\right)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

（2）将函数 $f\left(x\right)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到

$g\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=-2\cos 2x$，

则 $g\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=-2\cos 2\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{12}\right)=-2\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{2}{7}$，

所以 $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{7}$，

因为 $\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\theta+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$，所以 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，

所以 $\sin\theta=\sin\left[\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{6}-\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{11}{14}$.

21. 已知正项数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1,2S_n=a_n^2+a_n,n\in\mathbf{N}^*$.

（1）求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\frac{(n-1)2^n}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前 n 项和 T_n

解：（1）因为 $2S_n=a_n^2+a_n$，$a_n>0$，

当 $n=1$ 时，$a_1=1$，

当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{a_n^2+a_n}{2}-\frac{a_{n-1}^2+a_{n-1}}{2}$，

整理可得 $\left(a_n+a_{n-1}\right)\left(a_n-a_{n-1}-1\right)=0$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/806211134231010112