

江苏省泰州市姜堰区罗塘高级中学 2024 年高考考前提分数学仿真卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线为 l ，圆 $C: (x-c)^2 + y^2 = 4$ 与 l 相切于点 A ，若 $\triangle AF_1F_2$ 的

面积为 $2\sqrt{3}$ ，则双曲线 Γ 的离心率为 ()

- A. 2 B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{3}$

2. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ， O 为坐标原点， P 为双曲线在第一象限上的

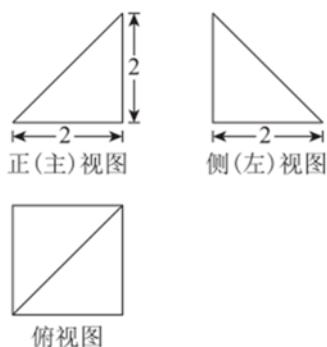
点，直线 PO ， PF_2 分别交双曲线 C 的左、右支于另一点 M, N ，若 $|PF_1| = 3|PF_2|$ ，且 $\angle MF_2N = 60^\circ$ ，则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

3. 复数 $z(1-i) = i$ (i 为虚数单位)，则 z 的共轭复数在复平面上对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

4. 某四棱锥的三视图如图所示，记 S 为此棱锥所有棱的长度的集合，则 ()



- A. $2\sqrt{2} \notin S$ ，且 $2\sqrt{3} \notin S$
B. $2\sqrt{2} \notin S$ ，且 $2\sqrt{3} \in S$
C. $2\sqrt{2} \in S$ ，且 $2\sqrt{3} \notin S$

D. $2\sqrt{2} \in S$, 且 $2\sqrt{3} \in S$

5. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , A, B 是抛物线上两个不同的点, 若 $|AF| + |BF| = 8$, 则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 ()

- A. 5 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

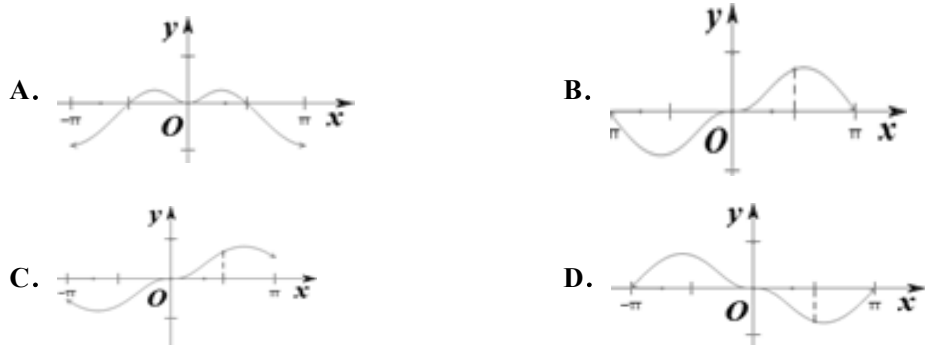
6. 复数 z 满足 $(1+i)z = |1-i|$, 则 $z =$ ()

- A. $1-i$ B. $1+i$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

7. 空间点到平面的距离定义如下: 过空间一点作平面的垂线, 这个点和垂足之间的距离叫做这个点到这个平面的距离. 已知平面 α, β, γ 两两互相垂直, 点 $A \in \alpha$, 点 A 到 β, γ 的距离都是 3, 点 P 是 α 上的动点, 满足 P 到 β 的距离与 P 到点 A 的距离相等, 则点 P 的轨迹上的点到 β 的距离的最小值是 ()

- A. $3 - \sqrt{3}$ B. 3 C. $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

8. 设函数 $f(x) = \frac{x^2 \sin x}{x^2 + 1}$, 则 $y = f(x)$, $x \in [-\pi, \pi]$ 的大致图象大致是 ()



9. 若直线 $y = kx + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交于 P, Q 两点, 且 $\angle POQ = 120^\circ$ (其中 O 为坐标原点), 则 k 的值为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$

10. 数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_3 = \frac{1}{5}, a_n - a_{n+1} = 2a_n a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n a_{n+1}\}$ 前 10 项的和为

- A. $\frac{10}{21}$ B. $\frac{20}{21}$ C. $\frac{9}{19}$ D. $\frac{18}{19}$

11. $\left| \frac{i^{2020}}{1-i} \right| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{4}$

12.

我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水.天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸.若盆中积水深九寸，则平地降雨量是（注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸；③台体的体积公式 $V = \frac{1}{3}(S_{\text{上}} + \sqrt{S_{\text{上}}S_{\text{下}}} + S_{\text{下}}) \cdot h$ ）.

- A. 2 寸 B. 3 寸 C. 4 寸 D. 5 寸

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上， $PA=PB=PC$ ， $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形， $PA \perp PC$ ，则球 O 的体积为_____.

14. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(x-2) & (x > 2) \\ f(x+4) & (x \leq 2) \end{cases}$ ，则 $f(-5) =$ _____； $f(f(-5)) =$ _____.

15. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x-2y+4 \geq 0, \\ x+4y+6 \geq 0, \\ x-2 \leq 0, \end{cases}$ ，则 $z = x^2 + y^2$ 的最大值为_____.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式为 $S_n = 2n^2 - n + 1$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某单位准备购买三台设备，型号分别为 A, B, C 已知这三台设备均使用同一种易耗品，提供设备的商家规定：可以在购买设备的同时购买该易耗品，每件易耗品的价格为 100 元，也可以在设备使用过程中，随时单独购买易耗品，每件易耗品的价格为 200 元.为了决策在购买设备时应购买的易耗品的件数.该单位调查了这三种型号的设备各 60 台，调查每台设备在一个月中使用的易耗品的件数，并得到统计表如下所示.

每台设备一个月中使用的易耗品的件数		6	7	8
频数	型号 A	30	30	0
	型号 B	20	30	10
	型号 C	0	45	15

将调查的每种型号的设备的频率视为概率，各台设备在易耗品的使用上相互独立.

- (1) 求该单位一个月中 A, B, C 三台设备使用的易耗品总数超过 21 件的概率；
- (2) 以该单位一个月购买易耗品所需总费用的期望值为决策依据，该单位在购买设备时应同时购买 20 件还是 21 件易耗品？

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |2x - a|$

- (1) 若 $a = 1$ ，不等式 $f(2x) - f(x+1) \geq 2$ 的解集；

(2) 若 $\forall x \in R, f(2x) - x \geq 2$, 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴且取相同

的单位长度建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求直线 l 的普通方程及曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设点 $P(-1, 2)$, 直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|AB| + |PA| \cdot |PB|$ 的值.

20. (12 分) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2b \cos B = a \cos C + c \cos A$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 求 $\frac{c}{a}$ 的取值范围.

21. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2 \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点 O 为极点,

x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 设点 $M(0, 1)$, 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $|MA| + |MB|$ 的值

22. (10 分) 诚信是立身之本, 道德之基, 我校学生会创设了“诚信水站”, 既便于学生用水, 又推进诚信教育, 并用“ $\frac{\text{周实际回收水费}}{\text{周投入成本}}$ ”表示每周“水站诚信度”, 为了便于数据分析, 以四周为一周期, 如表为该水站连续十二周 (共三个周期) 的诚信数据统计:

	第一周	第二周	第三周	第四周
第一周期	95%	98%	92%	88%
第二周期	94%	94%	83%	80%
第三周期	85%	92%	95%	96%

(I) 计算表中十二周“水站诚信度”的平均数 $\bar{x}$;

(II) 若定义水站诚信度高于 90% 的为“高诚信度”, 90% 以下为“一般诚信度”则从每个周期的前两周中随机抽取两周进行调研, 计算恰有两周是“高诚信度”的概率;

(III) 已知学生会分别在第一个周期的第四周末和第二个周期的第四周末各举行了一次“以诚信为本”的主题教育活动, 根据已有数据, 说明两次主题教育活动的宣传效果, 并根据已有数据陈述理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由圆 $C:(x-c)^2 + y^2 = 4$ 与 l 相切可知，圆心 $C(c,0)$ 到 l 的距离为 2，即 $b=2$ 。又 $S_{\triangle AF_1F_2} = 2S_{\triangle AOF_2} = ab = 2\sqrt{3}$ ，由此求出 a 的值，利用离心率公式，求出 e 。

【详解】

由题意得 $b=2$ ， $S_{\triangle AF_1F_2} = ab = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore a = \sqrt{3}, \therefore e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

故选：D.

【点睛】

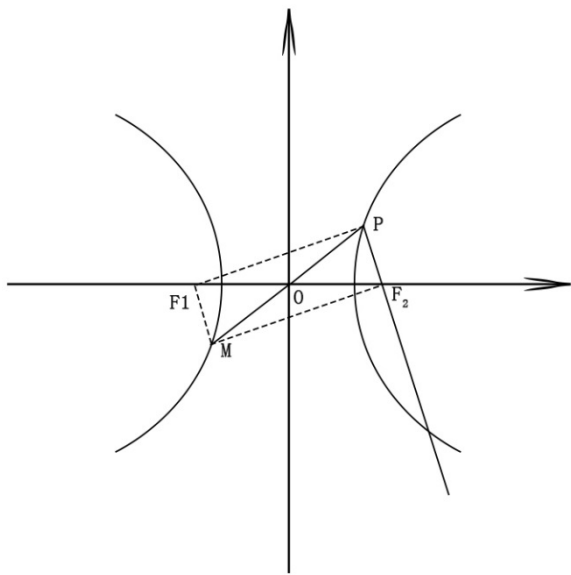
本题考查了双曲线的几何性质，直线与圆相切的性质，离心率的求法，属于中档题。

2、D

【解析】

本道题结合双曲线的性质以及余弦定理，建立关于 a 与 c 的等式，计算离心率，即可。

【详解】



结合题意，绘图，结合双曲线性质可以得到 $PO=MO$ ，而 $F_1O = F_2O$ ，结合四边形对角线平分，可得四边形 PF_1MF_2 为平行四边形，结合 $\angle MF_2N = 60^\circ$ ，故 $\angle F_1MF_2 = 60^\circ$

对三角形 F_1MF_2 运用余弦定理，得到， $F_1M^2 + F_2M^2 - F_1F_2^2 = 2 \cdot MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos \angle F_1MF_2$

而结合 $|PF_1| = 3|PF_2|$ ，可得 $|MF_1| = a, |MF_2| = 3a$ ， $F_1F_2 = 2c$ ，代入上式子中，得到

$$a^2 + 9a^2 - 4c^2 = 3a^2, \text{ 结合离心率满足 } e = \frac{c}{a}, \text{ 即可得出 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{2}, \text{ 故选 D.}$$

【点睛】

本道题考查了余弦定理以及双曲线的性质，难度偏难.

3、C

【解析】

由复数除法求出 z ，写出共轭复数，写出共轭复数对应点坐标即得

【详解】

$$\text{解析: } Q z = \frac{i}{1-i} = \frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, \therefore \bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i,$$

对应点为 $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ ，在第三象限.

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的除法运算，共轭复数的概念，复数的几何意义. 掌握复数除法法则是解题关键.

4、D

【解析】

如图所示：在边长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，四棱锥 C_1-ABCD 满足条件，故 $S = \{2, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{3}\}$ ，得到答案.

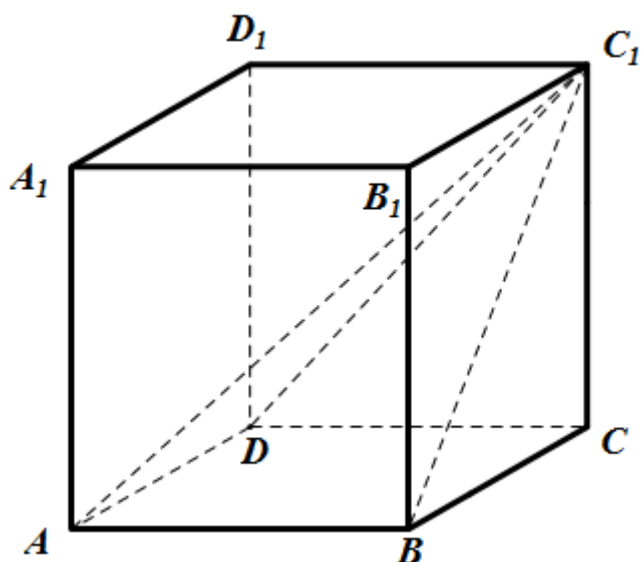
【详解】

如图所示：在边长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，四棱锥 C_1-ABCD 满足条件.

故 $AB=BC=CD=AD=CC_1=2$ ， $BC_1=DC_1=2\sqrt{2}$ ， $AC_1=2\sqrt{3}$.

故 $S = \{2, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{3}\}$ ，故 $2\sqrt{2} \in S$ ， $2\sqrt{3} \in S$.

故选：D.



【点睛】

本题考查了三视图，元素和集合的关系，意在考查学生的空间想象能力和计算能力.

5、D

【解析】

由抛物线方程可得焦点坐标及准线方程,由抛物线的定义可知 $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$,继而可求出

$x_1 + x_2 = 4$,从而可求出 AB 的中点的横坐标,即为中点到 y 轴的距离.

【详解】

解：由抛物线方程可知， $2p=8$ ，即 $p=4$ ， $\therefore F(2,0)$. 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

则 $|AF| = x_1 + 2, |BF| = x_2 + 2$ ，即 $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$ ，所以 $x_1 + x_2 = 4$.

所以线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 $\frac{x_1+x_2}{2}=2$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义,考查了抛物线的方程.本题的关键是由抛物线的定义求得 A, B 两点横坐标的和.

6、C

【解析】

利用复数模与除法运算即可得到结果.

【详解】

$$\text{解: } z = \frac{|1-i|}{1+i} = \frac{\sqrt{2}}{1+i} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i,$$

故选: C

【点睛】

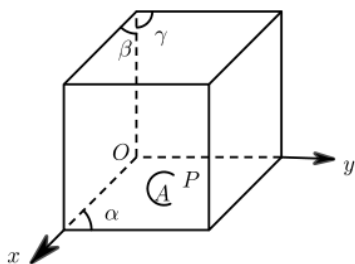
本题考查复数除法运算,考查复数的模,考查计算能力,属于基础题.

7、D

【解析】

建立平面直角坐标系,将问题转化为点 P 的轨迹上的点到 x 轴的距离的最小值,利用 P 到 x 轴的距离等于 P 到点 A 的距离得到 P 点轨迹方程,得到 $6y = (x-3)^2 + 9 \geq 9$, 进而得到所求最小值.

【详解】



如图,原题等价于在直角坐标系 xOy 中,点 $A(3,3)$, P 是第一象限内的动点,满足 P 到 x 轴的距离等于点 P 到点 A 的距离,求点 P 的轨迹上的点到 x 轴的距离的最小值.

设 $P(x, y)$, 则 $y = \sqrt{(x-3)^2 + (y-3)^2}$, 化简得: $(x-3)^2 - 6y + 9 = 0$,

则 $6y = (x-3)^2 + 9 \geq 9$, 解得: $y \geq \frac{3}{2}$,

即点 P 的轨迹上的点到 β 的距离的最小值是 $\frac{3}{2}$.

故选: D.

【点睛】

本题考查立体几何中点面距离最值的求解，关键是能够准确求得动点轨迹方程，进而根据轨迹方程构造不等关系求得最值.

8、B

【解析】

采用排除法：通过判断函数的奇偶性排除选项 A；通过判断特殊点 $f\left(\frac{\pi}{2}\right), f(\pi)$ 的函数值符号排除选项 D 和选项 C

即可求解.

【详解】

对于选项 A:由题意知,函数 $f(x)$ 的定义域为 R ，其关于原点对称，

$$\text{因为 } f(-x) = \frac{(-x)^2 \sin(-x)}{(-x)^2 + 1} = -\frac{x^2 \sin x}{x^2 + 1} = -f(x),$$

所以函数 $f(x)$ 为奇函数,其图象关于原点对称，故选 A 排除；

$$\text{对于选项 D:因为 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + 1} = \frac{\pi^2}{\pi^2 + 4} > 0, \text{故选项 D 排除;}$$

$$\text{对于选项 C:因为 } f(\pi) = \frac{\pi^2 \sin(\pi)}{\pi^2 + 1} = 0, \text{故选项 C 排除;}$$

故选:B

【点睛】

本题考查利用函数的奇偶性和特殊点函数值符号判断函数图象;考查运算求解能力和逻辑推理能力;选取合适的特殊点并判断其函数值符号是求解本题的关键;属于中档题、常考题型.

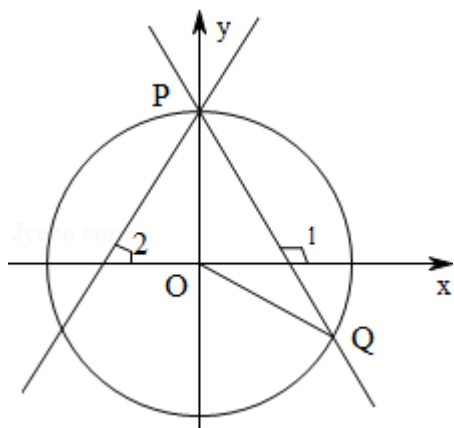
9、C

【解析】

直线过定点，直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P、Q 两点，且 $\angle POQ=120^\circ$ （其中 O 为原点），可以发现 $\angle QOx$ 的大小，求得结果.

【详解】

如图，直线过定点 $(0, 1)$ ，



$\because \angle POQ = 120^\circ \therefore \angle OPQ = 30^\circ, \Rightarrow \angle 1 = 120^\circ, \angle 2 = 60^\circ,$

$\therefore$ 由对称性可知 $k = \pm \sqrt{3}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查过定点的直线系问题，以及直线和圆的位置关系，是基础题.

10、A

【解析】

分析：通过对 $a_n - a_{n+1} = 2a_n a_{n+1}$ 变形可知 $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 2$ ，进而可知 $a_n = \frac{1}{2n-1}$ ，利用裂项相消法求和即可.

详解： $\because a_n - a_{n+1} = 2a_n a_{n+1}, \therefore \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 2,$

又 $\because \frac{1}{a_3} = 5,$

$\therefore \frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_3} + 2(n-3) = 2n-1$ ，即 $a_n = \frac{1}{2n-1}$ ，

$\therefore a_n a_{n+1} = \frac{1}{2} (a_n - a_{n+1}) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right),$

$\therefore$ 数列 $\{a_n a_{n+1}\}$ 前10项的和为 $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{21} \right) = \frac{10}{21},$

故选 A.

点睛：裂项相消法是最难把握的求和方法之一，其原因是有时很难找到裂项的方向，突破这一难点的方法是根据式子

的结构特点，常见的裂项技巧：(1) $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$ ；(2) $\frac{1}{\sqrt{n+k} + \sqrt{n}} = \frac{1}{k} (\sqrt{n+k} - \sqrt{n})$ ；(3)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/806224020010010123>