2023_2024学年北京市西城区高三上册9月开学考试数学模拟测试卷

第一部分（选择题　共40分）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．设全集$U=\{x\in R\mid x\geq 1\}$，集合$A=\left\{x\in R^{+}\mid x^{2}\geq 3\right\}$，则$\complement_U A=$（　）

A．$\left[1,\sqrt{3}\right)$　　B．$\left[1,\sqrt{3}\right]$

C．$\left(\sqrt{3},+\infty\right)$　　D．$\left[\sqrt{3},+\infty\right)$

2．在复平面内，复数$z=\dfrac{1+2i}{i}$对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知向量$\vec{a}=(2,3),\vec{b}=(3\ 2)$，则$|\vec{a}-\vec{b}|=$

A．$\sqrt{2}$　　B．2

C．$5\sqrt{2}$　　D．50

4．已知$f(x)=x-\sin x$，命题p：$\exists x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$f(x)<0$，则（　）

A．p是假命题，$\neg p$：$\forall x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$f(x)\geq 0$

B．p是假命题，$\neg p$：$\exists x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$f(x)\geq 0$

C．p是真命题，$\neg p$：$\forall x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$f(x)\geq 0$

D．p是真命题，$\neg p$：$\exists x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$f(x)\geq 0$

5．若抛物线$y^{2}=2px$的焦点与双曲线$\dfrac{x^{2}}{3}-y^{2}=1$的右焦点重合，则p的值为（　）

A．4　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

6．已知函数$f(x)=x+\dfrac{a}{x}+2$的值域为$(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$，则$a$的值是

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．1　　D．2

7．在$\triangle ABC$中，a，b，c分别为内角A，B，C所对的边，若$c^2=(a-b)^2+6$，$C=\frac{\pi}{3}$，则$\triangle ABC$的面积是（　）

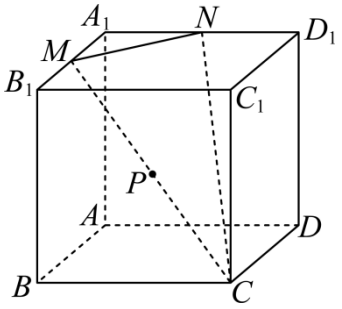
A．3　　B．$\frac{9\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D．$3\sqrt{3}$

8．已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，且当$x>0$时，$f(x)=-x^2+2x+1$．若关于x的方程，$f(x)-k=0$有三个不同的实数解，则实数k的取值范围是（　）

A．$[-2,-1]\cup[1,2]$　　B．$(-2,-1)\cup(1,2)$

C．$(-2,-1]\cup\{0\}\cup[1,2)$　　D．$(-2,-1)\cup\{0\}\cup(1,2)$．

9．如图，在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M，N分别是棱A_1B_1，A_1D_1的中点，点E在BD上，点F在B_1C上，且$BE=CF$，点P在线段CM上运动，给出下列四个结论：



①当点E是BD中点时，直线EF∥平面DCC_1D_1；

②直线B_1D_1到平面CMN的距离是$\frac{\sqrt{2}}{2}$；

③存在点P，使得$\angle B_1PD_1=90°$；

④$\triangle PDD_1$面积的最小值是$\frac{5\sqrt{5}}{6}$．

其中所有正确结论的个数是（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

10．若函数$f(x)=x-\frac{1}{3}\sin 2x+a\sin x$在$R$上单调递增，则$a$的取值范围是

A．$[-1,1]$　　B．$\left[-1,\frac{1}{3}\right]$　　C．$\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$　　D．$\left[-1,-\frac{1}{3}\right]$

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11．二项式$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式中的常数项是_____；二项式系数和是_____．

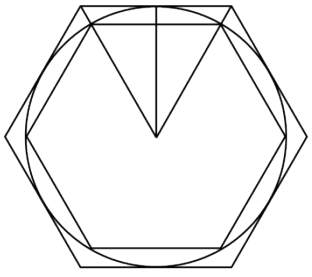
12．在平面直角坐标系xOy中，角α与角β均以Ox为始边，它们的终边关于原点对称，点$M(x,-1)$在角β的终边上．若$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则$\sin\beta=$_____．

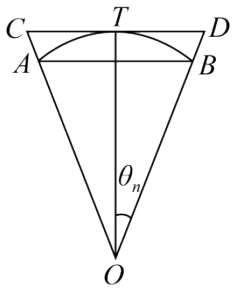
13．设$\{a_n\}$是等差数列，且公差不为零，其前n项和为S_n，则“$\forall n\in\mathrm{N}^*$，$S_{n+1}>S_n$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的_____条件（填“充分不必要”，“必要而不充分”，“充要”或“既不充分也不必要”）

14．设函数$f(x)$的定义域为R，满足$f(x+1)=2f(x)$，且当$x\in(0,1]$时，$f(x)=x(x-1)$．$f\left(\frac{3}{2}\right)=$_____；若对任意$x\in(-\infty,m]$，都有$f(x)\geq-\frac{8}{9}$，则$m$的取值范围是_____．

15．作单位圆的外切和内接正3×2^n边形$(n=1,2,\cdots)$，记外切正3×2^n边形周长的一半为a_n，内接正3×2^n边形周长的一半为b_n.计算可得$a_n=3\times2^n\tan\theta_n$，其中$\theta_n$是正$3\times2^n$边形的一条边所对圆心角的一半.

给出下列四个结论：





①$b_n=3\times2^n\sin\theta_n$；②$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{b_n}$；

③$b_{n+1}^2=a_{n+1}b_n$；④记$c_n=a_n-b_n$，则$\forall n\in\mathbf{N}_+$，$\frac{c_{n+1}}{c_n}<\frac{1}{4}$.

其中正确结论的序号是_____．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分．

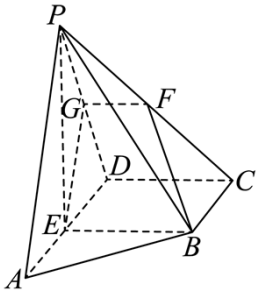
16．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x+\cos^2\omega x-\frac{1}{2}$，其中$0<\omega<2$，有如下三个条件：条件①$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$；条件②$f(x+\pi)=f(x)$；条件③$f\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{6}+x\right)$．从以上三个条件中选择一个作为已知，求解下列问题．

(1)求$f(x)$的单调递增区间；

(2)若$f(x)$在区间$[0,m]$上的最大值为1，求实数m的取值范围．

注：如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

17．在四棱锥*P-ABCD*中，底面*ABCD*为直角梯形，$BC\parallel AD$，$\angle ADC=90°$，$BC=CD=\frac{1}{2}AD=1$，*E*为线段*AD*的中点.*PE*⊥底面*ABCD*，点*F*是棱*PC*的中点，平面*BEF*与棱*PD*相交于点*G*.



(1)求证：$BE\parallel FG$；

(2)若*PC*与*AB*所成的角为$\frac{\pi}{4}$，求直线*PB*与平面*BEF*所成角的正弦值.

18．我国脱贫攻坚战取得全面胜利，现行标准下农村贫困人口全部脱贫，消除了绝对贫困．为了解脱贫家庭人均年纯收入情况，某扶贫工作组对*A*，*B*两个地区2019年脱贫家庭进行简单随机抽样，共抽取500户家庭作为样本，获得数据如下表：

	*A*地区	*B*地区
2019年人均年纯收入超过10000元	100户	150户
2019年人均年纯收入未超过10000元	200户	50户

假设所有脱贫家庭的人均年纯收入是否超过10000元相互独立．

（1）从*A*地区2019年脱贫家庭中随机抽取1户，估计该家庭2019年人均年纯收入超适10000元的概率；

（2）在样本中，分别从*A*地区和*B*地区2019年脱贫家庭中各随机抽取1户，记*X*为这2户

家庭中2019年人均年纯收入超过10000元的户数，求X的分布列和数册望；

（3）从样本中A地区的300户脱贫家庭中随机抽取4户，发现这4户家庭2020年人均年纯收入都超过10000元．根据这个结果，能否认为样本中A地区2020年人均年纯收入超过10000元的户数相比2019年有变化？请说明理由．

19．已知函数$f(x)=x\ln x+\frac{1}{2}ax^3-ax^2(a\in R)$．

（1）当$a=0$时，求$f(x)$的最值；

（2）若$f(x)\le\frac{1}{2}ax^3-x$恒成立，求实数a的取值范围；

（3）若函数$g(x)=\frac{f(x)}{x}$存在两个极值点$x_1,x_2(x_1\neq x_2)$，求$g(x_1)+g(x_2)$的取值范围．

20．已知椭圆M：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）过$A$（−2，0），$B$（0，1）两点．

（1）求椭圆M的离心率；

（2）设椭圆M的右顶点为C，点P在椭圆M上（P不与椭圆M的顶点重合），直线AB与直线CP交于点Q，直线BP交x轴于点S，求证：直线SQ过定点．

21．已知有限数列$\{a_n\}$，从数列$\{a_n\}$中选取第i_1项、第i_2项、ㄴ、第i_m项（$i_1<i_2<\cdots<i_m$），顺次排列构成数列$\{b_k\}$，其中$b_k=a_{i_k}$，$1\le k\le m$，则称新数列$\{b_k\}$为$\{a_n\}$的长度为m的子列．规定：数列$\{a_n\}$的任意一项都是$\{a_n\}$的长度为1的子列，若数列$\{a_n\}$的每一子列的所有项的和都不相同，则称数列$\{a_n\}$为完全数列．设数列$\{a_n\}$满足$a_n=n$，$1\le n\le 25,n\in\mathbf{N}^*$．

(1)判断下面数列$\{a_n\}$的两个子列是否为完全数列，并说明由；

数列①：3，5，7，9，11；数列②：2，4，8，16．

(2)数列$\{a_n\}$的子列$\{b_k\}$长度为m，且$\{b_k\}$为完全数列，证明：m的最大值为6；

(3)数列$\{a_n\}$的子列$\{b_k\}$长度$m=5$，且$\{b_k\}$为完全数列，求$\frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\frac{1}{b_3}+\frac{1}{b_4}+\frac{1}{b_5}$的最大值．

1．A

【分析】求得集合$A=\{x\,|\,x\geq\sqrt{3}\}$，结合集合补集的概念及运算，即可求解.

【详解】由题意，集合$A=\{x\,|\,x\geq\sqrt{3}\}$

又由$U=\{x\in R\,|\,x\geq 1\}$，所以$\complement_U A=\{x\,|\,1\leq x<\sqrt{3}\}=[1,\sqrt{3})$.

故选：A.

2．D

【分析】由题意可得：$z=2-i$，据此确定复数所在的象限即可.

【详解】由题意可得：$z=\dfrac{1+2i}{i}=\dfrac{i+2i^2}{i^2}=\dfrac{i-2}{-1}=2-i$，

则复数 z 对应的点为$(2,-1)$，位于第四象限.

本题选择 D 选项.

本题主要考查复数的运算法则，各个象限内复数的特征等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

3．A

【分析】本题先计算$\vec{a}-\vec{b}$，再根据模的概念求出$|\vec{a}-\vec{b}|$.

【详解】由已知，$\vec{a}-\vec{b}=(2,3)-(3,2)=(-1,1)$，

所以$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{2}$，

故选 A

本题主要考查平面向量模长的计算，容易题，注重了基础知识、基本计算能力的考查．由于对平面向量的坐标运算存在理解错误，从而导致计算有误；也有可能在计算模的过程中出错.

4．A

【分析】利用导数判断函数单调性，可判断命题 p 的真假，根据含有一个量词的命题的否定可得$\neg p$，即得答案.

【详解】因为$f(x)=x-\sin x$，故$x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$时，$f'(x)=1-\cos x>0$，

即$f(x)=x-\sin x$在$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上单调递增，而$f(0)=0$，

故$f\left(x\right)>f(0)=0$，即命题p：$\exists x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$f\left(x\right)<0$为假命题；

又命题p：$\exists x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$f\left(x\right)<0$为特称命题，

其否定为$\neg p$：$\forall x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$f\left(x\right)\geq 0$，

故选：A

5．A

【分析】求出双曲线的右焦点坐标，根据抛物线$y^2=2px$的焦点$(\frac{p}{2},0)$与双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的右焦点重合可得$p=4$.

【详解】由双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$得$a^2=3,b^2=1$，所以$c^2=a^2+b^2=3+1=4$，$c=2$，
所以双曲线的右焦点为$(2,0)$，

因为抛物线$y^2=2px$的焦点$(\frac{p}{2},0)$与双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的右焦点重合，
所以$\frac{p}{2}=2$，所以$p=4$.

故选：A

6．C

【分析】利用基本不等式求得当$x>0$和$x<0$时函数值的取值范围，以及题目所给值域列出方程组，解方程组求得a的值.

【详解】由题意可得 a>0，①当 x>0 时，$f(x)=x+\frac{a}{x}+2\geq 2\sqrt{a}+2$，当且仅当 $x=\sqrt{a}$ 时取等号；②当 x<0 时，$f(x)=x+\frac{a}{x}+2\leq -2\sqrt{a}+2$，当且仅当 $x=-\sqrt{a}$ 时取等号．所以 $\begin{cases}2-2\sqrt{a}=0\\2\sqrt{a}+2=4\end{cases}$ 解得 $a=1$，故选 C.

本小题主要考查利用基本不等式求和式的最值，应用过程中要注意“一正二定三相等”这个基本不等式应用的要点.一正的意思是利用基本不等式的两个数要确保是正数，如本题中当$x<0$时，函数要转化为$f\left(x\right)=-\left[\left(-x\right)+\frac{a}{-x}\right]+2$，才能运用基本不等式求最值.二定的意思是最后的最值是一个常数，三相等的意思是等号成立的条件.

7．C

【分析】由已知结合余弦定理得出ab的值，即可根据面积公式得出答案.

【详解】$\because c^2=(a-b)^2+6=a^2-2ab+b^2+6$，

即$a^2+b^2-c^2=2ab-6$，

由余弦定理得$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{2ab-6}{2ab}=\dfrac{1}{2}$，

解得：$ab=6$，

则$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，

故选：C.

8．D

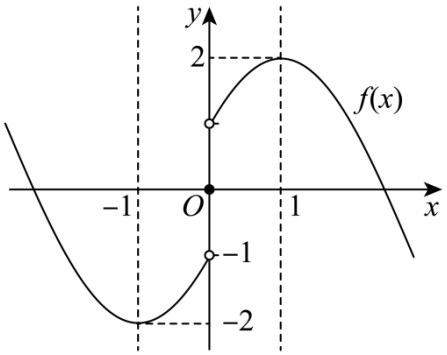
【分析】根据函数的奇偶性作出函数图象，将$f(x)-k=0$有三个不同的实数解转化为函数$f(x)$的图像与直线$y=k$有三个不同交点问题，数形结合，即可求得答案.

【详解】由题意函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，知$f(0)=0$，

当$x>0$时，$f(x)=-x^2+2x+1$，

则当$x<0$时，$-x>0$，则$f(x)=-f(-x)=x^2+2x-1$；

作出函数$f(x)$的图象如图：



因为关于x的方程，$f(x)-k=0$有三个不同的实数解，

即函数$f(x)$的图像与直线$y=k$有三个不同交点，

结合图象可知$k\in(-2,-1)\cup\{0\}\cup(1,2)$，

故选：D

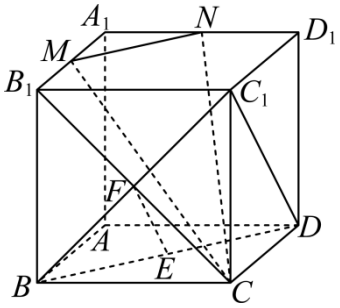
9．C

【分析】根据线面平行的判定判断①；根据等体积法求得点D_1到平面CMN的距离即直线B_1D_1到平面CMN的距离，判断②；建立空间直角坐标系，利用空间向量的数量积运算解决垂直问题，判断③；求出$\triangle PDD_1$面积的表达式，结合二次函数知识求得面积的最小值，判断④，即得答案.

【详解】对于①，点E是BD中点，$BD=B_1C=2\sqrt{2}$，

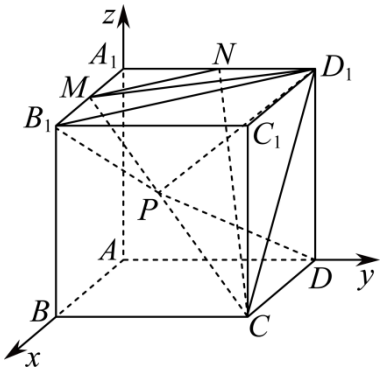
而$BE=CF$，故$CF=BE=\sqrt{2}$，即F为B_1C的中点，

连接DC_1，则$EF\parallel DC_1$，因为$EF\not\subset$平面DCC_1D_1，$DC_1\subset$平面DCC_1D_1，



故直线$EF\parallel$平面DCC_1D_1，①正确；

对于②，连接B_1D_1,M,N分别是棱A_1B_1，A_1D_1的中点，



故$B_1D_1\parallel MN$，$B_1D_1\not\subset$平面CMN,$MN\subset$平面CMN,

故$B_1D_1\parallel$平面CMN,

故直线B_1D_1到平面CMN的距离等于点D_1到平面CMN的距离，设为h；

$MN=\frac{1}{2}B_1D_1=\sqrt{2},CN=CM=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=3,V_{C-MND_1}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)\times2=\frac{1}{3}$,

$S_{\triangle CMN}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{17}}{2}$，故$V_{D_1-CMN}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{17}}{2}\times h$，

由于$V_{C-MND_1}=V_{D_1-CMN}$，故$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{17}}{2}\times h,\therefore h=\frac{2\sqrt{17}}{17}$，②错误；

对于③，以点A为坐标原点，AB,AD,AA_1为x,y,z轴建立空间直角坐标系，

则$M(1,0,2),C(2,2,0),B_1(2,0,2),D_1(0,2,2)$，

$\overrightarrow{MC}=(1,2,-2)$，设$\overrightarrow{MP}=t\cdot\overrightarrow{MC}=(t,2t,-2t),t\in[0,1]$，

故$P(t+1,2t,-2t+2)$，则$\overrightarrow{PB_1}=(1-t,-2t,2t),\overrightarrow{PD_1}=(-t-1,2-2t,2t)$，

由$\angle B_1PD_1=90^\circ$，得$\overrightarrow{PB_1}\cdot\overrightarrow{PD_1}=(1-t)(-t-1)+(-2t)(2-2t)+2t\cdot 2t=9t^2-4t-1=0$，

解得$t=\frac{2\pm\sqrt{13}}{9}\in[0,1]$，故存在点$P$，使得$\angle B_1PD_1=90^\circ$，③正确；

对于④，由③知$P(t+1,2t,-2t+2)$在DD_1上的投影为$(0,2,-2t+2)$，

故$P(t+1,2t,-2t+2)$到DD_1的距离为$d=\sqrt{(t+1)^2+(2-2t)^2}=\sqrt{5\left(t-\frac{3}{5}\right)^2+\frac{16}{5}}$，

则$\triangle PDD_1$的面积为$S=\frac{1}{2}\times 2\times d=\sqrt{5\left(t-\frac{3}{5}\right)^2+\frac{16}{5}},t\in[0,1]$，

当$t=\frac{3}{5}\in[0,1]$时，$5\left(t-\frac{3}{5}\right)^2+\frac{16}{5}$取得最小值$\frac{16}{5}$，

故$\triangle PDD_1$的面积S取到最小值$\frac{4\sqrt{5}}{5}$，④错误，

故所有正确结论的个数是2，

故选：C

10．C

【详解】试题分析：$f'(x)=1-\frac{2}{3}\cos 2x+a\cos x...0$对$x\in\mathbf{R}$恒成立，

故$1-\frac{2}{3}(2\cos^2 x-1)+a\cos x...0$，即$a\cos x-\frac{4}{3}\cos^2 x+\frac{5}{3}...0$恒成立，

即$-\frac{4}{3}t^2+at+\frac{5}{3}...0$对$t\in[-1,1]$恒成立，构造$f(t)=-\frac{4}{3}t^2+at+\frac{5}{3}$，开口向下的二次函数

$f(t)$的最小值的可能值为端点值，故只需保证$\begin{cases} f(-1)=\frac{1}{3}-a\geq 0 \\ f(1)=\frac{1}{3}+a\geq 0 \end{cases}$，解得$-\frac{1}{3}\leq a\leq \frac{1}{3}$．故选C．

【考点】三角变换及导数的应用

【名师点睛】本题把导数与三角函数结合在一起进行考查,有所创新,求解的关键是把函数单调性转化为不等式恒成立,再进一步转化为二次函数在闭区间上的最值问题,注意与三角函数值域或最值有关的问题,即注意正、余弦函数的有界性.

11．-160　　64

【分析】根据二项式展开式的通项公式可求得常数项；根据二项式系数和性质可求得二项式系数和.

【详解】由题意得二项式$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式的通项公式为

$T_{r+1}=C_6^r(2x)^{6-r}(-\frac{1}{x})^r=(-1)^r\cdot 2^{6-r}C_6^r x^{6-2r},(r=0,1,\cdots,6)$，

令$6-2r=0,\therefore r=3$，

则二项式$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^6$的展开式中的常数项是$(-1)^3\cdot 2^{6-3}C_6^3=-160$；

二项式系数和是$2^6=64$，

故-160；64.

12．$-\frac{1}{3}$

【分析】由题意知角α与角β的终边关于原点对称，确定点$N(-x,1)$在角α的终边上，根据角的终边上一点的坐标求解三角函数值，即可得答案.

【详解】由题意知角α与角β的终边关于原点对称，点$M(x,-1)$在角β的终边上，

则点$N(-x,1)$在角α的终边上，

由$\sin\alpha=\frac{1}{3}$以及$|ON|=\sqrt{x^2+1}$，可得$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{1}{3}$；

由点$M(x,-1)$在角β的终边上且$|OM|=\sqrt{x^2+1}$，

可知$\sin\beta=\frac{-1}{\sqrt{x^2+1}}=-\frac{1}{3}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/806225004041010031