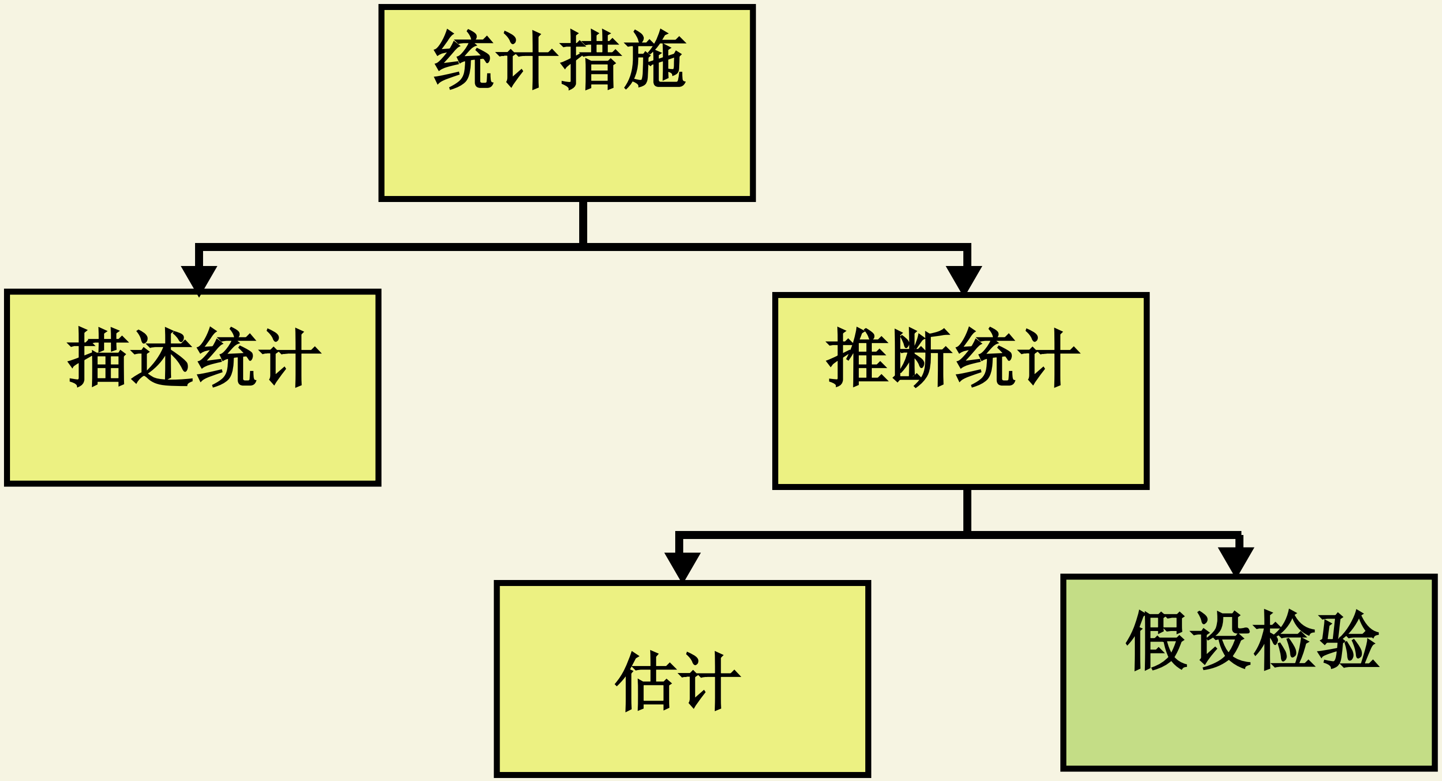
# 第六章 基于单一样本的推断：假设检验

# 学习目的

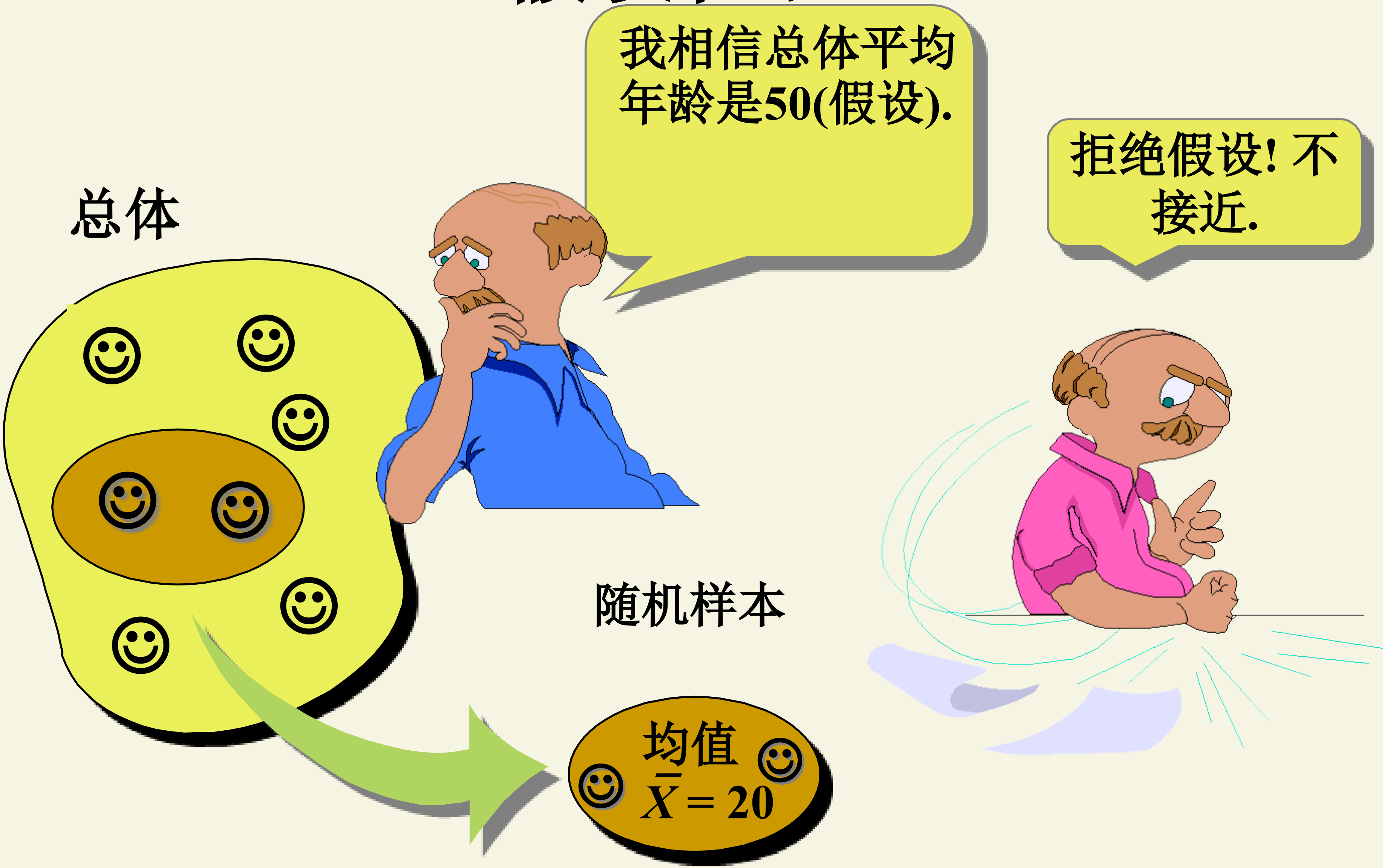
1. 区别假设检验类型
2. 描述假设检验的过程
3. 解释p-值概念
4. 处理基于一种样本的假设检验问题
5. 解释一种检验势

# 统计措施



# 假设检验的概念

# 假设检验



# 什么是假设?

一种对总体参数的信念

- 参数能够是**总体**均值、百分比和方差
- 信念是分析**前**被陈说

# 原假设

1. 什么是检验
2. 假如做了不正确的判断，有严重的后果
3. 总是有等号: =, ≤, or ≥
4. 被指定为 $H_0$ (pronounced H-oh)
5. 设定 $H_0$: $\mu$ = 某一数字值
   - 用 "="也能够是≤ 或 ≥**设定**
   - 例如, $H_0$: $\mu = 3$

# 备择假设Alternative Hypothesis

1. 原假设的对立
2. 经常使用不等号: ≠, <, or >
3. 用符号体现 $H_1$
4. 设定为 $H_1$: $\mu \neq, <,$ or $>$ 某值
   - 例如, $H_1$: $\mu < 3$

# 确认假设检验的环节

例如 问题: 检验总体均值不是3

环节:

- 以统计的方式陈说问题 ($\mu \neq 3$)
- 以统计的方式陈说问题背面 ($\mu = 3$)
  — 必须是互斥的且无漏掉的
- 选择备择假设 ($\mu \neq 3$)
  — 用 $\neq$, $<$, or $>$ 符合
- 陈说原假设 ($\mu = 3$)

# 什么是假设?

**看电视的总体平均数是12个小时吗?**

- 用统计方式陈说问题: $\mu = 12$
- 用统计方式陈说问题对立: $\mu \neq 12$
- 选择备择假设: $H_1: \mu \neq 12$
- 陈说原假设: $H_0: \mu = 12$

# 什么是假设?

**每顶帽子的平均成本少于或等于20元吗?**

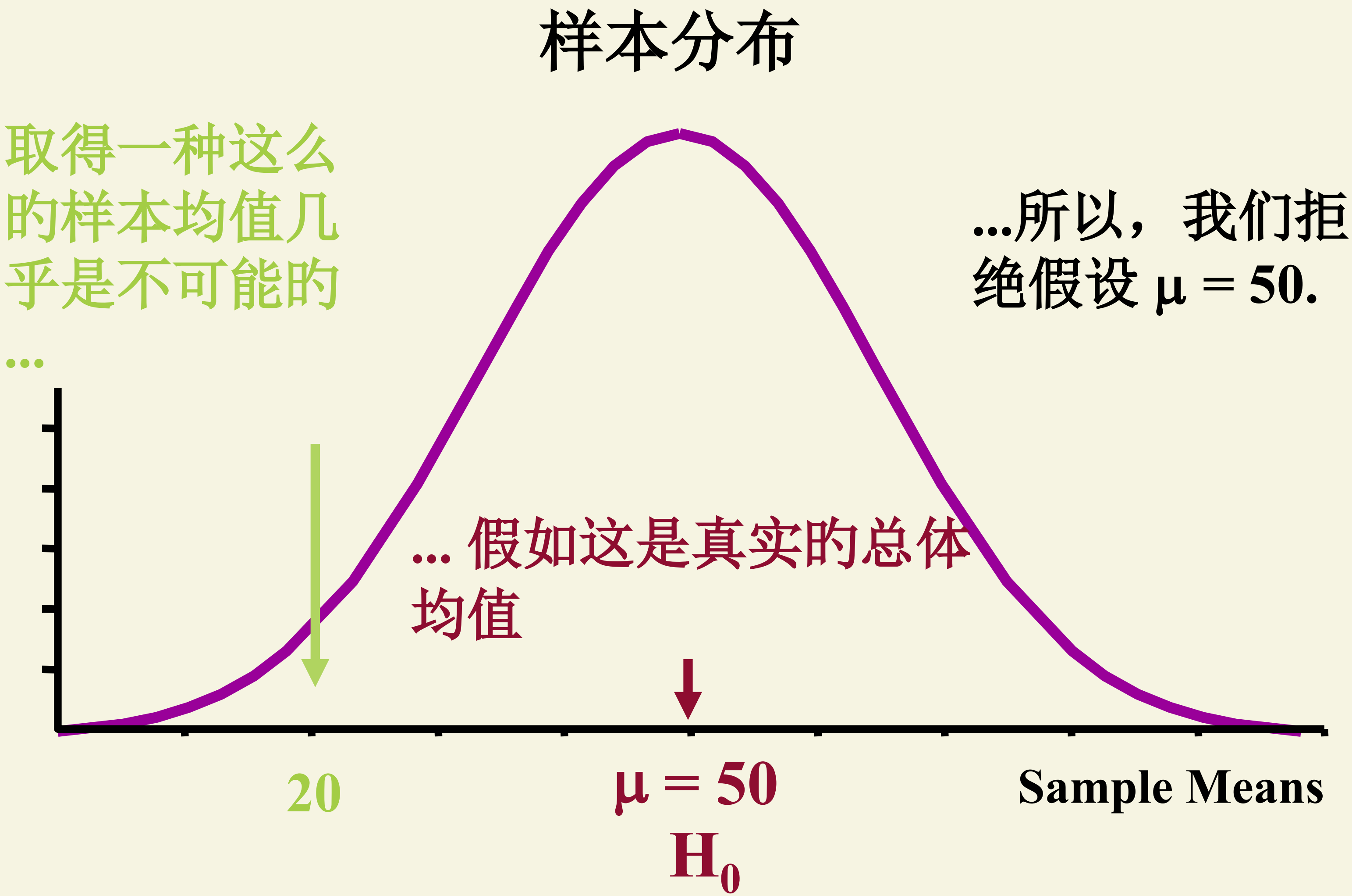
- 用统计方式陈说问题: $\mu \le 20$
- 用统计方式陈说问题对立: $\mu > 20$
- 选择备择假设: $H_a: \mu > 20$
- 陈说原假设: $H_0: \mu = 20$

# 什么是假设?

**在书店的平均花费是否不不大于25元?**

- 用统计方式陈说问题: $\mu > 25$
- 用统计方式陈说问题对立: $\mu \le 25$
- 选择备择假设: $H_a$: $\mu > 25$
- 陈说原假设: $H_0$: $\mu = 25$

# 基本思想

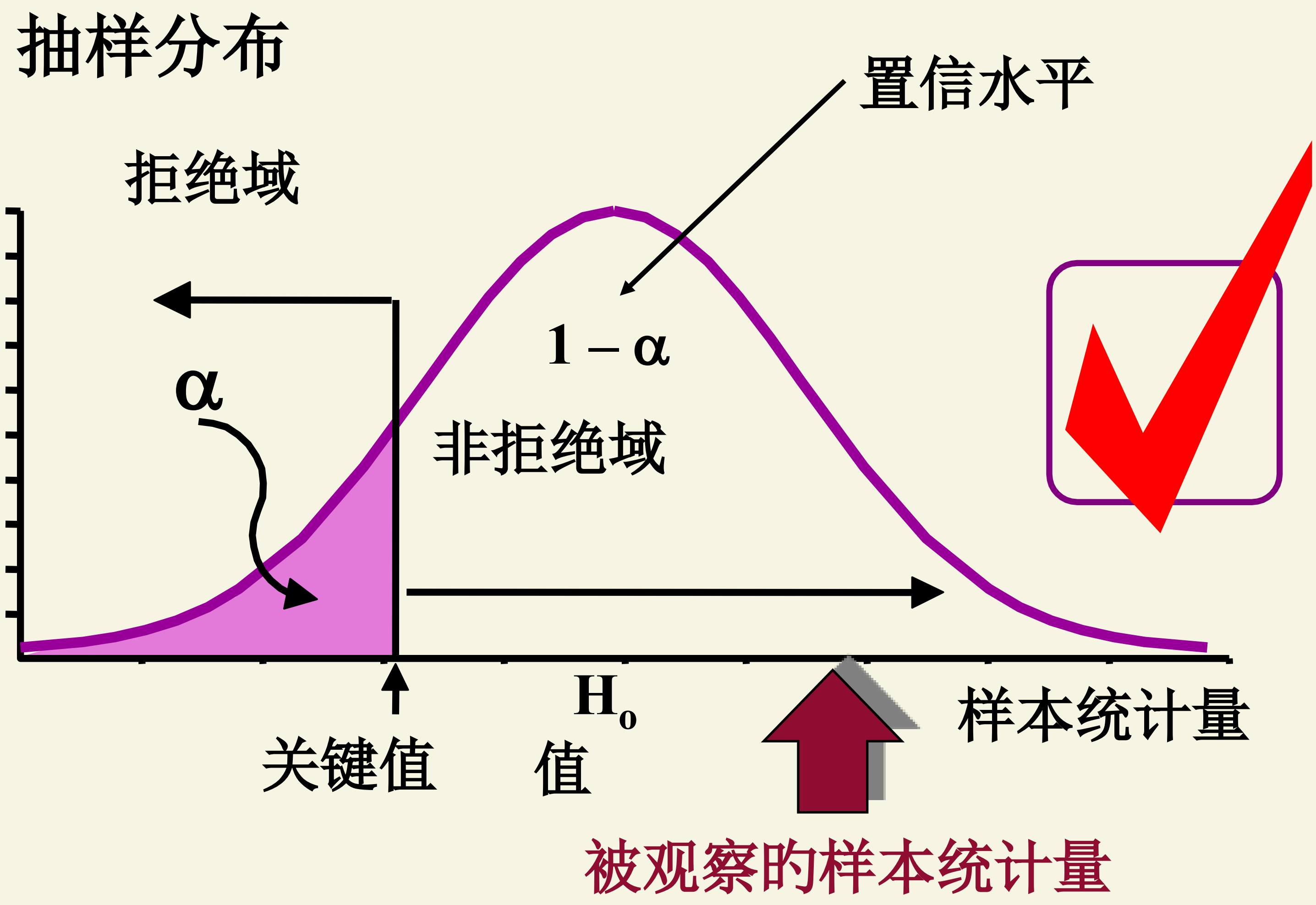


样本分布
取得一种这么的样本均值几乎是不可能的...
...所以，我们拒绝假设 μ = 50.
... 假如这是真实的总体均值
20
μ = 50
H0
Sample Means

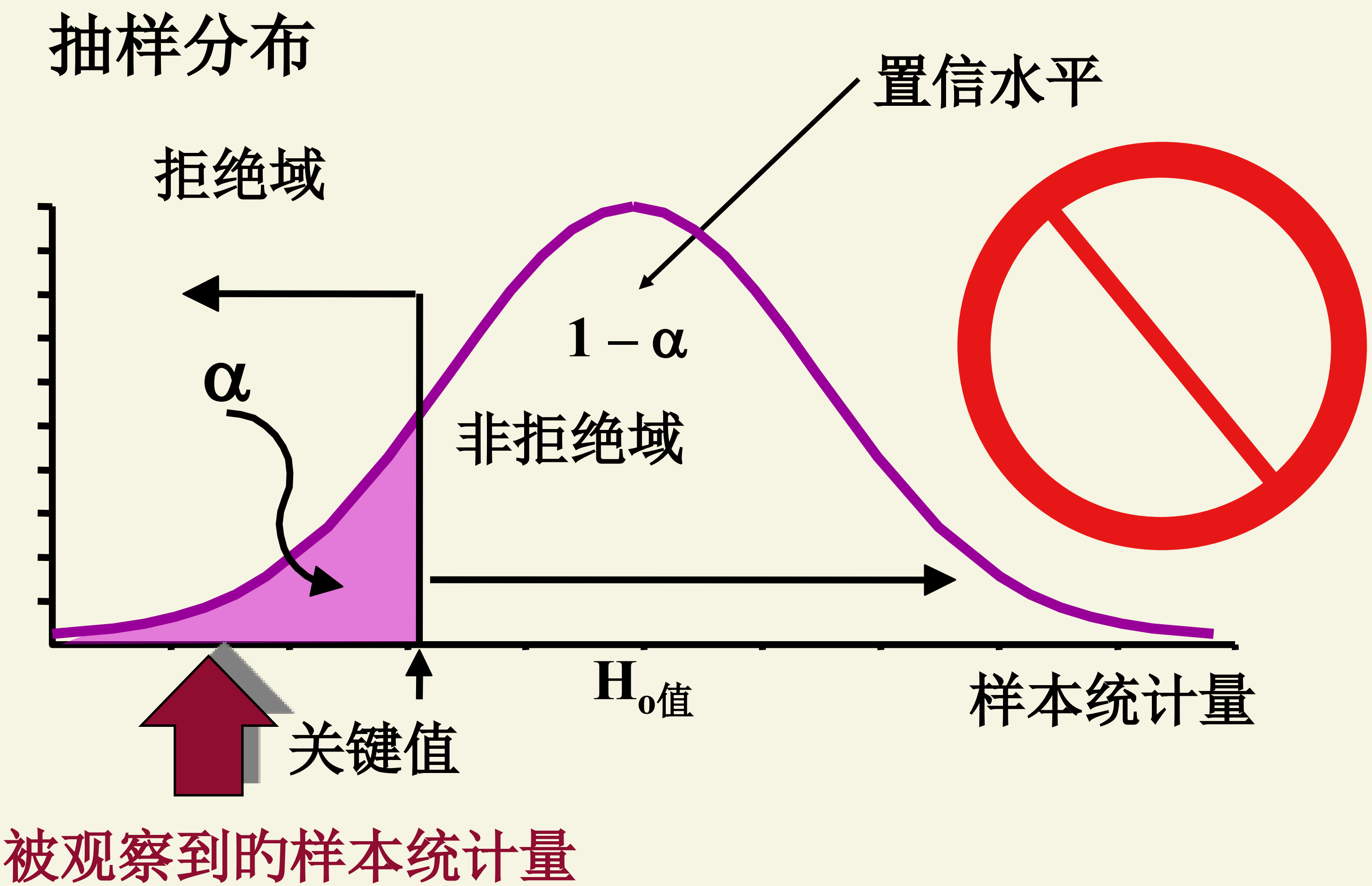
# 明显水平

1. 概率
2. 假如原假设为真，定义了样本统计量不可能值
    - 被叫做样本分布的**拒绝域**
3. 指定 α (alpha)
    - 经典值为 .01, .05, .10
4. 一开始就被调查人员拟定的

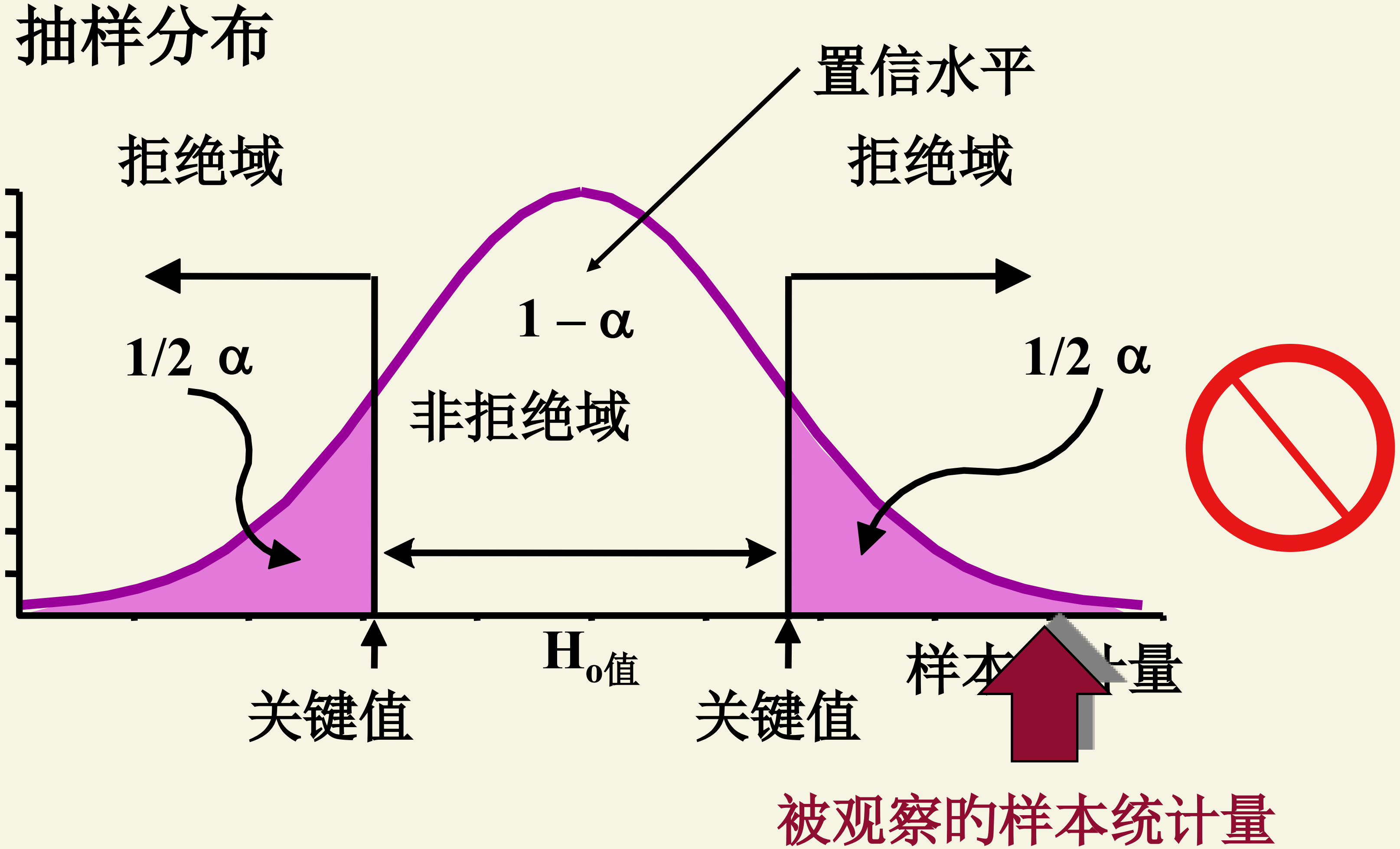
# 拒绝域
# (单尾检测)



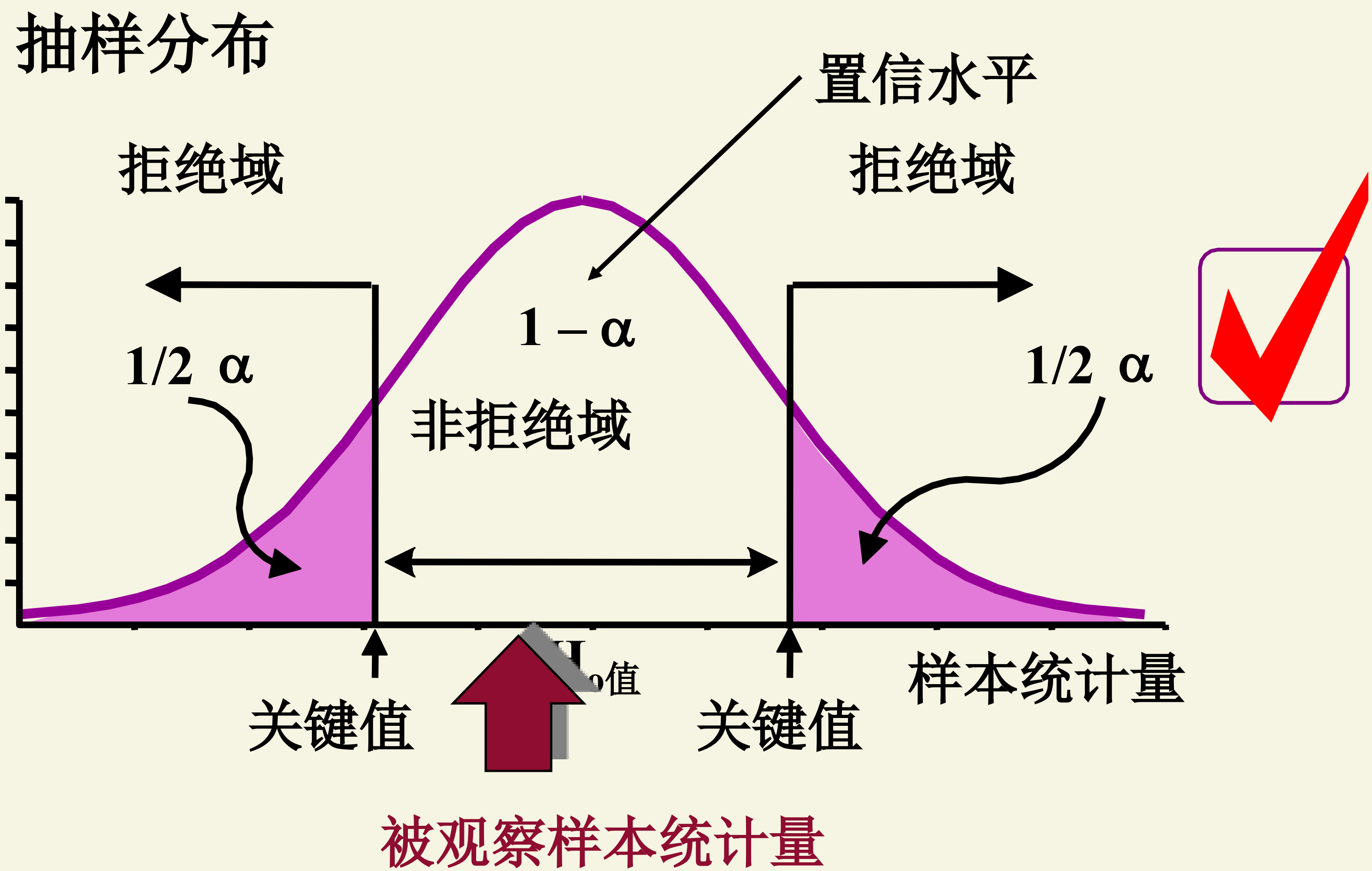
# 拒绝域
# (单尾检测)



# 拒绝域
# (双尾检验)



# 拒绝域
# (双尾检验)



# 鉴定风险

# 鉴定错误

1. I 类错误
   - 拒绝真的原假设
   - 有严重成果Has serious consequences
   - I 类错误的概率是α (alpha)

   — 叫做**明显性水平**

2. II 类错误
   - 未拒绝错误的原假设
   - II 类错误的概率是β (beta)

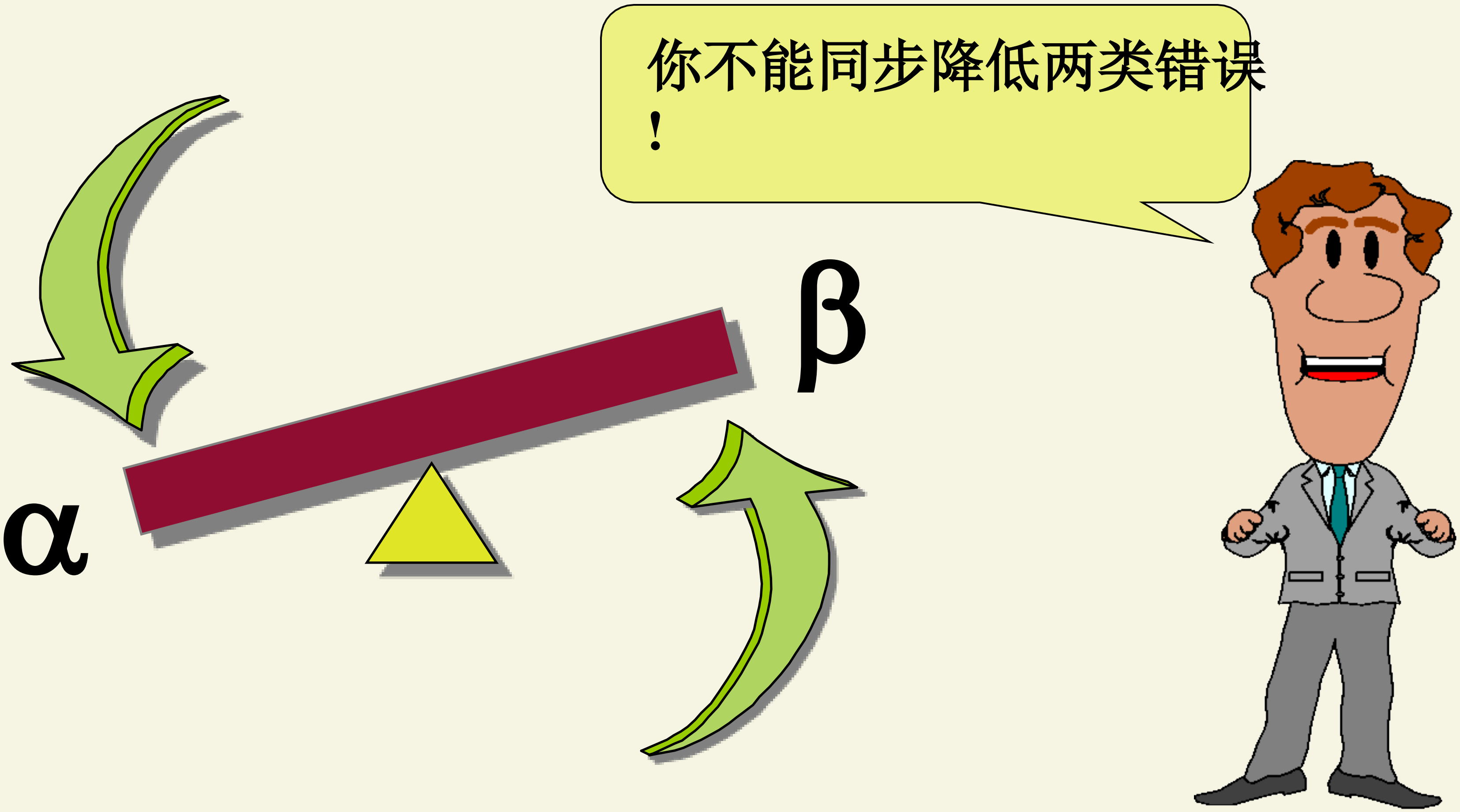
# 判断成果

$H_0$: 清白的

| 陪审团判断 | | |
|---|---|---|
| 罪犯 | 实际情况 | |
| | 清白 | 有罪 |
| 清白 | 正确 | 错误 |
| 有罪 | 错误 | 正确 |

| $H_0$ Test | | |
|---|---|---|
| 判断 | 实际情况 | |
| | $H_0$ 真 | $H_0$ 假 |
| 接受 $H_0$ | $1 - \alpha$ | 放II错误 $(\beta)$ |
| 拒绝 $H_0$ | 放 I错误 $(\alpha)$ | 势 $(1 - \beta)$ |

# α & β 有相反的关系



# 影响 β的原因

1. 总体参数的真实值
   - 伴随与被假设参数的差别降低，β增长Increases when difference with hypothesized parameter decreases
2. 明显性水平, α
   - 当α降低， β增长
3. 总体原则差, σ
   - σ增长，β增长
4. 样本量, *n*
   - *n* 降低， β增长

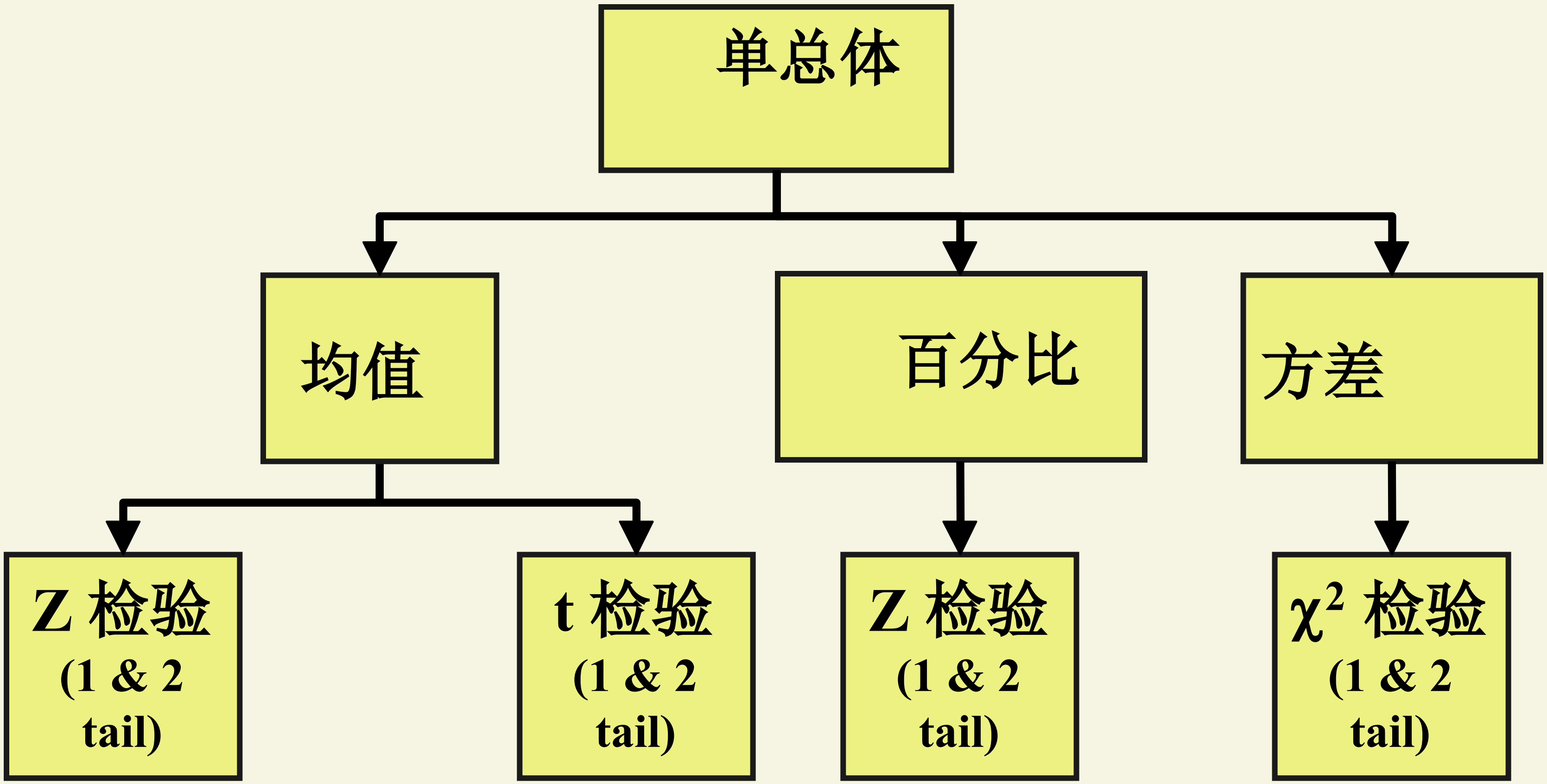
# 假设检验的环节

# $H_0$ 检验环节

- 状态 $H_0$
- 状态 $H_1$
- 选择 $\alpha$
- 选择 $n$
- 选择检验

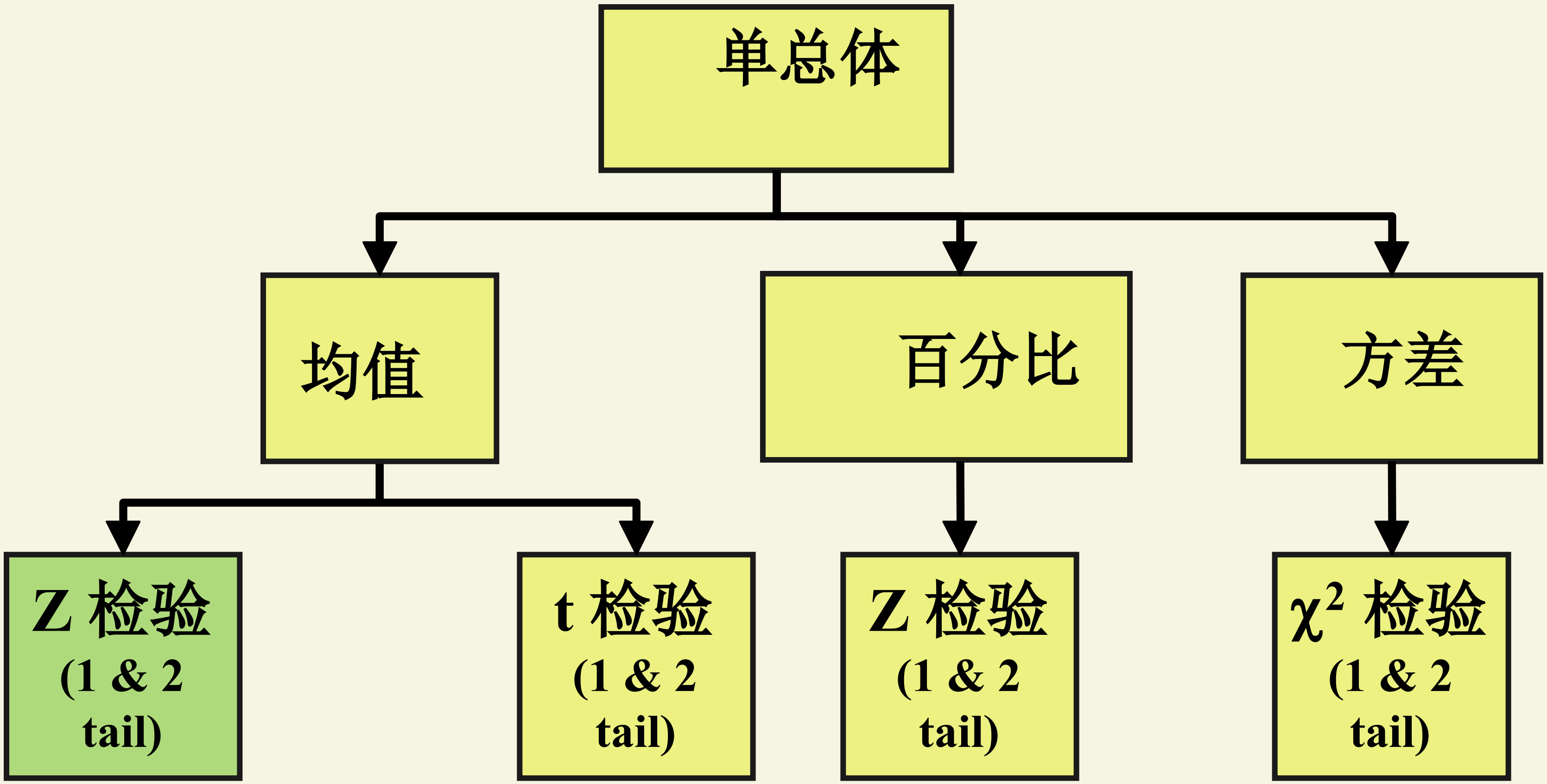
- 设定关键值
- 搜集数据
- 计算检验统计量
- 做出统计判断
- 体现判断

# 单总体检验



# 均值的双尾 Z 检验
# (已知σ)

# 单总体检验



# 均值的双尾 Z检验 (已知σ)

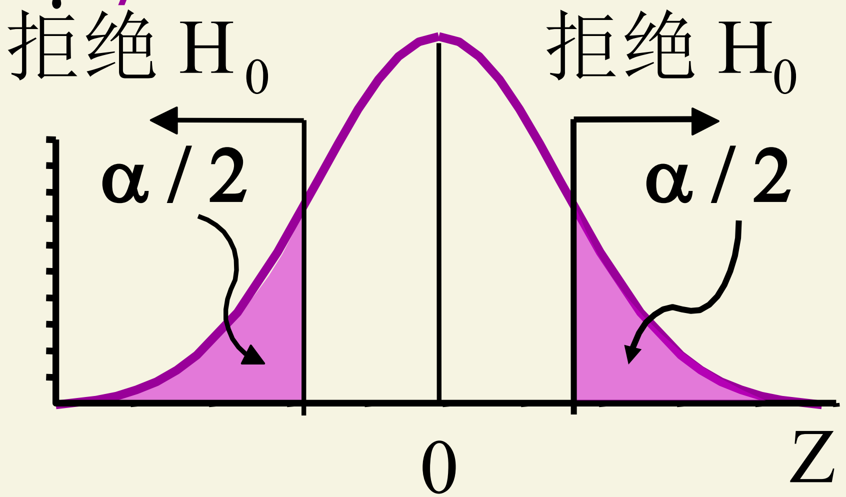
1. 假设
   - 总体是整体分布
   - 假如不是正态，可近似为正态分布 ($n \geq 30$)
2. 备择假设有 ≠ 符号
3. Z-检验统计量

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

# 对于均值假设的双尾 Z 检验

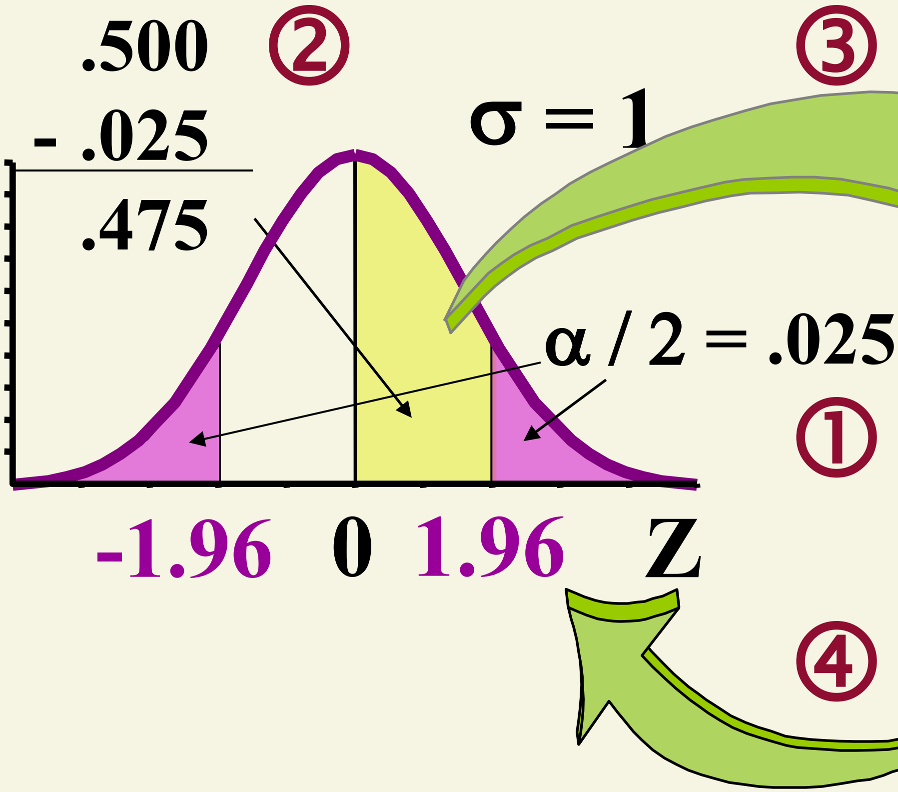
$H_0$: $\mu = 0$  $H_a$:

$\mu \neq 0$



# 双尾 Z 检验
# 寻找关键值 Z

给出 $\alpha = .05$ Z是多少?




原则正态分布表 (部分)

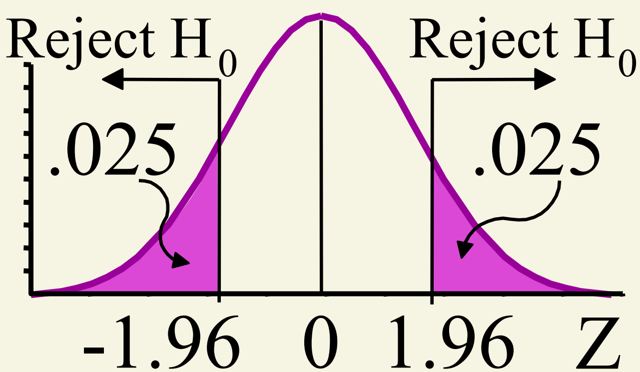
| Z | .05 | .06 | .07 |
|---|---|---|---|
| [illegible] | .4505 | .4515 | .4525 |
| 1.7 | .4599 | .4608 | .4616 |
| 1.8 | .4678 | .4686 | .4693 |
| **1.9** | .4744 | **.4750** | .4756 |

# 双尾 Z 检验例子

一盒麦片平均重量是**368克**吗? 一种25盒的随机样本显示是 均值 $\bar{x} = 372.5$. 企业设定 $\sigma$ 为 **25**克. 以明显水平 (**.05**) 进行检验

# 双尾 Z 检验成果

- $H_0$: $\mu = 368$
- $H_a$: $\mu \neq 368$
- $\alpha = .05$
- $n = 25$
- 关键值(s):




检验统计量:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{372.5 - 368}{\frac{15}{\sqrt{25}}} = +1.50$$

鉴定:

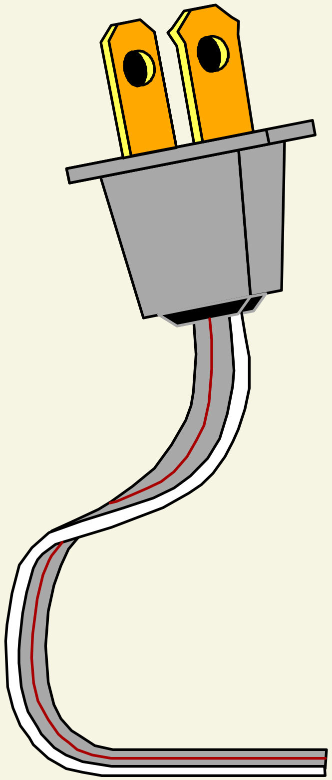
在 $\alpha = .05$ 明显性水平不拒绝原假设

结论:

没有证据表白均值不为 368

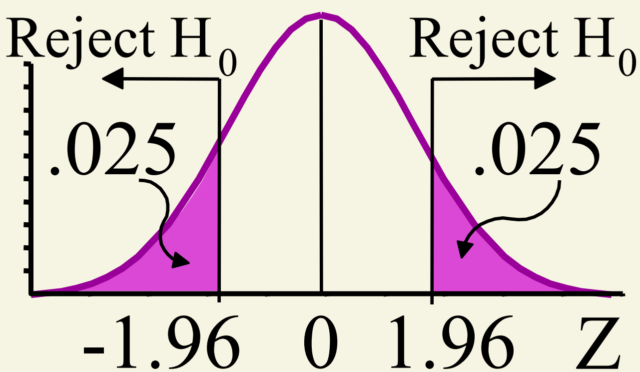
# 双尾 Z 检验思索

你是 Q/C企业的检测员，你想懂得假如一新机器正在按照客户设定生产电源线，的平均 **70** 磅切断，原则差为**$\sigma$ = 3.5** 磅。你抽签了个36卷电源线，计算样本均值为**69.7** 磅，在 **.05**明显水平，是否有证据表白**没有**符合平均截断长度。



# 双尾 Z 检验成果*

- $H_0$: $\mu = 70$
- $H_a$: $\mu \neq 70$
- $\alpha = .05$
- $n = 36$
- 关键值:




检验统计量:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{69.7 - 70}{\frac{3.5}{\sqrt{36}}} = -.51$$

判断:

不拒绝 $\alpha = .05$

结论:

无证据表白均值不是 70

# 均值的单尾Z 检验
# (已知σ)

# 均值的单尾Z 检验
# (已知σ)

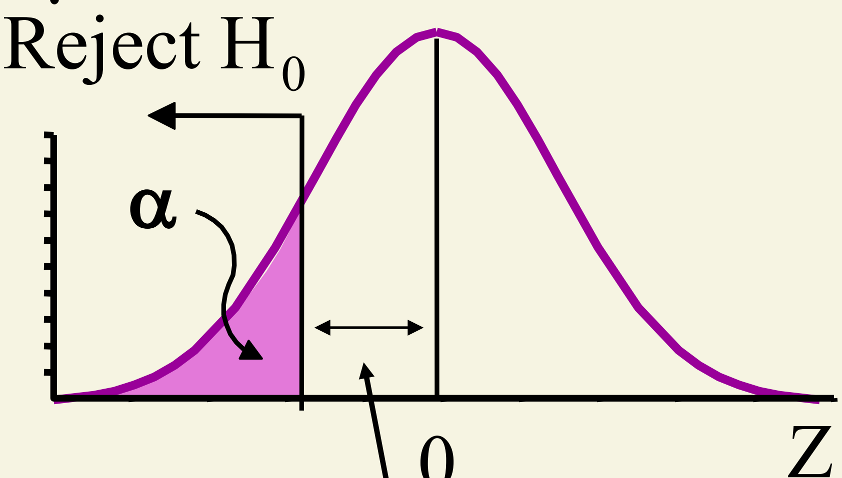
1. 假设
   - 总体是正态分布
   - 假如不是正态，能被近似正态分布 ($n \geq 30$)
2. 备择假设有 <或 >符号

3. Z-检测统计量

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

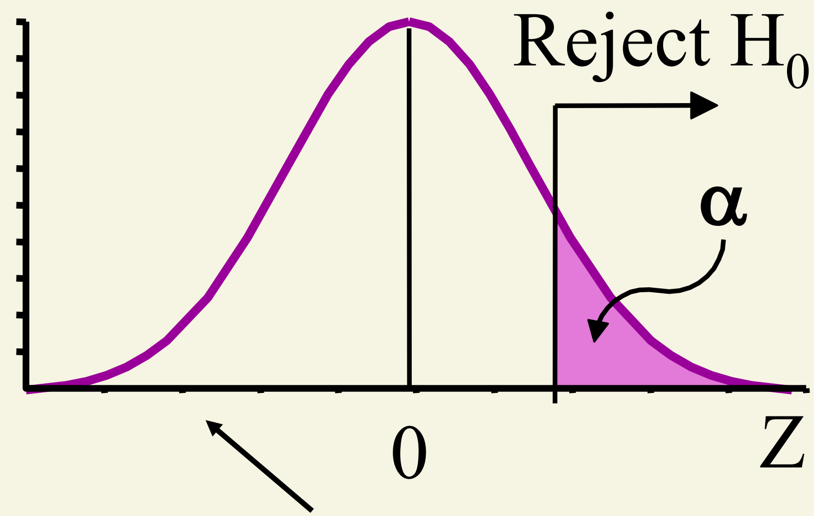
# 均值单尾 Z 检测的假设

**$H_0$: $\mu = 0$  $H_a$: $\mu < 0$**




必须明显低于 μ

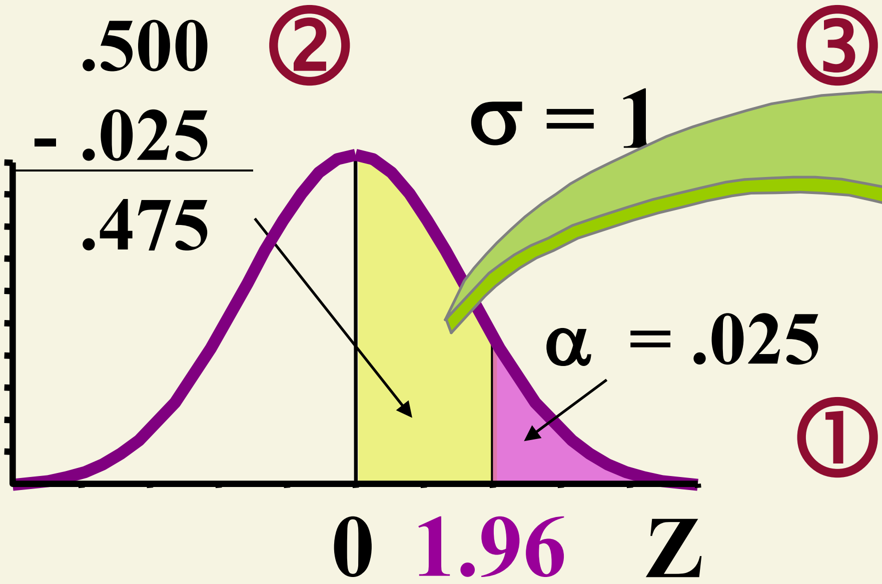
**$H_0$: $\mu = 0$  $H_a$: $\mu > 0$**




小值满足$H_0$. 不拒绝!

# 单尾Z 检验
# 寻找关键值 Z

给 α = .025， Z是多少?




原则正态概率表 (部分)

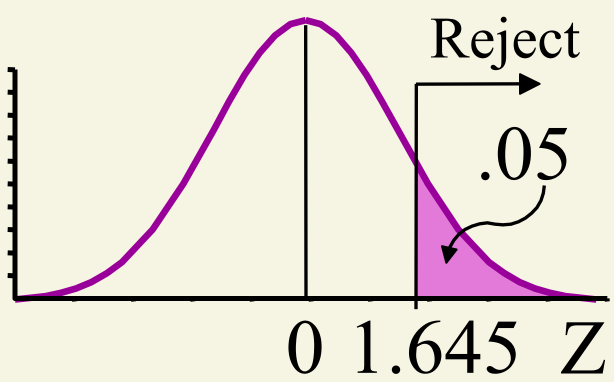
| Z | .05 | .06 | .07 |
|---|---|---|---|
| 1[illegible] | .4505 | .4515 | .4525 |
| 1.7 | .4599 | .4608 | .4616 |
| 1.8 | .4678 | .4686 | .4693 |
| **1.9** | .4744 | **.4750** | .4756 |

# 单尾 Z 检验例子

一盒麦片的平均重量**多出368**克吗？一种**25**盒随机样本显示均值为$\bar{x}$ = **372.5克**，企业设定**σ** = **25** 克。在明显水平**.05**进行检测.

# 单尾 Z 检测成果

- $H_0$: $\mu = 368$
- $H_a$: $\mu > 368$
- $\alpha = .05$
- $n = 25$
- 关键值:




检验统计量:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{372.5 - 368}{\frac{15}{\sqrt{25}}} = +1.50$$

鉴定:

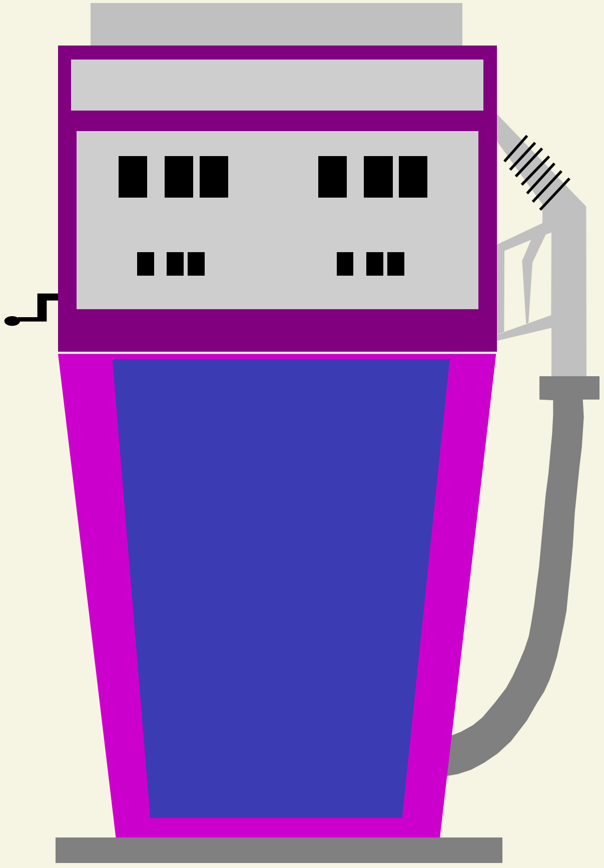
不拒绝原假设在 $\alpha = .05$

结论:

无证据表白均值不不大于 368

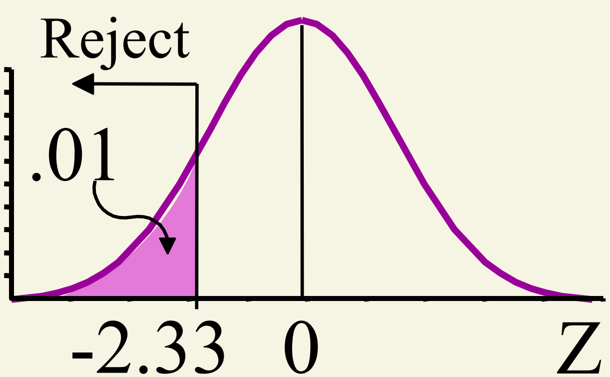
# 单尾 Z 检验思索

你是福特的分析员。你想拟定巡洋舰至少平均行驶32里/加仑，类似模型有**3.8**里/加仑的原则差，你抽取了**60张**巡洋舰，计算样本均值为**30.7**里/加仑。在明显水平**.01**，是否有证据表白每加仑**至少**行驶**32**?



# 单尾 Z 检测成果*

- $H_0$: $\mu = 32$
- $H_a$: $\mu < 32$
- $\alpha = .01$
- $n = 60$
- 关键值:




检验统计量:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{30.7 - 32}{\frac{3.8}{\sqrt{60}}} = -2.65$$

鉴定:

在明显水平$\alpha = .01$拒绝原假设

结论:

有证据表白均值不不小于32

# 被观察的明显水平: p-值

# p-值

1. 取得一次检验统计量比实际样本值(≤ or ≥) 极值的概率，被给$H_0$ 是真的
2. 称之为被观察明显水平
   - 假如不不小于α，则拒绝 $H_0$
3. 用于做出拒绝决定
   - 假如 p-值 ≥ α, 不拒绝 $H_0$
   - 假如p-值 < α, 拒绝 $H_0$

# Minitab软件成果

- mu = 15.5 与 ≠ 15.5 的检验
- 假定原则差 = 0.5

-

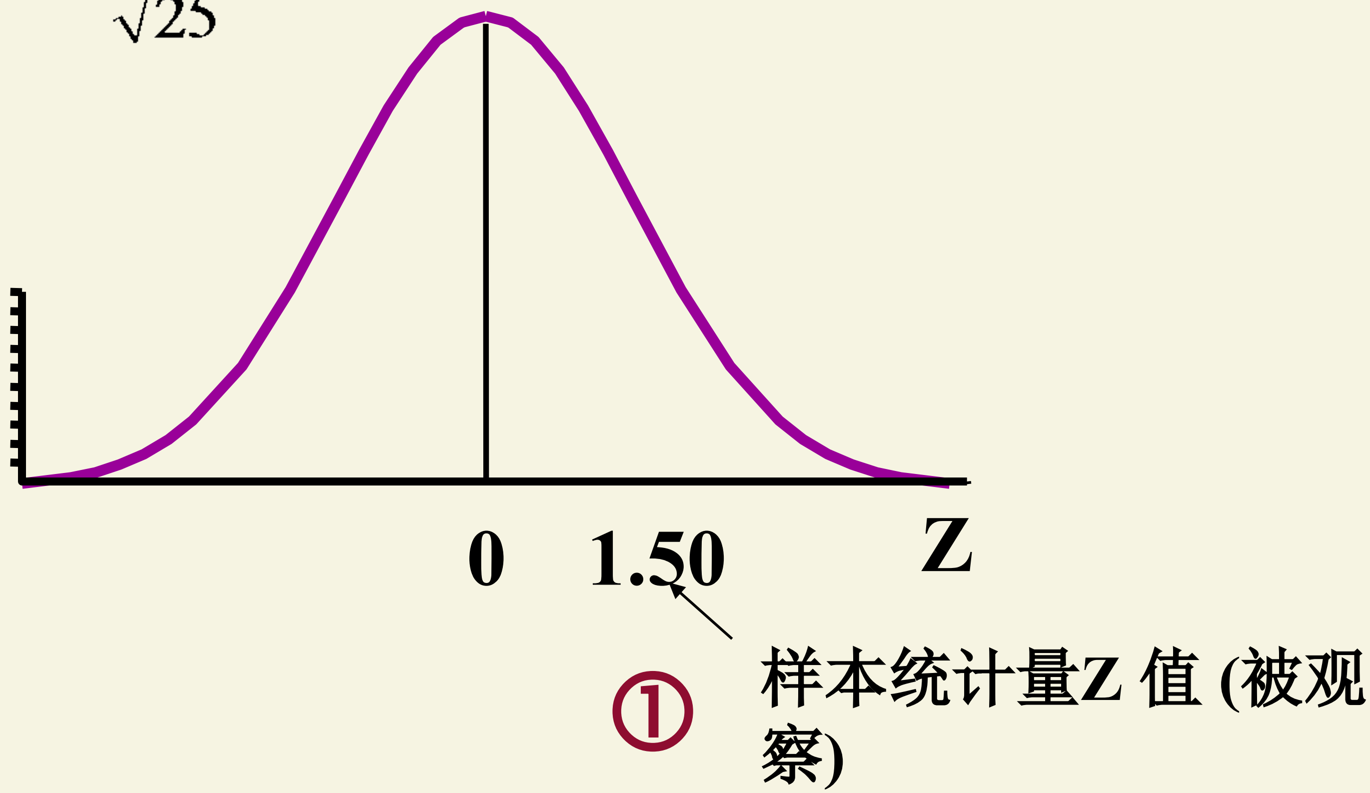
| 变量 | N | 均值 | 原则差 | 准误 | 95% 置信区间 | Z | P |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| EMIT | 10 | 17.170 | 2.981 | 0.158 | (16.860, 17.480) | 10.56 | 0.000 |

# 双尾 Z 检验
# p-值例子

平均每盒麦片装有**368** 克麦片吗？抽取**25**盒随机样本显示$\bar{x}$ **= 372.5**. 企业设定**σ**为**25** g克. 找到 p-值.

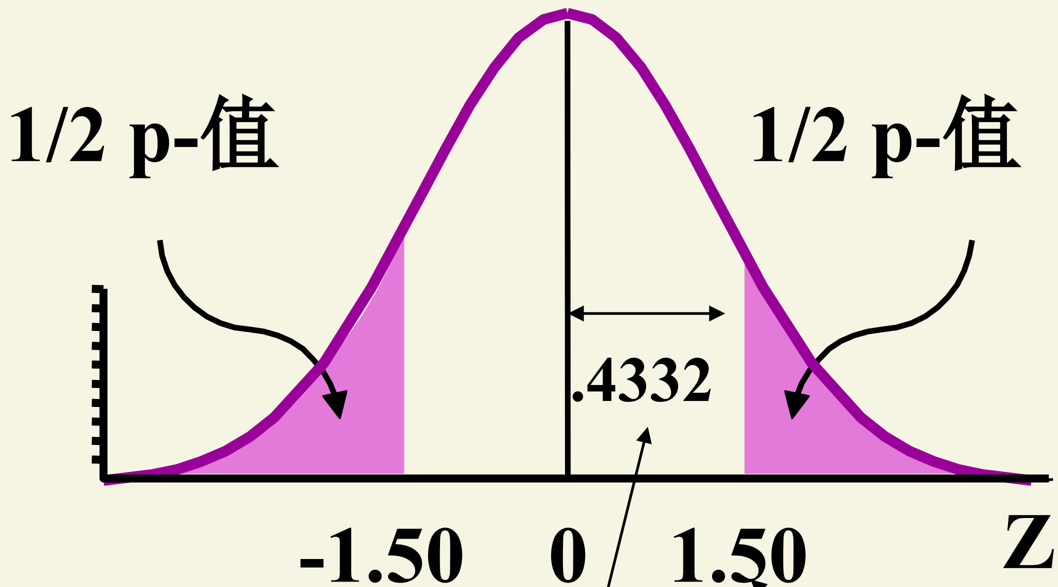
# 双尾 Z 检验
# p-值成果

$$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}=\frac{372.5-368}{\frac{15}{\sqrt{25}}}=+1.50$$



# 双尾 Z 检验
# p-值成果

**p-值 is P(Z ≤ -1.50 or Z ≥ 1.50)**




③

.5000
- .4332
.0668

② 从 Z 表: 查找 1.50

① 样本统计量的Z 值 (被观察值)