

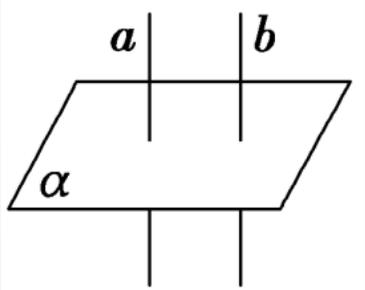
第二课时 直线与平面垂直的性质

自主学习 —— 课前预习任务单

知识点 直线与平面垂直的性质

(一)教材梳理填空

1. 直线与平面垂直的性质定理:

文字语言	垂直于同一个平面的两条直线 <u>平行</u>
符号语言	$\left. \begin{array}{l} a \perp \alpha \\ b \perp \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{a // b}$
图形语言	
作用	①线面垂直 \Rightarrow 线线平行, ②作平行线

2. 线面距与面面距:

(1) 一条直线与一个平面平行时，这条直线上 任意一点 到这个平面的距离，叫做这条直线到这个平面的距离。

(2) 如果两个平面平行，那么其中一个平面内的 任意一点 到另一个平面的距离 都相等，我们把它叫做这两个平行平面间的距离。

(二)基本知能小试

1. 判断正误:

(1)垂直于同一条直线的两个平面平行. () √

(2)直线上任意一点到这个平面的距离, 就是这条直线到这个平面的距离. (×)

(3)到已知平面距离相等的两条直线平行. () ×

2. 从圆柱的一个底面上任取一点(该点不在底面圆周上), 过该点作另一个底面的垂线, 则这条垂线与圆柱的母线所在直线的位置关系是 ()

A. 相交

B. 平行

C. 异面

D. 相交或平行

答案: B

师生共研——课堂学习活动单

题型一 直线与平面垂直的性质定理

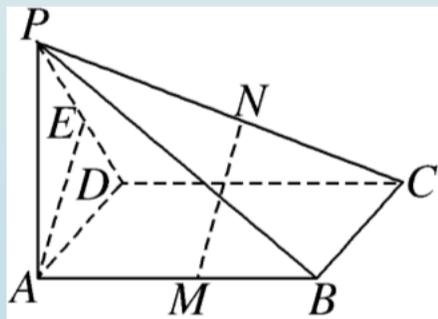
【学透用活】

(1) 直线与平面垂直的性质定理给出了一种证明两直线平行的方法，即只需证明两条直线均与同一个平面垂直即可。关键是找(构造)出平面，使所证直线与该平面垂直。

(2) 利用直线与平面垂直的性质定理可构造平行线，即垂直于同一个平面的直线互相平行。

[典例 1] 如图，在四棱锥 $PABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $AB \perp$ 平面 PAD ， $AD=AP$ ， E 是 PD 的中点， M, N 分别在 AB, PC 上，且 $MN \perp AB$ ， $MN \perp PC$ 。

求证： $AE \parallel MN$ 。



[证明] $\because AB \perp$ 平面 PAD , $AE \subset$ 平面 PAD ,
 $\therefore AE \perp AB$. 又 $AB \parallel CD$, $\therefore AE \perp CD$.
 $\because AD = AP$, E 是 PD 的中点, $\therefore AE \perp PD$.
又 $CD \cap PD = D$, $CD \subset$ 平面 PCD , $PD \subset$ 平面 PCD ,
 $\therefore AE \perp$ 平面 PCD . $\because MN \perp AB$, $AB \parallel CD$, $\therefore MN \perp CD$.
又 $\because MN \perp PC$, $PC \cap CD = C$,
 $PC \subset$ 平面 PCD , $CD \subset$ 平面 PCD ,
 $\therefore MN \perp$ 平面 PCD .
 $\therefore AE \parallel MN$.

[方法技巧]

关于线面垂直性质定理的应用

在证明与垂直相关的平行问题时，可以考虑线面垂直的性质定理，利用已知的垂直关系构造线面垂直，关键是确定与要证明的两条直线都垂直的平面。

【对点练清】

如图，已知正方体 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

(1) 求证: $A_1 C \perp B_1 D_1$.

(2) M, N 分别为 $B_1 D_1$ 与 $C_1 D$ 上的点, 且 $MN \perp B_1 D_1$, $MN \perp C_1 D$, 求证: $MN \parallel A_1 C$.

证明: (1) 如图, 连接 $A_1 C_1$.

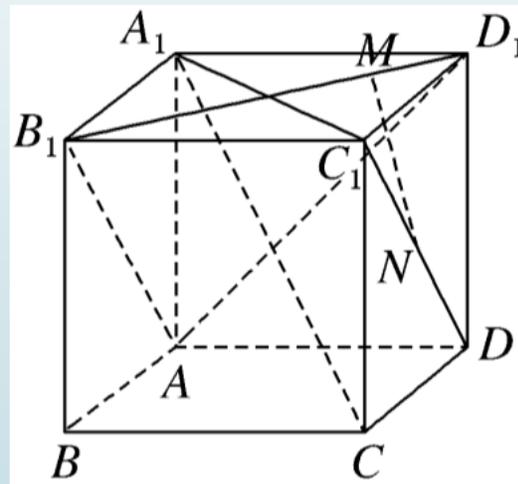
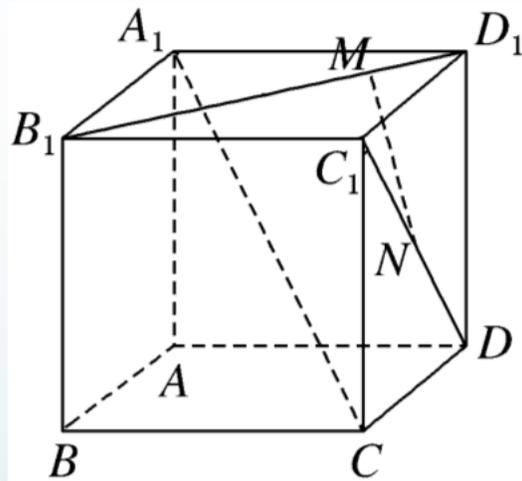
$\because CC_1 \perp$ 平面 $A_1 B_1 C_1 D_1$,

$B_1 D_1 \subset$ 平面 $A_1 B_1 C_1 D_1$, $\therefore CC_1 \perp B_1 D_1$.

\because 四边形 $A_1 B_1 C_1 D_1$ 是正方形,

$\therefore A_1 C_1 \perp B_1 D_1$. 又 $\because CC_1 \cap A_1 C_1 = C_1$, $\therefore B_1 D_1 \perp$ 平面

$A_1 C_1 C$. 又 $\because A_1 C \subset$ 平面 $A_1 C_1 C$, $\therefore B_1 D_1 \perp A_1 C$.



(2)如图, 连接 B_1A , AD_1 . $\because B_1C_1 \parallel AD$,

\therefore 四边形 ADC_1B_1 为平行四边形,

$\therefore C_1D \parallel AB_1$. $\because MN \perp C_1D$, $\therefore MN \perp AB_1$.

又 $\because MN \perp B_1D_1$, $AB_1 \cap B_1D_1 = B_1$, $\therefore MN \perp$ 平面 AB_1D_1 .

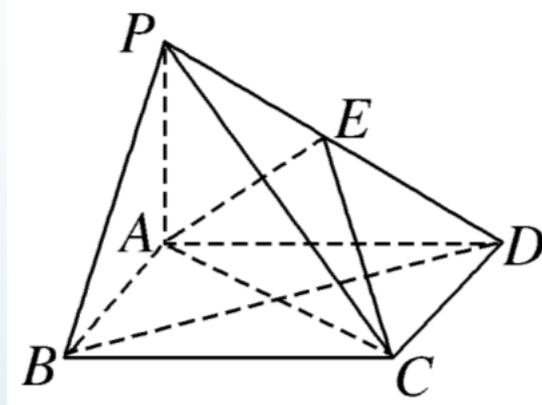
由(1)知 $A_1C \perp B_1D_1$. 同理可得 $A_1C \perp AB_1$.

又 $\because AB_1 \cap B_1D_1 = B_1$, $\therefore A_1C \perp$ 平面 AB_1D_1 . $\therefore A_1C \parallel MN$.

【学透用活】

要解决空间中的距离问题，主要是利用线面距、面面距的定义，转化为直线或平面上的一点到平面的距离。

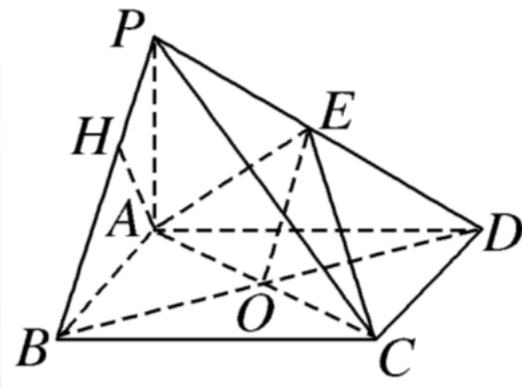
[典例 2] 如图，在四棱锥 $PABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， E 为 PD 的中点。



(1) 证明： $PB \parallel$ 平面 AEC ；

(2) 设 $AP=1$ ， $AD=\sqrt{3}$ ，三棱锥 $PABD$ 的体积 $V=\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，求 A 到平面 PBC

的距离。



[解] (1)证明: 如图, 设 BD 与 AC 的交点为 O , 连接 EO . \because 四边形 $ABCD$ 为矩形, \therefore 点 O 为 BD 的中点.

又 \because 点 E 为 PD 的中点, $\therefore EO \parallel PB$.

$\because EO \subset$ 平面 AEC , $PB \not\subset$ 平面 AEC ,

$\therefore PB \parallel$ 平面 AEC .

$$(2) \because V = \frac{1}{6} AP \cdot AB \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{6} AB.$$

由 $V = \frac{\sqrt{3}}{4}$, 可得 $AB = \frac{3}{2}$. 作 $AH \perp PB$ 于点 H .

由题设知 $BC \perp$ 平面 PAB , $\therefore BC \perp AH$.

$\therefore AH \perp$ 平面 PBC ,

即 AH 的长就是点 A 到平面 PBC 的距离.

$$\because PB = \sqrt{AP^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}, \quad \therefore AH = \frac{AP \cdot AB}{PB} = \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$

\therefore 点 A 到平面 PBC 的距离为 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

[方法技巧]

(1)从平面外一点作一个平面的垂线，这个点与垂足间的距离就是这个点到这个平面的距离。当该点到已知平面的垂线不易作出时，可利用线面平行、面面平行的性质转化为与已知平面等距离的点作垂线，然后计算。

(2)利用中点转化：如果条件中具有中点条件，将一个点到平面的距离，借助中点(等分点)，转化为另一点到平面的距离。

(3)通过换底转化：一是直接换底，以方便求几何体的高；二是将底面扩展(分割)，以方便求底面积和高。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/807046010054006146>