2024届浙江省慈溪市六校高三适应性调研考试数学试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

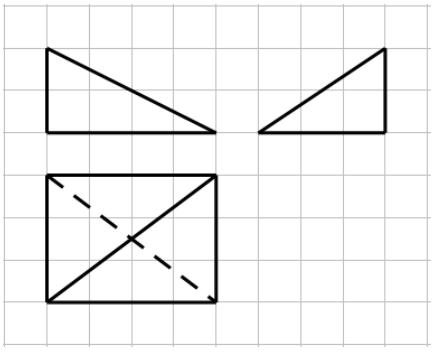
4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y\le 0,\\ x+y\le 2,\\ x+1\ge 0,\end{cases}$，则$z=4x+y$的取值范围为（　　）

A．$[-5,-1]$　　B．$[-5,5]$　　C．$[-1,5]$　　D．$[-7,3]$

2．某三棱锥的三视图如图所示，网格纸上小正方形的边长为1，则该三棱锥外接球的表面积为（　　）



A．27π　　B．28π　　C．29π　　D．30π

3．已知i是虚数单位，若$z=1+ai$，$z\overline{z}=2$，则实数$a=$（　　）

A．$-\sqrt{2}$或$\sqrt{2}$　　B．-1或1　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

4．在ΔABC中，D在边AC上满足$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，$E$为$BD$的中点，则$\overrightarrow{CE}=$（　　）．

A．$\frac{7}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$　　B．$\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}-\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$　　C．$\frac{3}{8}\overrightarrow{BA}+\frac{7}{8}\overrightarrow{BC}$　　D．$\frac{7}{8}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{8}\overrightarrow{BC}$

5．数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，且$a_1+a_2+a_3=9$，$a_4=8$，则$a_5=$（　　）

A．$\frac{21}{2}$　　B．9　　C．$\frac{17}{2}$　　D．7

6．已知双曲线$C:x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的一条渐近线方程为$y=2\sqrt{2}x$，$F_1$，$F_2$分别是双曲线$C$的左、右焦点，点$P$在双曲线$C$上，且$|PF_1|=3$，则$|PF_2|=$(　　)

A．9　　B．5　　C．2或9　　D．1或5

7．设a，b，c分别是ΔABC中$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$所对边的边长，则直线$\sin A\cdot x-ay-c=0$与

$bx+\sin B\cdot y+\sin C=0$ 的位置关系是（　　）

A．平行　　　　B．重合

C．垂直　　　　D．相交但不垂直

8．已知抛物线 $x^2=4y$ 上一点 A 的纵坐标为 4，则点 A 到抛物线焦点的距离为（ ）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

9．已知集合 $A=\left\{(x,y)\mid y=x^2\right\}$，$B=\left\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\right\}$，则 $A\cap B$ 的真子集个数为（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

10．已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1<0$；命题 q：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2>2^x$，则下列命题中为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$\neg p\wedge q$　　C．$p\wedge\neg q$　　D．$\neg p\wedge\neg q$

11．已知复数 $z=(1+i)(3-i)$（i 为虚数单位），则 z 的虚部为（ ）

A．2　　B．$2i$　　C．4　　D．$4i$

12．已知 $\vec{a}=(2\sin\frac{\omega x}{2},\cos\frac{\omega x}{2}),\vec{b}=(\sqrt{3}\cos\frac{\omega x}{2},2\cos\frac{\omega x}{2})$，函数 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$ 在区间 $[0,\frac{4\pi}{3}]$ 上恰有 3 个极值点，则正实数 ω 的取值范围为（　　）

A．$[\frac{8}{5},\frac{5}{2})$　　B．$[\frac{7}{4},\frac{5}{2})$　　C．$[\frac{5}{3},\frac{7}{4})$　　D．$(\frac{7}{4},2]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 $P(1,2)$，则 $\cos(\pi-\alpha)$ 的值是_______.

14． “北斗三号”卫星的运行轨道是以地心为一个焦点的椭圆.设地球半径为 R,若其近地点、远地点离地面的距离大约分别是 $\frac{2}{3}R$，$4R$,则“北斗三号”卫星运行轨道的离心率为__________.

15．已知各棱长都相等的直三棱柱(侧棱与底面垂直的棱柱称为直棱柱)所有顶点都在球 O 的表面上.若球 O 的表面积为 28π,则该三棱柱的侧面积为___________.

16．若 $x>1$，则 $2x+\frac{9}{x+1}+\frac{1}{x-1}$ 的最小值是______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12 分)(本小题满分 12 分)已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，连接椭圆四个顶点形成的四边形面积为 $4\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

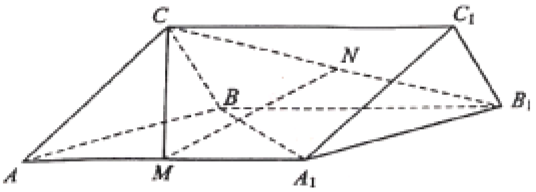
(2) 过点 A（1，0）的直线与椭圆 C 交于点 M, N,设 P 为椭圆上一点，且$\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=t\overrightarrow{OP}(t\neq 0)$

O 为坐标原点，当$|\overrightarrow{□□}-\overrightarrow{□□}|<\frac{4\sqrt{3}}{3}$时，求 t 的取值范围.

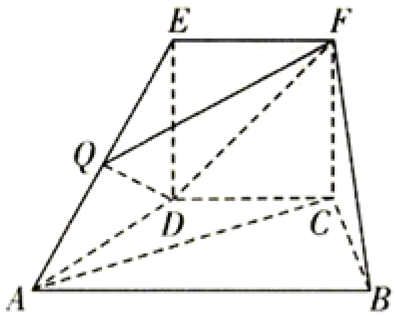
18.（12 分）如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,底面 ABC 是等边三角形,侧面 BCC_1B_1 是矩形, $AB=A_1B, N$ 是 B_1C 的中点, M 是棱 AA_1 上的点,且 $AA_1\perp CM$.

（1）证明：$MN//$平面 ABC；

（2）若 $AB\perp A_1B$,求二面角 $A-CM-N$ 的余弦值.



19.（12 分）在如图所示的几何体中，面 ***CDEF*** 为正方形，平面 ***ABCD*** 为等腰梯形，***AB***//***CD***，***AB*** =**2*BC***，点 ***Q*** 为 ***AE*** 的中点.



（1）求证：***AC***//平面 ***DQF***;

（2）若∠***ABC***=60°，***AC***⊥***FB***，求 ***BC*** 与平面 ***DQF*** 所成角的正弦值.

20.（12 分）已知椭圆 C $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的长轴长为 4，离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$

（1）求椭圆 C 的方程;

（2）设 A,B 分别为椭圆与 x 轴正半轴和 y 轴正半轴的交点， P 是椭圆 C 上在第一象限的一点，直线 PA 与 y 轴交于点 M ，直线 PB 与 x 轴交于点 N ，问 ΔPMN 与 ΔPAB 面积之差是否为定值？说明理由.

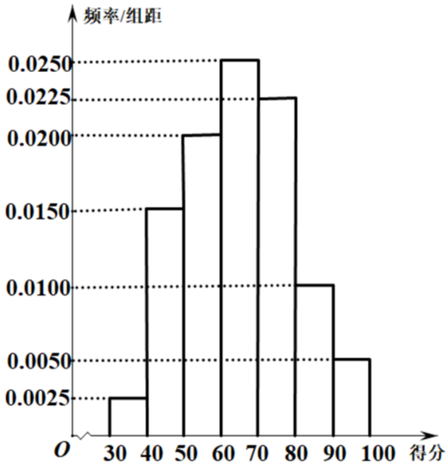
21.（12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 经过点 $\left(\sqrt{3},1\right)$，离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

（1）求椭圆 C 的方程;

（2）过点 $M\left(4,0\right)$ 的直线交椭圆于 A 、 B 两点，若 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{MB}$，在线段 AB 上取点 D，使 $\overrightarrow{AD}=-\lambda\overrightarrow{DB}$

，求证：点 D 在定直线上.

22.（10 分）为了解广大学生家长对校园食品安全的认识，某市食品安全检测部门对该市家长进行了一次校园食品安全网络知识问卷调查，每一位学生家长仅有一次参加机会，现对有效问卷进行整理，并随机抽取出了 **200** 份答卷，统计这些答卷的得分（满分：**100** 分）制出的频率分布直方图如图所示，由频率分布直方图可以认为，此次问卷调查的得分 Z 服从正态分布 $N\left(\mu,210\right)$，其中 μ 近似为这 **200** 人得分的平均值（同一组数据用该组区间的中点值作为代表）.



（**1**）请利用正态分布的知识求 $P(36<Z\leq 79.5)$；

（**2**）该市食品安全检测部门为此次参加问卷调查的学生家长制定如下奖励方案：

①得分不低于 μ 的可以获赠 **2** 次随机话费，得分低于 μ 的可以获赠 **1** 次随机话费；

②每次获赠的随机话费和对应的概率为：

获赠的随机话费（单位：元）	10	20
概率	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

市食品安全检测部门预计参加此次活动的家长约 **5000** 人，请依据以上数据估计此次活动可能赠送出多少话费？

附：① $\sqrt{210}\approx 14.5$；②若 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$；则 $P\left(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma\right)=0.6827$，

$P\left(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma\right)=0.9545$，$P\left(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma\right)=0.9973$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

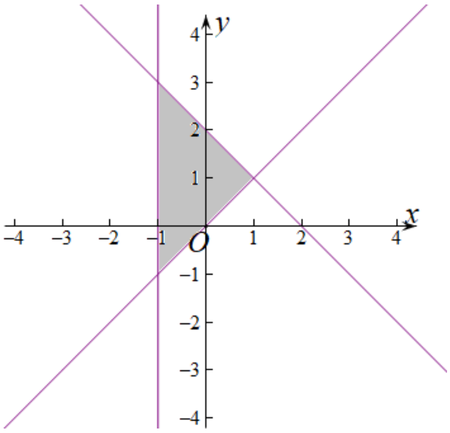
1、**B**

【解析】

根据约束条件作出可行域，找到使直线 $y=-4x+z$ 的截距取最值得点，相应坐标代入 $z=4x+y$ 即可求得取值范围.

【详解】

画出可行域，如图所示：



由图可知，当直线 $z=4x+y$ 经过点 $A\left(-1,-1\right)$ 时，z 取得最小值−**5**；经过点 $B\left(1,1\right)$ 时，z 取得最大值 **5**，故

$-5\leq z\leq 5$.

故选：**B**

【点睛】

本题考查根据线性规划求范围，属于基础题.

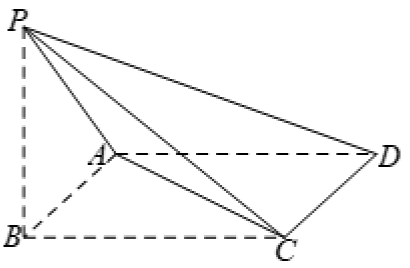
2、**C**

【解析】

作出三棱锥的实物图 $P-ACD$，然后补成直四棱锥 $P-ABCD$，且底面为矩形，可得知三棱锥 $P-ACD$ 的外接球和直四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球为同一个球，然后计算出矩形 $ABCD$ 的外接圆直径 AC，利用公式 $2R=\sqrt{PB^2+AC^2}$ 可计算出外接球的直径 $2R$，再利用球体的表面积公式即可得出该三棱锥的外接球的表面积.

【详解】

三棱锥 $P-ACD$ 的实物图如下图所示：



将其补成直四棱锥 $P-ABCD$， $PB\perp$ 底面 $ABCD$，

可知四边形 $ABCD$ 为矩形，且 $AB=3$， $BC=4$．

矩形 $ABCD$ 的外接圆直径 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$，且 $PB=2$．

所以，三棱锥 $P-ACD$ 外接球的直径为 $2R=\sqrt{PB^2+AC^2}=\sqrt{29}$，

因此，该三棱锥的外接球的表面积为 $4\pi R^2=\pi\times\left(2R\right)^2=29\pi$．

故选：**C.**

【点睛】

本题考查三棱锥外接球的表面积，解题时要结合三视图作出三棱锥的实物图，并分析三棱锥的结构，选择合适的模型进行计算，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

3、**B**

【解析】

由题意得，$z\overline{z}=\left(1+ai\right)\left(1-ai\right)=1+a^2$，然后求解即可

【详解】

$\because z=1+ai$，$\therefore z\overline{z}=\left(1+ai\right)\left(1-ai\right)=1+a^2$.又$\because z\overline{z}=2$，$\therefore 1+a^2=2$，$\therefore a=\pm1$．

【点睛】

本题考查复数的运算，属于基础题

4、**B**

【解析】

由 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，可得 $\overrightarrow{CD}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CA}$， $\overrightarrow{CE}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CA})$，再将 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}$ 代入即可.

【详解】

因为 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}$，所以 $\overrightarrow{CD}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CA}$，故 $\overrightarrow{CE}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD})=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CA})=$

$\dfrac{1}{2}(-\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BA}-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC})=\dfrac{3}{8}\overrightarrow{BA}-\dfrac{7}{8}\overrightarrow{BC}$．

故选：**B.**

【点睛】

本题考查平面向量的线性运算性质以及平面向量基本定理的应用，是一道基础题.

5、A

【解析】

先由题意可得数列$\{a_n\}$为等差数列，再根据$a_1+a_2+a_3=9$，$a_4=8$，可求出公差，即可求出a_5.

【详解】

数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}(n\in N^*)$，则数列$\{a_n\}$为等差数列，

$\because a_1+a_2+a_3=9$，$a_4=8$，

$\therefore 3a_1+3d=9$，$a_1+3d=8$，

$\therefore d=\dfrac{5}{2}$，

$\therefore a_5=a_4+d=8+\dfrac{5}{2}=\dfrac{21}{2}$，

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的性质和通项公式的求法，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平，属于基础题.

6、B

【解析】

根据渐近线方程求得b，再利用双曲线定义即可求得PF_2.

【详解】

由于$\dfrac{b}{a}=2\sqrt{2}$，所以$b=2\sqrt{2}$，

又$\left||PF_1|-|PF_2|\right|=2$且$|PF_2|\ge c-a=2$，

故选：B.

【点睛】

本题考查由渐近线方程求双曲线方程，涉及双曲线的定义，属基础题.

7、C

【解析】

试题分析：由已知直线$\sin A\cdot x-ay-c=0$的斜率为$\dfrac{\sin A}{a}$，直线$bx+\sin B\cdot y+\sin C=0$的斜率为$-\dfrac{b}{\sin B}$，又由正弦定理得$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\sin B}{b}$，故$\dfrac{\sin A}{a}\times\left(-\dfrac{b}{\sin B}\right)=\dfrac{\sin B}{b}\times\left(-\dfrac{b}{\sin B}\right)=-1$，两直线垂直

考点：直线与直线的位置关系

8、**D**

【解析】

试题分析：抛物线$x^2=4y$焦点在y轴上，开口向上，所以焦点坐标为$(0,1)$，准线方程为$y=-1$，因为点**A**的纵坐标为**4**，所以点**A**到抛物线准线的距离为$4+1=5$，因为抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离，所以点**A**与抛物线焦点的距离为**5.**

考点：本小题主要考查应用抛物线定义和抛物线上点的性质抛物线上的点到焦点的距离，考查学生的运算求解能力.

点评：抛物线上的点到焦点的距离等于到准线的距离，这条性质在解题时经常用到，可以简化运算.

9、**C**

【解析】

求出$A\cap B$的元素，再确定其真子集个数.

【详解】

由$\begin{cases}y=x^2\\x^2+y^2=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}\\y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\dfrac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}\\y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\end{cases}$，$\therefore A\cap B$中有两个元素，因此它的真子集有**3**个.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查集合的子集个数问题，解题时可先确定交集中集合的元素个数，解题关键是对集合元素的认识，本题中集合A,B都是曲线上的点集.

10、**B**

【解析】

根据$\Delta<0$，可知命题p的真假，然后对x取值，可得命题q的真假，最后根据真值表，可得结果.

【详解】

对命题p：

可知$\Delta=(-1)^2-4<0$，

所以$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-x+1>0$

故命题p为假命题

命题q：

取$x=3$，可知$3^2>2^3$

所以$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2>2^x$

故命题q为真命题

所以$\neg p \wedge q$为真命题

故选：**B**

【点睛】

本题主要考查对命题真假的判断以及真值表的应用，识记真值表，属基础题.

11、**A**

【解析】

对复数z进行乘法运算，并计算得到$z=4+2i$，从而得到虚部为**2.**

【详解】

因为$z=(1+i)(3-i)=4+2i$，所以z 的虚部为**2.**

【点睛】

本题考查复数的四则运算及虚部的概念，计算过程要注意$i^2=-1$.

12、**B**

【解析】

先利用向量数量积和三角恒等变换求出$f(x)=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+1$，函数在区间$[0,\frac{4\pi}{3}]$上恰有3个极值点即为三个最值点，$\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$解出，$x=\frac{\pi}{3\omega}+\frac{k\pi}{\omega},k\in Z$，再建立不等式求出$k$的范围，进而求得$\omega$的范围.

【详解】

解：$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\omega x+2\cos\frac{2\omega x}{2}=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x+1$

$=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})+1$

令$\omega x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，解得对称轴$x=\frac{\pi}{3\omega}+\frac{k\pi}{\omega},k\in Z$，$f(0)=2$，

又函数$f\left(x\right)$在区间$[0,\frac{4\pi}{3}]$恰有3个极值点，只需 $\frac{\pi}{3\omega}+\frac{2\pi}{\omega}\le\frac{4\pi}{3}<\frac{\pi}{3\omega}+\frac{3\pi}{\omega}$

解得$\frac{7}{4}\le\omega<\frac{5}{2}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用向量的数量积运算和三角恒等变换与三角函数性质的综合问题.

(1)利用三角恒等变换及辅助角公式把三角函数关系式化成$y=A\sin(\omega x+\varphi)+t$或$y=A\cos(\omega x+\varphi)+t$ 的形式; **(2)**根据自变量的范围确定$\omega x+\varphi$的范围，根据相应的正弦曲线或余弦曲线求值域或最值或参数范围.