

2025 届天水市重点中学高考全国统考预测密卷数学试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

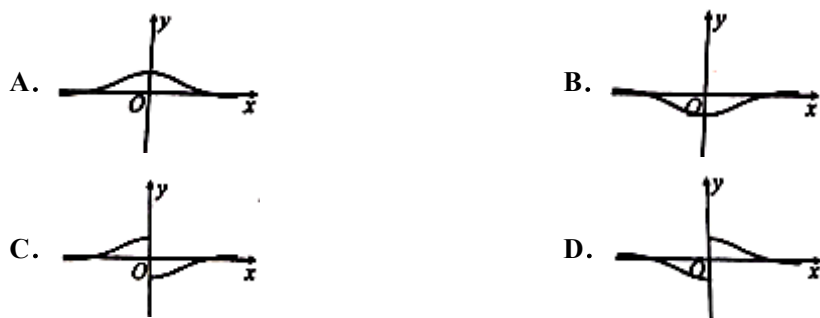
1. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1 = 12, S_5 = 90$ ，则等差数列 $\{a_n\}$ 公差 $d =$ ()

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 4

2. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(4) = 17$ ，设 $f(x_0) = y_0$ ，则“ $y_0 = 17$ ”是“ $x_0 = 4$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $f(x) = \frac{\cos x}{2^x + 2^{-x}}$ 的部分图像大致为 ()



4. 已知函数 $f(x+1)$ 是偶函数，当 $x \in (1, +\infty)$ 时，函数 $f(x)$ 单调递减，设 $a = f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ， $b = f(3)$ ， $c = f(0)$ ，

则 a 、 b 、 c 的大小关系为 ()

- A. $b < a < c$ B. $c < b < d$ C. $b < c < a$ D. $a < b < c$

5. 设 i 是虚数单位，若复数 $m + \frac{10}{3+i}$ ($m \in R$) 是纯虚数，则 m 的值为 ()

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

6. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ ，则不等式 $f(e^{1-x}) > f(e^{2x-1})$ 的解集是 ()

- A. $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

7. 若复数 $z = \frac{5}{2-i}$ (i 为虚数单位), 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $2+i$ B. $2-i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

8. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

- A. $\{1, 2, 6\}$ B. $\{1, 3, 6\}$ C. $\{1, 6\}$ D. $\{6\}$

9. 设复数 z 满足 $\frac{z-i}{z+i} = i$, 则 $z =$ ()

- A. 1 B. -1 C. $1-i$ D. $1+i$

10. 由曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y^2=x$ 所围成的平面图形的面积为()

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

11. 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 给出四个命题:

- ①若 $\alpha \perp \beta = m, n \subset \alpha, n \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$; ②若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
③若 $m \parallel n, m \subset \alpha, \alpha \parallel \beta$, 则 $n \parallel \beta$; ④若 $m \perp \alpha, n \perp \beta, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$

其中正确的是 ()

- A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②④

12. 已知定义在 R 上的可导函数 $f(x)$ 满足 $(1-x) \cdot f(x) + x \cdot f'(x) > 0$, 若 $y = f(x+2) - e^3$ 是奇函数, 则不等式 $x \cdot f(x) - 2e^{x+1} < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 对任意 $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n-1}} = 2^{n-1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

14. 平面区域 $\begin{cases} 3y+2x-1 \geq 0 \\ y+4x-7 \leq 0 \\ y-x-2 \leq 0 \end{cases}$ 的外接圆的方程是_____.

15. 下表是关于青年观众的性别与是否喜欢综艺“奔跑吧, 兄弟”的调查数据, 人数如下表所示:

	不喜欢	喜欢
男性青年观众	40	10

女性青年观众	30	80
--------	----	----

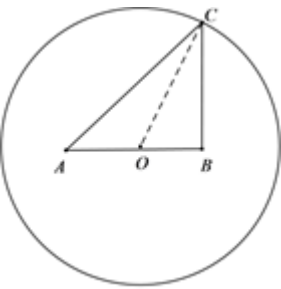
现要在所有参与调查的人中用分层抽样的方法抽取 n 个人做进一步的调研，若在“不喜欢的男性青年观众”的人中抽取了 8 人，则 n 的值为_____.

16. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x^3 > 8$ ”是“ $x > 2$ ”的_____条件.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

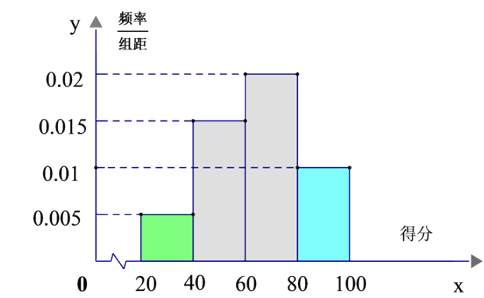
17. (12 分) 某公园准备在一圆形水池里设置两个观景喷泉，观景喷泉的示意图如图所示， A, B 两点为喷泉，圆心 O 为 AB 的中点，其中 $OA = OB = a$ 米，半径 $OC = 10$ 米，市民可位于水池边缘任意一点 C 处观赏.

- (1) 若当 $\angle OBC = \frac{2\pi}{3}$ 时， $\sin \angle BCO = \frac{1}{3}$ ，求此时 a 的值；
- (2) 设 $y = CA^2 + CB^2$ ，且 $CA^2 + CB^2 \leqslant 232$.
- (i) 试将 y 表示为 a 的函数，并求出 a 的取值范围；
- (ii) 若同时要求市民在水池边缘任意一点 C 处观赏喷泉时，观赏角度 $\angle ACB$ 的最大值不小于 $\frac{\pi}{6}$ ，试求 A, B 两处喷泉间距离的最小值.



18. (12 分) 某校为了解校园安全教育系列活动的成效，对全校学生进行一次安全意识测试，根据测试成绩评定“合格”、“不合格”两个等级，同时对相应等级进行量化：“合格”记 5 分，“不合格”记 0 分.现随机抽取部分学生的成绩，统计结果及对应的频率分布直方图如下所示：

等级	不合格		合格	
得分	$[20,40)$	$[40,60)$	$[60,80)$	$[80,100)$
频数	6	x	24	y



(I) 若测试的同学中, 分数段 $[20,40)$ 、 $[40,60)$ 、 $[60,80)$ 、 $[80,100]$ 内女生的人数分别为2人、8人、16人、4人, 完成 2×2 列联表, 并判断: 是否有90%以上的把握认为性别与安全意识有关?

是否合格	不合格	合格	总计
性别			
男生			
女生			
总计			

(II) 用分层抽样的方法, 从评定等级为“合格”和“不合格”的学生中, 共选取10人进行座谈, 现再从这10人中任选4人, 记所选4人的量化总分为 X , 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$;

(III) 某评估机构以指标 M ($M = \frac{E(X)}{D(X)}$, 其中 $D(X)$ 表示 X 的方差) 来评估该校安全教育活动的成效, 若 $M \geq 0.7$, 则认定教育活动是有效的; 否则认定教育活动无效, 应调整安全教育方案. 在(II)的条件下, 判断该校是否应调整安全教育方案?

附表及公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

19. (12分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 的各项均为整数, 它们的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 且 $b_1 = 2a_1 = 2$, $b_2S_3 = 54$, $a_2 + T_2 = 11$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $M_n = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \dots + a_nb_n$;

(3) 是否存在正整数 m , 使得 $\frac{S_m + T_{m+1}}{S_m + T_m}$ 恰好是数列 $\{a_n\}$ 或 $\{b_n\}$ 中的项? 若存在, 求出所有满足条件的 m 的值; 若不存在, 说明理由.

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且椭圆 C 的一个焦点与抛物线 $y^2 = 4\sqrt{3}x$ 的

焦点重合. 过点 $E(1, 0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 两点, O 为坐标原点.

(1) 若直线 l 过椭圆 C 的上顶点, 求 $\triangle MON$ 的面积;

(2) 若 A, B 分别为椭圆 C 的左、右顶点, 直线 MA, NB, MB 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 求 $k_3(k_1 + k_2)$ 的值.

21. (12 分) 已知圆 C 的极坐标方程是 $\rho = 4\cos\theta$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平

面直角坐标系, 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t + m \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 是参数), 若直线 l 与圆 C 相切, 求实数 m 的值.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 + bx$, 函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为 0.

(1) 试用含有 a 的式子表示 b , 并讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 对于函数 $f(x)$ 图象上的不同两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 如果在函数 $f(x)$ 图象上存在点

$M(x_0, y_0)$ ($x_0 \in (x_1, x_2)$), 使得在点 M 处的切线 $l \parallel AB$, 则称 AB 存在“跟随切线”. 特别地, 当 $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 时, 又称

AB 存在“中值跟随切线”. 试问: 函数 $f(x)$ 上是否存在两点 A, B 使得它存在“中值跟随切线”, 若存在, 求出 A, B 的坐标, 若不存在, 说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

根据等差数列的求和公式即可得出.

【详解】

$$\because a_1=12, S_5=90,$$

$$\therefore 5 \times 12 + \frac{5 \times 4}{2} d = 90,$$

解得 $d=1$.

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

2、B

【解析】

结合函数的对应性，利用充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

解：若 $x_0=4$ ，则 $f(x_0)=f(4)=17$ ，即 $y_0=17$ 成立，

若 $f(x)=x^2+1$ ，则由 $f(x_0)=y_0=17$ ，得 $x_0=\pm 4$ ，

则“ $y_0=17$ ”是“ $x_0=4$ ”的必要不充分条件，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合函数的对应性是解决本题的关键，属于基础题.

3、A

【解析】

根据函数解析式，可知 $f(x)$ 的定义域为 $x \in \mathbf{R}$ ，通过定义法判断函数的奇偶性，得出 $f(-x)=f(x)$ ，则 $f(x)$ 为偶函数，可排除 C, D 选项，观察 A, B 选项的图象，可知代入 $x=0$ ，解得 $f(0)>0$ ，排除 B 选项，即可得出答案.

【详解】

$$\text{解：因为 } f(x) = \frac{\cos x}{2^x + 2^{-x}},$$

所以 $f(x)$ 的定义域为 $x \in \mathbf{R}$ ，

$$\text{则 } f(-x) = \frac{\cos(-x)}{2^{-x} + 2^x} = \frac{\cos x}{2^x + 2^{-x}} = f(x),$$

$\therefore f(x)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，排除 C, D 选项，

且当 $x=0$ 时, $f(0)=\frac{1}{2}>0$, 排除 B 选项, 所以 A 正确.

故选: A .

【点睛】

本题考查由函数解析式识别函数图象, 利用函数的奇偶性和特殊值法进行排除.

4、 A

【解析】

根据 $f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称可知 $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称, 从而得到 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增且 $f(3)=f(-1)$;

再根据自变量的大小关系得到函数值的大小关系.

【详解】

$Q f(x+1)$ 为偶函数 $\therefore f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称

$\therefore f(x)$ 图象关于 $x=1$ 对称

$Q x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递减 $\therefore x \in (-\infty, 1)$ 时, $f(x)$ 单调递增

又 $f(3)=f(-1)$ 且 $-1 < -\frac{1}{2} < 0$ $\therefore f(-1) < f(-\frac{1}{2}) < f(0)$, 即 $b < a < c$

本题正确选项: A

【点睛】

本题考查利用函数奇偶性、对称性和单调性比较函数值的大小关系问题, 关键是能够通过奇偶性和对称性得到函数的单调性, 通过自变量的大小关系求得结果.

5、 A

【解析】

根据复数除法运算化简, 结合纯虚数定义即可求得 m 的值.

【详解】

由复数的除法运算化简可得

$$m + \frac{10}{3+i} = m + 3 - i,$$

因为是纯虚数, 所以 $m+3=0$,

$$\therefore m = -3,$$

故选: A .

【点睛】

本题考查了复数的概念和除法运算, 属于基础题.

6、B

【解析】

由导数确定函数的单调性，利用函数单调性解不等式即可.

【详解】

函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} = x - \frac{1}{x}$ ，可得 $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ ，

$x \in (0, +\infty)$ 时， $f'(x) > 0$ ， $f(x)$ 单调递增，

$\because e^{1-x} > 0, e^{2x-1} > 0$ ，

故不等式 $f(e^{1-x}) > f(e^{2x-1})$ 的解集等价于不等式 $e^{1-x} > e^{2x-1}$ 的解集.

$1-x > 2x-1$.

$\therefore x < \frac{2}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了利用导数判定函数的单调性，根据单调性解不等式，属于中档题.

7、B

【解析】

根据复数的除法法则计算 z ，由共轭复数的概念写出 $\bar{z}$.

【详解】

$Q z = \frac{5}{2-i} = \frac{5(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{10+5i}{5} = 2+i$ ，

$\therefore \bar{z} = 2-i$ ，

故选：B

【点睛】

本题主要考查了复数的除法计算，共轭复数的概念，属于容易题.

8、D

【解析】

根据集合的混合运算，即可容易求得结果.

【详解】

$Q A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，故可得 $\complement_U(A \cup B) = \{6\}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的混合运算，属基础题.

9、B

【解析】

利用复数的四则运算即可求解.

【详解】

$$\text{由 } \frac{z-i}{z+i} = i \Rightarrow z-i = i(z+i) \Rightarrow (1-i)z = i-1 \Rightarrow z = -1.$$

故选：B

【点睛】

本题考查了复数的四则运算，需掌握复数的运算法则，属于基础题.

10、B

【解析】

首先求得两曲线的交点坐标，据此可确定积分区间，然后利用定积分的几何意义求解面积值即可.

【详解】

$$\text{联立方程：} \begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = x \end{cases} \text{ 可得：} \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases},$$

结合定积分的几何意义可知曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y^2=x$ 所围成的平面图形的面积为：

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}.$$

本题选择 B 选项.

【点睛】

本题主要考查定积分的概念与计算，属于中等题.

11、D

【解析】

根据面面垂直的判定定理可判断①；根据空间面面平行的判定定理可判断②；根据线面平行的判定定理可判断③；根据面面垂直的判定定理可判断④.

【详解】

对于①，若 $\alpha \perp \beta = m$ ， $n \subset \alpha$ ， $n \perp m$ ， α ， β 两平面相交，但不一定垂直，故①错误；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/808070131103007032>