

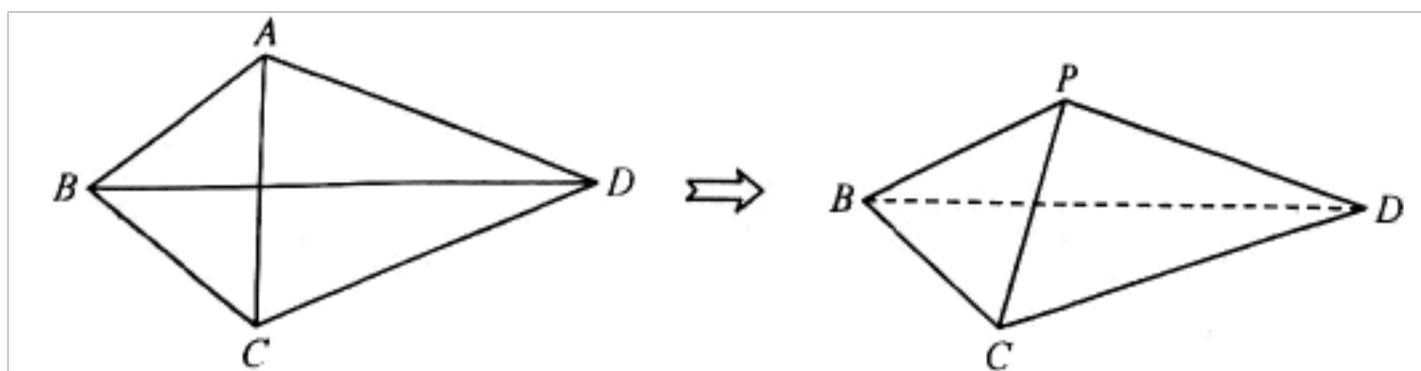
2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，满足 $AB = BC, CD = AD$ ，且 $AB + AD = 10, BD = 8$ ，沿着 BD 把 ABD 折起，使点 A 到达点 P 的位置，且使 $PC = 2$ ，则三棱锥 $P-BCD$ 体积的最大值为（ ）

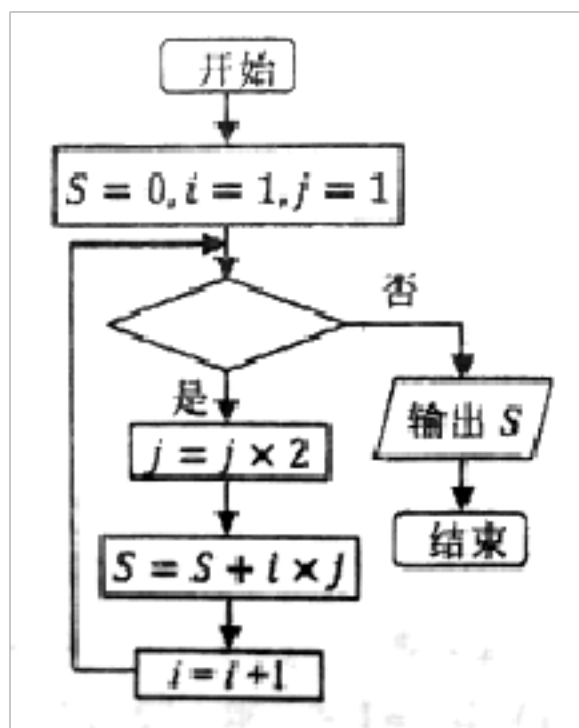


- A. 12 B. $12\sqrt{2}$ C. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{16}{3}$

2. 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-2, 2]$ 上的奇函数, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = 2^x - 1$, 则 $f(-2) + f(0) =$ ()

- A.** -3 **B.** 2 **C.** 3 **D.** -2

3. 如图所示程序框图, 若判断框内为“ $i < 4$ ”, 则输出 $S =$ ()



- A. 2 B. 10 C. 34 D. 98**

4. 将 4 名大学生分配到 3 个乡镇去当村官, 每个乡镇至少一名, 则不同的分配方案种数是()

- A. 18 种** **B. 36 种** **C. 54 种** **D. 72 种**

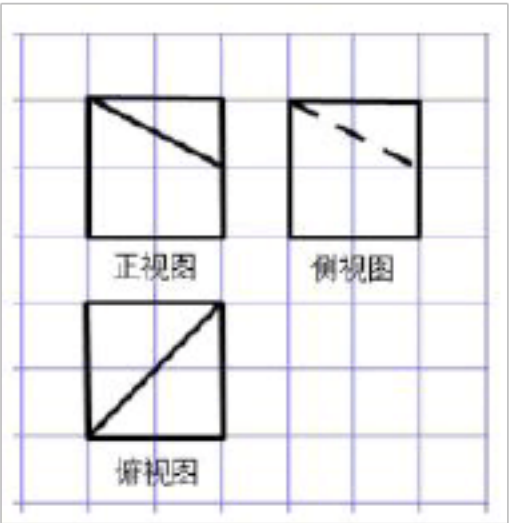
5. 若 $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+y-3 \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的取值范围是

- A. $[0,6]$ B. $[0,4]$ C. $[6, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

6. 设 $\mathbf{M}$ 是 $\triangle ABC$ 边 $\mathbf{BC}$ 上任意一点, $\mathbf{N}$ 为 $\mathbf{AM}$ 的中点, 若 $\overrightarrow{AN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu$ 的值为()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

7. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积 (单位: cm^3) 为 ()



- A. $\frac{16}{3}$ B. 6 C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{22}{3}$

8. 在天文学中, 天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足 $m_2 - m_1 = \frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2}$, 其中星等为

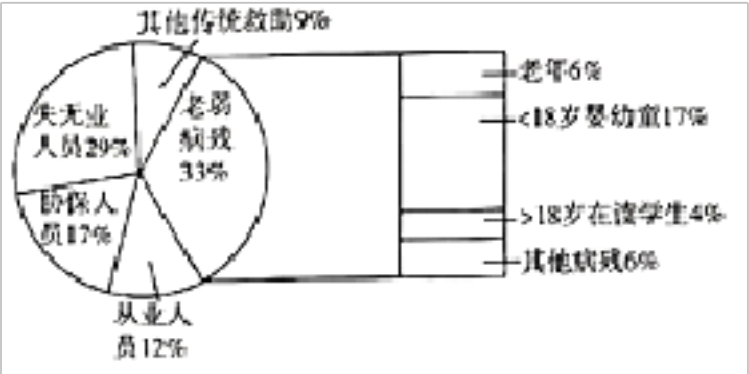
m_k 的星的亮度为 E_k ($k=1,2$). 已知太阳的星等是 -26.7 , 天狼星的星等是 -1.45 , 则太阳与天狼星的亮度的比值为()

- A. $10^{10.1}$ B. 10.1 C. $\lg 10.1$ D. $10^{-10.1}$

9. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则“ $a_1 + a_3 < 2a_2$ ”是“ $S_{2n-1} < 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要 B. 必要不充分
C. 充要 D. 既不充分也不必要

10. 为了贯彻落实党中央精准扶贫决策, 某市将其低收入家庭的基本情况经过统计绘制如图, 其中各项统计不重复. 若该市老年低收入家庭共有 **900** 户, 则下列说法错误的是 ()



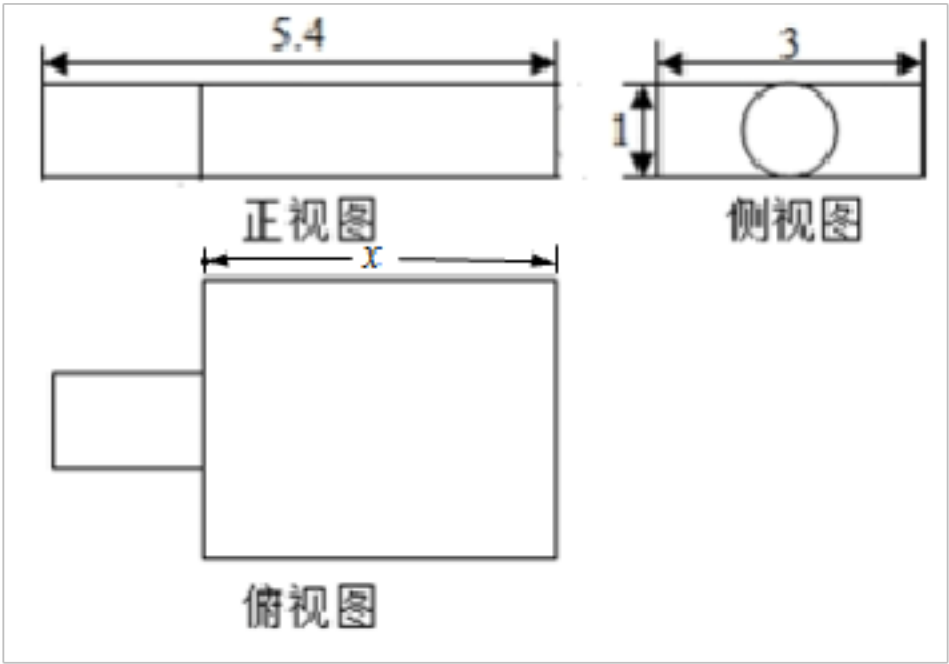
- A. 该市总有 **15000** 户低收入家庭
B. 在该市从业人员中, 低收入家庭共有 **1800** 户
C. 在该市无业人员中, 低收入家庭有 **4350** 户

D. 在该市大于 18 岁在读学生中，低收入家庭有 800 户

11. 设直线 l 过点 $A(0,-1)$ ，且与圆 $C: x^2 + y^2 - 2y = 0$ 相切于点 B ，那么 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ()

- A. ± 3 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. 1

12. 中国古代数学名著《九章算术》中记载了公元前 344 年商鞅督造的一种标准量器——商鞅铜方升，其三视图如图所示（单位：寸），若 π 取 3，当该量器口密闭时其表面积为 42.2（平方寸），则图中 x 的值为()



- A. 3 B. 3.4 C. 3.8 D. 4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_1 = 9$ ， $\frac{S_9}{9} - \frac{S_5}{5} = -4$ ，则 $a_n =$ _____.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_3 = 6$ ， $S_6 = -8$ ，则 $S_9 =$ _____.

15. $(2x - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项是_____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2\sqrt{5}$ ， $AC = \sqrt{5}$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 绕 BC 所在直线旋转一周所形成的几何体的表面积为_____.

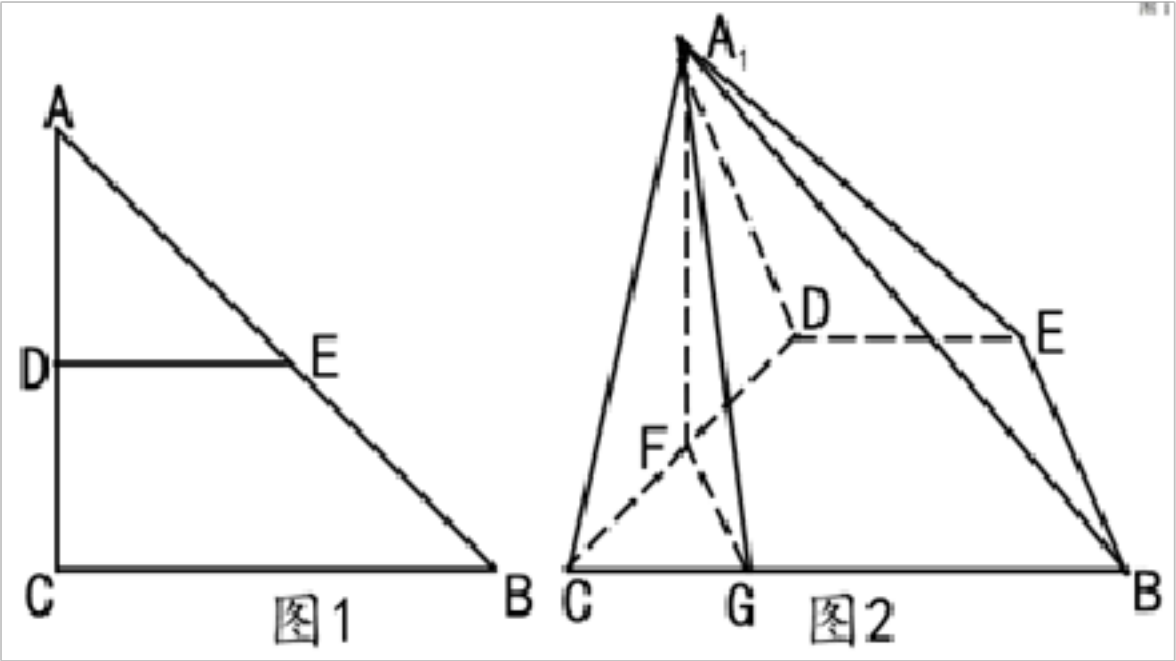
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - ax + 1 - a$ ($a \in R$).

(1) 若 $f(x) \leq 0$ 对任意 $x > -1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

(2) 求证： $-\ln(x+1) + xe^{x-1} - x + 1 \geq 0$

18. (12 分) 如图 1，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， D ， E 分别为 AC ， AB 的中点， F 为 CD 的中点， G 在线段 BC 上，且 $BG = 3CG$ 。将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起，使点 A 到 A_1 的位置（如图 2 所示），且 $A_1F \perp CD$ 。



- (1) 证明： $BE \parallel$ 平面 A_1FG ；
- (2) 求平面 A_1FG 与平面 A_1BE 所成锐二面角的余弦值

19.（12 分）随着互联网金融的不断发展，很多互联网公司推出余额增值服务产品和活期资金管理服务产品，如蚂蚁金服旗下的“余额宝”，腾讯旗下的“财富通”，京东旗下“京东小金库”.为了调查广大市民理财产品的选择情况，随机抽取 **1200** 名使用理财产品的市民，按照使用理财产品的情况统计得到如下频数分布表：

分组	频数（单位：名）
使用“余额宝”	x
使用“财富通”	y
使用“京东小金库”	30
使用其他理财产品	50
合计	1200

已知这 **1200** 名市民中，使用“余额宝”的人比使用“财富通”的人多 **160** 名.

- (1) 求频数分布表中 x ， y 的值；
- (2) 已知 **2018** 年“余额宝”的平均年化收益率为 **2.8%**，“财富通”的平均年化收益率为 **4.2%**.若在 **1200** 名使用理财产品的市民中，从使用“余额宝”和使用“财富通”的市民中按分组用分层抽样方法共抽取 **7** 人，然后从这 **7** 人中随机选取 **2** 人，假设这 **2** 人中每个人理财的资金有 **10000** 元，这 **2** 名市民 **2018** 年理财的利息总和为 X ，求 X 的分布列及数学期望.注：平均年化收益率，也就是我们所熟知的利息，理财产品“平均年化收益率为 **3%**”即将 **100** 元钱存入某理财产品，一年可以获得 **3** 元利息.

20.（12 分）随着时代的发展，**A** 城市的竞争力、影响力日益卓著，这座创新引领型城市有望踏上向“全球城市”发起“冲击”的新征程.**A** 城市的活力与包容无不吸引着无数怀揣梦想的年轻人前来发展，目前 **A** 城市的常住人口大约为 **1300** 万.近日，某报社记者作了有关“你来 **A** 城市发展的理由”的调查问卷，参与调查的对象年龄层次在 **25~44** 岁之间.收集到的

相关数据如下：

来 A 城市发展的理由		人数	合计
自然环境	1.森林城市，空气清新	200	300
	2.降水充足，气候怡人	100	
人文环境	3.城市服务到位	150	700
	4.创业氛围好	300	
	5.开放且包容	250	
合计		1000	1000

- （1）根据以上数据，预测 400 万 25~44 岁年龄的人中，选择“创业氛围好”来 A 城市发展的有多少人；
- （2）从所抽取选择“自然环境”作为来 A 城市发展的理由的 300 人中，利用分层抽样的方法抽取 6 人，从这 6 人中再选取 3 人发放纪念品.求选出的 3 人中至少有 2 人选择“森林城市，空气清新”的概率；
- （3）在选择“自然环境”作为来 A 城市发展的理由的 300 人中有 100 名男性；在选择“人文环境”作为来 A 城市发展的理由的 700 人中有 400 名男性；请填写下面 2×2 列联表，并判断是否有 99.9% 的把握认为性别与“自然环境”或“人文环境”的选择有关？

	自然环境	人文环境	合计
男			
女			
合计			

附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}, \quad n = a + b + c + d.$

$P (K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

21.（12 分）设等比数列{ a_n }的前 n 项和为 S_n ，若 $a_{n+1} = 2S_n + 1 (n \in N^*)$

（ I ）求数列{ a_n }的通项公式；

(II) 在 a_n 和 a_{n+1} 之间插入 n 个实数, 使得这 $n+2$ 个数依次组成公差为 d_n 的等差数列, 设数列 $\{\frac{1}{d_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < 2$.

22. (10 分) 设函数 $f(x) = me^x - x^2 + 3$, 其中 $m \in R$.

- (I) 当 $f(x)$ 为偶函数时, 求函数 $h(x) = xf(x)$ 的极值;
- (II) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[-2, 4]$ 上有两个零点, 求 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

过 P 作 $PE \perp BD$ 于 E , 连接 CE , 易知 $CE \perp BD$, $PE = CE$, 从而可证 $BD \perp$ 平面 PCE , 进而可知

$V_{P-BCD} = V_{B-PCE} + V_{D-PCE} = \frac{1}{3} S_{\triangle PCE} \cdot BD = \frac{8}{3} S_{\triangle PCE}$, 当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时, V_{P-BCD} 取得最大值, 取 PC 的中点 F , 可得

$EF \perp PC$, 再由 $S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2} PC \cdot EF = \sqrt{PE^2 - 1}$, 求出 PE 的最大值即可.

【详解】

在 $\triangle BPD$ 和 $\triangle BCD$ 中, $\begin{cases} PB = BC \\ PD = CD \\ BD = BD \end{cases}$, 所以 $\triangle BPD \cong \triangle BCD$, 则 $\angle PBD = \angle CBD$,

过 P 作 $PE \perp BD$ 于 E , 连接 CE , 显然 $\triangle BPE \cong \triangle BCE$, 则 $CE \perp BD$, 且 $PE = CE$,

又因为 $PE \cap CE = E$, 所以 $BD \perp$ 平面 PCE ,

所以 $V_{P-BCD} = V_{B-PCE} + V_{D-PCE} = \frac{1}{3} S_{\triangle PCE} \cdot BD = \frac{8}{3} S_{\triangle PCE}$,

当 $S_{\triangle PCE}$ 最大时, V_{P-BCD} 取得最大值, 取 PC 的中点 F , 则 $EF \perp PC$,

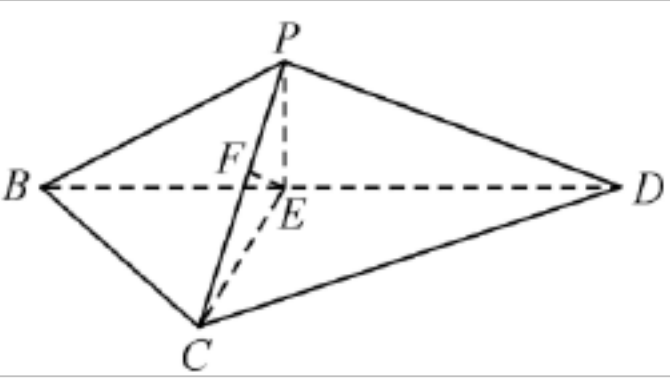
所以 $S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2} PC \cdot EF = \sqrt{PE^2 - 1}$,

因为 $PB + PD = 10, BD = 8$, 所以点 P 在以 B, D 为焦点的椭圆上 (不在左右顶点), 其中长轴长为 10, 焦距长为 8,

所以 PE 的最大值为椭圆的短轴长的一半，故 PE 最大值为 $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，

所以 $S_{\triangle PCE}$ 最大值为 $2\sqrt{2}$ ，故 V_{P-BCD} 的最大值为 $\frac{8}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 。

故选：C.



【点睛】

本题考查三棱锥体积的最大值，考查学生的空间想象能力与计算求解能力，属于中档题.

2、A

【解析】

由奇函数定义求出 $f(0)$ 和 $f(-2)$.

【详解】

因为 $f(x)$ 是定义在 $[-2, 2]$ 上的奇函数， $\therefore f(0) = 0$. 又当 $x \in (0, 2]$ 时，

$$f(x) = 2^x - 1, \therefore f(-2) = -f(2) = -(2^2 - 1) = -3, \therefore f(-2) + f(0) = -3.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查函数的奇偶性，掌握奇函数的定义是解题关键.

3、C

【解析】

由题意，逐步分析循环中各变量的值的变化情况，即可得解.

【详解】

由题意运行程序可得：

$$i < 4, \quad j = 1 \times 2 = 2, \quad s = 0 + 1 \times 2 = 2, \quad i = 1 + 1 = 2;$$

$$i < 4, \quad j = 2 \times 2 = 4, \quad s = 2 + 2 \times 4 = 10, \quad i = 2 + 1 = 3;$$

$$i < 4, \quad j = 4 \times 2 = 8, \quad s = 10 + 3 \times 8 = 34, \quad i = 3 + 1 = 4;$$

$i < 4$ 不成立，此时输出 $s = 34$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了程序框图，只需在理解程序框图的前提下细心计算即可，属于基础题.

4、B

【解析】

把4名大学生按人数分成3组，为1人、1人、2人，再把这三组分配到3个乡镇即得.

【详解】

把4名大学生按人数分成3组，为1人、1人、2人，再把这三组分配到3个乡镇，

则不同的分配方案有 $C_4^2A_3^3=36$ 种.

故选：B.

【点睛】

本题考查排列组合，属于基础题.

5、D

【解析】

解：x、y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x+y-3 \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \end{cases}$ ，表示的可行域如图：

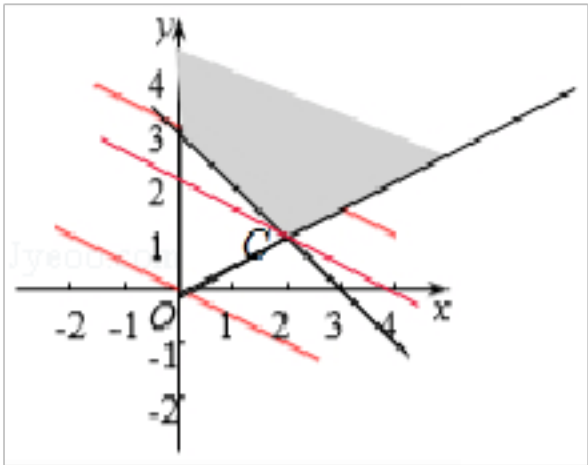
目标函数 $z=x+2y$ 经过 C 点时，函数取得最小值，

由 $\begin{cases} x+y-3=0 \\ x-2y=0 \end{cases}$ 解得 C（2，1），

目标函数的最小值为：4

目标函数的范围是[4，+∞).

故选 D.



6、B

【解析】

设 $\overline{BM} = t\overline{BC}$ ，通过 $\overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AM}$ ，再利用向量的加减运算可得 $\overline{AN} = \frac{1-t}{2}\overline{AB} + \frac{t}{2}\overline{AC}$ ，结合条件即可得解.

【详解】

设 $\overrightarrow{BM} = t\overrightarrow{BC}$,

则有 $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}t\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{t}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1-t}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{t}{2}\overrightarrow{AC}$.

又 $\overrightarrow{AN} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$,

所以 $\begin{cases} \lambda = \frac{1-t}{2} \\ \mu = \frac{t}{2} \end{cases}$, 有 $\lambda + \mu = \frac{1-t}{2} + \frac{t}{2} = \frac{1}{2}$.

故选 **B**.

【点睛】

本题考查了向量共线及向量运算知识，利用向量共线及向量运算知识，用基底向量向量来表示所求向量，利用平面向量表示法唯一来解决问题.

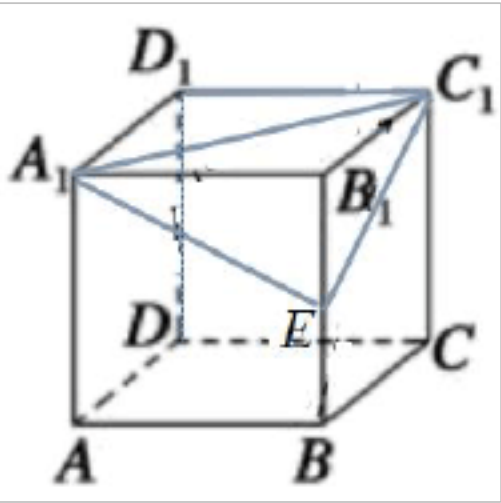
7、 **D**

【解析】

根据几何体的三视图，该几何体是由正方体去掉三棱锥得到，根据正方体和三棱锥的体积公式可求解.

【详解】

如图,该几何体为正方体去掉三棱锥 $B_1 - A_1C_1E$,



所以该几何体的体积为： $V = V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1} - V_{B_1-A_1C_1E} = 2 \times 2 \times 2 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 1 = \frac{22}{3}$,

故选： **D**

【点睛】

本题主要考查了空间几何体的三视图以及体积的求法，考查了空间想象力，属于中档题.

8、 **A**

【解析】

由题意得到关于 E_1, E_2 的等式，结合对数的运算法则可得亮度的比值.

【详解】

两颗星的星等与亮度满足 $m_2 - m_1 = \frac{5}{2} \lg \frac{E_2}{E_1}$, 令 $m_2 = -1.45, m_1 = -26.7$,

$$\lg \frac{E_2}{E_1} = \frac{2}{5} \cdot (m_2 - m_1) = \frac{2}{5} (-1.45 + 26.7) = 10.1, \frac{E_2}{E_1} = 10^{10.1} .$$

故选 **A**.

【点睛】

本题以天文学问题为背景,考查考生的数学应用意识、信息处理能力、阅读理解能力以及指数对数运算.

9、**A**

【解析】

首先根据等比数列分别求出满足 $a_1 + a_3 < 2a_2$, $S_{2n-1} < 0$ 的基本量，根据基本量的范围即可确定答案.

【详解】

$\{a_n\}$ 为等比数列，

$$\text{若 } a_1 + a_3 < 2a_2 \text{ 成立，有 } a_1 (q^2 - 2q + 1) < 0 ,$$

因为 $q^2 - 2q + 1 \geq 0$ 恒成立，

故可以推出 $a_1 < 0$ 且 $q \neq 1$,

若 $S_{2n-1} < 0$ 成立，

当 $q = 1$ 时，有 $a_1 < 0$,

$$\text{当 } q \neq 1 \text{ 时，有 } \frac{a_1 (1 - q^{2n-1})}{1 - q} < 0 , \text{ 因为 } \frac{1 - q^{2n-1}}{1 - q} > 0 \text{ 恒成立，所以有 } a_1 < 0 ,$$

故可以推出 $a_1 < 0$, $q \in \mathbf{R}$,

所以“ $a_1 + a_3 < 2a_2$ ”是“ $S_{2n-1} < 0$ ”的充分不必要条件.

故选：**A**.

【点睛】

本题主要考查了等比数列基本量的求解，充分必要条件的集合关系，属于基础题.

10、**D**

【解析】

根据给出的统计图表，对选项进行逐一判断，即可得到正确答案.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/808102026047006052>