

# 2024年新结构模拟适应性特训卷(一)

## 高三数学

+着诛时闰x150 到钥 诛即激到x150 列 -

### 注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共8小题, 每小题5分, 共40分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. (2024上·河北沧州·高二校联考期末) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = n^2 + 2$ , 则123是该数列的( )

- A. 第9项    B. 第10项    C. 第11项    D. 第12项

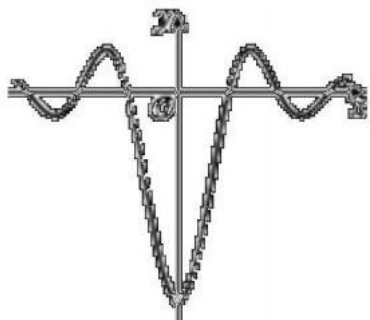
2. (2024上·四川凉山·高二统考期末) 空间四边形ABCD中, 点M在AD上, 且 $DM = 2MA$ , N为BC中点, 则 $\overrightarrow{MN}$ 等于( )

- A.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$     B.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$   
C.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$     D.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

3. (2024上·广东深圳·高二深圳市高级中学校考期末) 若直线 $l: mx + ny - 1 = 0$  圆  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  相切, 则原点O到直线l距离的最大值为( )

- A.  $\sqrt{3}$     B. 2    C.  $2\sqrt{2}$     D. 1

4. (2024上·山西太原·高三统考期末) 如图是函数 $f(x)$ 的部分图象, 则 $f(x)$ 的解析式为( )



- A.  $f(x) = \frac{\sin 6x}{2^x - 2^{-x}}$     B.  $f(x) = \frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$   
C.  $f(x) = \frac{\sin 6x}{2^{-x} - 2^x}$     D.  $f(x) = \frac{\cos 6x}{2^{-x} - 2^x}$

5. (2024上·四川成都·高三成都七中校考期末)若 $x^6=a_0+a(x-6)+a_2(x-6)^2+\dots+a_6(x-6)^6$ , 则 $a_5=$

( )

- A.6                      B.16                      C.36                      D.90

6. (2024上·江西·高三校考期末)下表统计了2017年~2022年我国的新生儿数量(单位:万人).

年份	2017	2018	2019	2020	2021	2022
年份代码x	1	2	3	4	5	6
新生儿数量y	1723	1523	1465	1200	1062	956

经研究发现新生儿数量与年份代码之间满足线性相关关系, 且 $y=-156.66x+a$ , 据此预测2023年新生

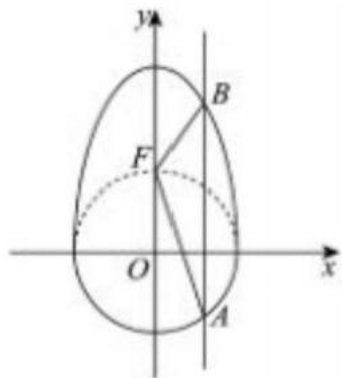
儿数量约为( ) (精确到0.1) (参考数据:  $\sum_{i=1}^6 y_i = 7929$ )

- A.773.2 万    B.791.1 万                      C.800.2 万                      D.821.1 万

7. (2024上·山东潍坊·高二统考期末)月光石是由两种长石混合组成的具有月光效应的长石族矿物.

它的截面可近似看成由半圆和半椭圆组成, 如图所示, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 半圆的圆心在坐标原点,

半圆所在的圆关于 $x$ 轴对称, 半圆的半径为 $2$ , 半椭圆的长轴与半圆的直径重合若直线 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 与半圆交于点 $A$ , 与半椭圆交于点 $B$ , 则 $\triangle ABF$ 的面积为( )



- A.  $\frac{9(\sqrt{2}+1)}{4}$     B.  $\frac{3(\sqrt{2}+1)}{2}$                       C.  $\sqrt{2}+1$                       D.  $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$

8. (2024上·江苏扬州·高二统考期末)在 $\square ABC$ 中, 已知 $D$ 为边 $BC$ 上一点,  $CD=\lambda DB$ ,  $\angle BAD = \frac{\pi}{4}$ . 若

$\tan \angle ACB$ 的最大值为 $2$ , 则常数 $\lambda$ 的值为( )

- A.  $\frac{\sqrt{10}-3}{4}$     B.  $\frac{\sqrt{10}+3}{4}$                       C.  $\frac{\sqrt{10}+1}{4}$                       D.  $\frac{\sqrt{10}-1}{4}$

二、选择题: 本题共3小题, 每小题6分, 共18分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部

选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

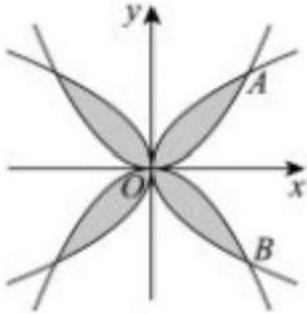
9. (2024上·浙江宁波·高三镇海中学校考期末)已知复数 $z_1, z_2$ , 则下列结论正确的有( )

- A.  $z_1^2 = \overline{z_1^2}$     B.  $z \cdot \overline{z} = \overline{z \cdot z}$     C.  $|zz_2| = |z| \cdot |z_2|$     D.  $|z_1+z_2| = |z_1|+|z_2|$

10. (2024上·福建莆田·高一莆田第四中学校考期末)已知实数 $x, y$  满足 $x^2+y^2=1$ , 则一定有( )

- A.  $-1 \leq x \leq 1$     B.  $-\frac{1}{2} \leq xy \leq \frac{1}{2}$     C.  $-1 \leq x+y \leq 1$     D.  $-\sqrt{5} \leq x+2y \leq \sqrt{5}$

11. (2024上·山东烟台·高三统考期末)我国著名数学家华罗庚先生说：“就数学本身而言，是壮丽多彩、千姿百态、引人入胜的……认为数学枯燥乏味的人，只是看到了数学的严谨性，而没有体会出数学的内在美。”图形美是数学美的重要方面.如图，由抛物线 $y^2=2px(p>0)$  分别逆时针旋转 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  可围成“四角花瓣”图案(阴影区域),则( )



- A. 开口向下的抛物线的方程为 $x^2 = -2py (p>0)$   
 B. 若 $|AB|=8$ , 则 $p=2$   
 C. 设 $p=1$ , 则 $t=1$  时, 直线 $x=t$  截第一象限花瓣的弦长最大  
 D. 无论 $p$  为何值, 过点 $B$  且与第二象限花瓣相切的两条直线的夹角为定值

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. (2024上·广东深圳·高一统考期末)已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}, B=\{x \in \mathbb{N} | 2x-3 < 0\}$ , 则 $A \cap B =$ \_\_\_\_\_

13. (2024·广东肇庆·校考模拟预测)采取随机模拟的方法估计某型号防空导弹击中目标的概率，先由计算器算出0到9之间取整数值的随机数，指定1, 2, 3, 4表示击中目标，5, 6, 7, 8, 9, 0表示未击中目标，以三个随机数为一组，代表三次发射的结果，经随机数模拟产生了20组随机数：

107956181    935271    832612458329683

331257393027556498730113537989

根据以上数据，估计该型号防空导弹三次发射至少有一次击中目标的概率为\_\_\_\_\_

14. (2024·全国·模拟预测)在三棱锥 $S-ABC$  中，侧面 $SBC \perp$  底面 $ABC, \triangle ABC$  是等腰直角三角形，且斜边 $AC=4, SB=SC=\sqrt{10}$ , 则三棱锥 $S-ABC$  的外接球的表面积为\_\_\_\_\_

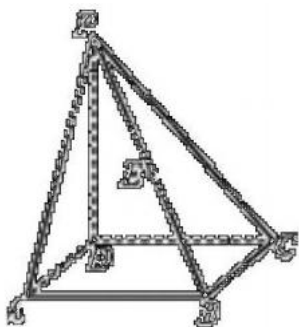
四、解答题：本题共5小题，其中第15题13分，第16, 17题15分，第18, 19题17分，共77分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (满分13分) (2024·广东广州·仲元中学校考一模) 在 $\triangle ABC$ 内，角 $A, B, C$  所对的边分别为 $a, b, c$ , 且 $b\cos A - c\cos B = (a-c)\cos(A+C)$ .

(1) 求角 $B$  的值;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{13}$ , 求 $\triangle ABC$ 的周长.

16. (满分15分) (2024·广东肇庆·校考模拟预测) 在四棱锥 $P-ABCD$  中，底面是边长为2的正方形， $PD \perp$  平面 $ABCD$ ,  $PD = 3$ ,  $E$  是棱 $PB$ 上一点.



(1) 若 $E$  为 $PB$ 的中点，求直线 $PB$ 与平面 $AEC$ 所成角的正弦值;

(2) 若平面 $AEC$ 与平面 $PBC$  的夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{26}}{26}$ , 求点 $E$  的位置.

17. (满分15分) (2024-湖南邵阳-统考一模) 已知递增的等差数列 $\{a_n\} (n \in \mathbb{N}^*)$ 满足:

$a_2 + a_4 + a_6 = 21$ ,  $a_1, a_2, a_3$  成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $S_n$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和,  $b_n = \frac{S_n}{2^n}$  求数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ .

18. (满分17分) (2024·全国·模拟预测) 已知函数 $f(x) = ax + \ln x + 1$ ,  $g(x) = xe^{2-2x}$ .

(1) 若 $f(x)$ 的极大值为1, 求实数 $a$  的值;

(2) 若 $a = -1$ , 求证:  $f(x) \leq g(x)$ .

19. (满分17分) (2024·陕西铜川·统考一模) 概率论中有很多经典的不等式，其中最著名的两个当属由两位俄国数学家马尔科夫和切比雪夫分别提出的马尔科夫 (Markov) 不等式和切比雪夫 (Chebyshev) 不等式. 马尔科夫不等式的形式如下:

设 $X$  为一个非负随机变量，其数学期望为 $E(X)$ ，则对任意  $\varepsilon > 0$ , 均有  $P(X \geq \varepsilon) \leq \frac{E(X)}{\varepsilon}$ ,

马尔科夫不等式给出了随机变量取值不小于某正数的概率上界，阐释了随机变量尾部取值概率与其数学期望间的关系. 当 $X$  为非负离散型随机变量时，马尔科夫不等式的证明如下:

设  $x$  的分布列为  $P(X=x)=p, i=1,2,\dots,n$ , 其中  $p_i \in (0,+\infty), x_i \in [0,+\infty)(i=1,2,\dots,n), \sum_{i=1}^n p_i = 1$ , 则对任

意  $\varepsilon > 0$ ,  $P(X \geq \varepsilon) = \sum_{x_i \geq \varepsilon} p_i \leq \sum_{x_i \geq \varepsilon} \frac{x_i}{\varepsilon} p_i = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{x_i \geq \varepsilon} x_i p_i \leq \frac{1}{\varepsilon} \sum_{i=1}^n x_i p_i = \frac{E(X)}{\varepsilon}$ , 其中符号  $\sum_{x_i \geq \varepsilon} A_i$  表示对所有满足  $x_i \geq \varepsilon$  的指标  $i$  所对应的  $A$  求和.

切比雪夫不等式的形式如下:

设随机变量  $X$  的期望为  $E(X)$ , 方差为  $D(X)$ , 则对任意  $\varepsilon > 0$ , 均有  $P(|X - E(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$

(1) 根据以上参考资料, 证明切比雪夫不等式对离散型随机变量  $X$  成立.

(2) 某药企研制出一种新药, 宣称对治疗某种疾病的有效率为80%. 现随机选择了100名患者, 经过使用该药治疗后, 治愈的人数为60人, 请结合切比雪夫不等式通过计算说明药厂的宣传内容是否真实可信.

# 2024年高考数学新结构模拟适应性特训卷(一)

## 答案

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C	B	C	C	A	D	D

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

序号	9	10	11
答案	BC	ABD	ABD

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12  $\{0, 1\}$

13  $\frac{17}{20}/0.85$

14  $\frac{41\pi}{2}$

四、解答题：本题共5小题，其中第15题13分，第16, 17题15分，第18, 19题17分，共77分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (满分13分)

**【答案】** (1)  $B = \frac{\pi}{3}$

(2)  $7 + \sqrt{13}$

**【分析】** (1) 由正弦定理和三角恒等变换得到  $\cos B = \frac{1}{2}$ ，求出角B:

(2) 由余弦定理和面积公式得到方程，求出a+c，进而求出周长.

【详解】(1) 由  $\cos(A+C)=-\cos B$ , 得  $b\cos A-c\cos B=(c-a)\cos B$

$\therefore$  由正弦定理, 得  $\sin B\cos A-\sin C\cos B=(\sin C-\sin A)\cos B$ .

$\therefore \sin A\cos B+\cos A\sin B=2\sin C\cos B$ .

$\therefore \sin(A+B)=2\sin C\cos B$ .

又  $A+B+C=\pi$ ,

$\therefore \sin(A+B)=\sin C$ .

又  $\because 0 < C < \pi$ ,

$\therefore \cos B = \frac{1}{2}$ .

又  $B \in (0, \pi)$ ,

$\therefore B = \frac{\pi}{3}$ .

(2) 由(1)知  $B = \frac{\pi}{3}$ .

$\therefore b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B = a^2 + c^2 - ac$  ①

又  $S = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{\sqrt{3}}{4}ac$ , 故  $\frac{\sqrt{3}}{4}ac = 3\sqrt{3}$ ,

$\therefore ac = 12$ , ②

又  $\because b = \sqrt{13}$ ,

$\therefore$  由①②, 得  $a^2 + c^2 - 12 = 13$ , 故  $a^2 + c^2 = 25$ ,

$\therefore (a+c)^2 = a^2 + c^2 + 2ac = 25 + 24 = 49$ ,

故  $a+c=7$ , 周长为  $7 + \sqrt{13}$ .

16. (满分15分)

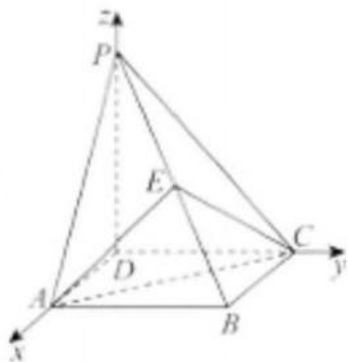
【答案】a)  $\frac{2}{17}\sqrt{34}$

(2) 点E为PB的中点

【分析】(1) 由题设条件建系, 表示出相关点, 分别计算PB坐标和平面AEC的法向量坐标, 利用线面所成角的空间向量计算公式即得;

(2) 在原有坐标系中, 设出参数t表示出点E的坐标, 分别计算平面AEC与平面PBC的法向量, 利用面面所成角的空间向量计算公式列出方程解之即得.

【详解】 (1)



如图, 分别以DA,DC,DP 为x,y,z 轴的正方向建立空间直角坐标系. 则

$$A(2,0,0), C(0,2,0), B(2,2,0), P(0,0,3), E(1,1,\frac{3}{2}).$$

于是,  $\overline{PB} = (2,2,-3), \overline{AE} = (-1,1,\frac{3}{2}), \overline{AC} = (-2,2,0)$ , 设平面AEC的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$ ,

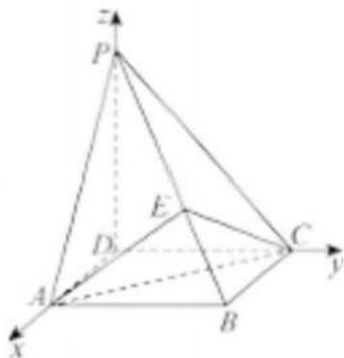
$$\text{则} \begin{cases} \vec{n} \cdot \overline{AE} = -x + y + \frac{3}{2}z = 0 \\ \vec{n} \cdot \overline{AC} = -2x + 2y = 0 \end{cases},$$

故可取 $\vec{n}=(1,1,0)$ . 设直线PB与平面AEC所成角为 $\theta$ ,

$$\text{则} \sin \theta = |\cos \langle \overline{PB}, \vec{n} \rangle| = \frac{4}{\sqrt{17} \times \sqrt{2}} = \frac{2}{17} \sqrt{34}.$$

即直线 PB与平面AEC所成角的正弦值, 是 $\frac{2}{17} \sqrt{34}$ .

(2)



如图, 设 $E(a,b,c), BE=tBP$ , 则 $0 \leq t \leq 1$ , 因 $B(2,2,0), P(0,0,3)$ , 故 $(a-2, b-2, c) = t(-2, -2, 3)$ , 解得:

$$E(2-2t, 2-2t, 3t),$$

则 $\overline{AE} = (-2t, 2-2t, 3t), \overline{AC} = (-2, 2, 0)$ , 设平面AEC的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$

$$\text{则} \begin{cases} \vec{m}_1 \cdot \overline{AE} = -2tx_1 + (2-2t)y_1 + 3tz_1 = 0 \\ \vec{m}_1 \cdot \overline{AC} = -2x_1 + 2y_1 = 0 \end{cases}, \text{故可取} \vec{m}_1 = (3t, 3t, 4t-2).$$

又 $\overline{BP} = (-2, -2, 3), \overline{BC} = (-2, 0, 0)$ , 设平面BPC的法向量为 $\vec{m}_2=(x_2, y_2, z_2)$ ,



$$\text{则} \begin{cases} \overline{m_2} \cdot \overline{BP} = -2x_2 - 2y_2 + 3z_2 = 0 \\ \overline{m_2} \cdot \overline{BC} = -2x_2 = 0 \end{cases}, \text{故可取 } m_2 = (0, 3, 2).$$

$$\text{设平面AEC与平面PBC的夹角为 } \alpha, \text{ 则 } \cos \alpha = \frac{3\sqrt{26}}{26} = |\cos \langle \overline{m_1}, \overline{m_2} \rangle| = \frac{|17t - 4|}{\sqrt{34t^2 - 16t + 4} \times \sqrt{13}}$$

解得:  $t = \frac{1}{2}$  或  $t = -\frac{1}{34}$ , 因  $0 \leq t \leq 1$ , 故  $t = \frac{1}{2}$ . 即当点E为PB的中点时, 平面AEC与平面PBC的夹角

的余弦值为  $\frac{3\sqrt{26}}{26}$ .

17. (满分15分)

【答案】(1)  $a_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$

$$(2) T_n = 6 - \frac{n^2 + 4n + 6}{2^n}, n \in \mathbb{N}^*$$

【分析】(1) 根据题中条件列出方程组, 解出即可;

(2) 错位相减后得到结果, 再用错位相减法进行计算, 即可求解.

【详解】(1) 设  $a_n = a + (n-1)d, d > 0$ ,

$$\text{由题意得} \begin{cases} 3a_4 = 21 \\ a_2^2 = a_1 a_5 \end{cases}, \text{即} \begin{cases} 3(a_1 + 3d) = 21 \\ (a_1 + d)^2 = a_1(a_1 + 4d) \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases} \text{或} \begin{cases} a_1 = 7 \\ d = 0 \end{cases} \text{ (舍去)}$$

$\therefore a_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$

$$(2) \text{由(1)可得 } S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = n^2,$$

$$\text{则 } b_n = \frac{S_n}{2^n} = \frac{n^2}{2^n}, T_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n = \frac{S_1}{2} + \frac{S_2}{2^2} + \frac{S_3}{2^3} + \dots + \frac{S_n}{2^n}, \text{ ①}$$

$$\text{可得: } \frac{1}{2} T_n = \frac{S_1}{2^2} + \frac{S_2}{2^3} + \frac{S_3}{2^4} + \dots + \frac{S_{n-1}}{2^n} + \frac{S_n}{2^{n+1}} \text{ ②}$$

$$\text{①-②可得: } \frac{1}{2} T_n = \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \dots + \frac{a_n}{2^n} - \frac{S_n}{2^{n+1}},$$

$$\text{设 } K_n = \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \dots + \frac{a_n}{2^n} \text{ ③}$$

$$\frac{1}{2} K_n = \frac{a_1}{2^2} + \frac{a_2}{2^3} + \frac{a_3}{2^4} + \dots + \frac{a_{n-1}}{2^n} + \frac{a_n}{2^{n+1}}, \text{ ④}$$

③-④可得:

$$\frac{1}{2} K_n = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \dots + \frac{2}{2^n} - \frac{2n-1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{\frac{1}{4} \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right]}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{2n-1}{2^{n+1}} = \frac{3}{2} - \frac{2n+3}{2^{n+1}},$$

$$\text{则 } K_n = 3 - \frac{2n+3}{2^n},$$

$$\therefore \frac{1}{2} T_n = K_n - \frac{n^2}{2^{n+1}} = 3 - \frac{2n+3}{2^n} - \frac{n^2}{2^{n+1}}$$

$$\therefore T_n = 6 - \frac{n^2 + 4n + 6}{2^n}, n \in \mathbf{N}^*$$

18. (满分17分)

**【答案】** (1)  $-\frac{1}{e}$

(2) 证明见解析

**【分析】** (1) 分类讨论, 利用导数判断函数的单调区间, 根据极大值建立方程求解即可;

(2) 把问题转化为证明  $xe^4 - x - \ln x - 1 \geq 0$ , 构造函数, 利用导数研究函数最值即可证明.

**【详解】** (1)  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ ,  $f'(x) = a + \frac{1}{x} = \frac{ax+1}{x}$

当  $a \geq 0$  时,  $f(x) > 0, f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 函数  $f(x)$  无极值;

当  $a < 0$  时, 令  $f(x) > 0$ , 得  $(0 < x < -\frac{1}{a})$ , 令  $f(x) < 0$ , 得  $x > -\frac{1}{a}$ ,

所以  $f(x)$  在  $(0, -\frac{1}{a})$  上单调递增, 在  $(-\frac{1}{a}, +\infty)$  上单调递减,

故当  $x = -\frac{1}{a}$  时,  $f(x)$  取得极大值, 极大值为  $f(-\frac{1}{a}) = \ln(-\frac{1}{a}) = 1$ , 解得  $a = -\frac{1}{e}$

经验证:  $a = -\frac{1}{e}$  符合题意, 故实数  $a$  的值为  $-\frac{1}{e}$ .

(2) 当  $a = -1$  时,  $f(x) = \ln x - x + 1$ , 故要证  $f(x) \leq g(x)$ , 即证  $xe^4 - x - \ln x - 1 \geq 0$ .

令  $F(x) = xe^x - x - \ln x - 1$ , 则  $F'(x) = (x+1)e^x - \frac{1}{x} - 1 = (x+1)\left(e^x - \frac{1}{x}\right), x > 0$

令  $G(x) = e^x - \frac{1}{x}, x > 0$ , 则  $G'(x) = e^x + \frac{1}{x^2} > 0$ ,

所以  $G(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,

又因为  $G\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{e} - 2 < 0, G_0 = e - 1 > 0$ ,

所以  $\exists x_0 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ , 使得  $G(x_0) = 0$ , 且  $e^{x_0} = \frac{1}{x_0}$ ,

当  $x \in (0, x_0)$  时,  $G(x) < 0$ , 当  $x \in (x_0, +\infty)$  时,  $G(x) > 0$ ,

所以  $F(x)$  在  $(0, x_0)$  上单调递减, 在  $(x_0, +\infty)$  上单调递增,

所以  $F(x)_{\min} = F(x_0) = x_0 e^{x_0} - x_0 - \ln x_0 - 1$ .

又因为  $e^{x_0} = \frac{1}{x_0}$  即  $x_0 = -\ln x_0$ :

所以  $F(x)_{\min} = 1 - x_0 + x_0 - 1 = 0$ ,

所以  $f(x) \geq 0$ , 即  $xe^4 - x - \ln x - 1 \geq 0$ , 故  $f(x) \leq g(x)$  得证.

19. (满分17分)

【答案】(1)证明见解析

(2)不可信

【分析】(1)利用马尔科夫不等式的证明示例证明即可;

(2)由题意可知治愈的人数为  $X$  服从二项分布, 由二项分布计算均值与方差, 再结合切比雪夫不等式说明即可.

【详解】(1)法一: 对非负离散型随机变量  $[X - E(X)]^2$  及正数  $\varepsilon^2$  使用马尔科夫不等式,

$$P(|X - E(X)| \geq \varepsilon) = P([X - E(X)]^2 \geq \varepsilon^2) \leq \frac{E[X - E(X)]^2}{\varepsilon^2} = \frac{D(X)}{\varepsilon^2}.$$

法二: 设  $X$  的分布列为

$$P(X=x_i) = p_i, i=1, 2, \dots, n,$$

其中  $p_i, x_i \in (0, +\infty) (i=1, 2, \dots, n), \sum_{i=1}^n p_i = 1$ , 记  $\mu = E(X)$ , 则对任意  $\varepsilon > 0$ ,

$$P(X - \mu \geq \varepsilon) = \sum_{|x_i - \mu| \geq \varepsilon} p_i \leq \sum_{|x_i - \mu| \geq \varepsilon} \frac{(x_i - \mu)^2}{\varepsilon^2} p_i = \frac{1}{\varepsilon^2} \sum_{|x_i - \mu| \geq \varepsilon} (x_i - \mu)^2 p_i \leq \frac{1}{\varepsilon^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i = \frac{D(X)}{\varepsilon^2}. \quad (2) \text{ 设在 } 100$$

名患者中治愈的人数为  $X$ . 假设药企关于此新药有效率的宣传内容是客观真实的,

那么在此假设下,  $X \sim B(100, 0.8), E(X) = 100 \times 0.8 = 80, D(X) = 100 \times 0.8 \times (1 - 0.8) = 16$ .

由切比雪夫不等式, 有  $P(X \leq 60) \leq P(|X - 80| \geq 20) \leq \frac{D(X)}{20^2} = 0.04$

即在假设下, 100名患者中治愈人数不超过60人的概率不超过0.04, 此概率很小,

据此我们有理由推断药厂的宣传内容不可信.

# 2024年新结构模拟适应性特训卷(一)

## 高三数学

+着诛时闰x150 列钥 诛郎激到x150 到 -

### 注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共8小题, 每小题5分, 共40分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. (2024上·河北沧州·高二校联考期末) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = n^2 + 2$ , 则123是该数列的( )

- A. 第9项    B. 第10项    C. 第11项    D. 第12项

【答案】C

【分析】根据通项公式可直接求出。

【详解】由 $a_n = n^2 + 2 = 123$ , 解得 $n = 11$  ( $n = -11$  舍去),

故选: C.

2. (2024上·四川凉山·高二统考期末) 空间四边形ABCD中, 点M在AD上, 且 $DM = 2MA$ , N为BC中点, 则 $\overrightarrow{MN}$ 等于( )

- A.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$     B.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$   
C.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$     D.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

【答案】C

【分析】作出空间四边形, 即可得出 $\overrightarrow{MN}$ 的表达式。

【详解】由题意, 在空间四边形ABCD中,  $DM = 2MA$ , N为BC中点,

$$\therefore \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

$$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC},$$

故选: C.

以上内容仅为本文档的试下载部分, 为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文, 请访问: <https://d.book118.com/816123230144010121>