

2024 届高考数学考前指导

目 录

一、选择题的解法	(2)
二、填空题的解法	(8)
三、三角函数解答题的解法	(12)
四、立体几何解答题的解法	(14)
五、概率解答题的解法	(16)
六、数列解答题的解法	(18)
七、函数解答题的解法	(20)
八、不等式解答题的解法	(22)
九、解析几何解答题的解法	(24)
十、应用题	(26)
高考复习指导：考好数学四大“绝招”	(28)

一、 选择题的解法

一、 知识归纳

数学选择题在当今高考试卷中,不但题目多,而且占分比例高,近年来选择题均为 60 分,占数学总分的 40%,预计 2024 年也是如此。数学选择题具有概括性强,知识覆盖面广,小巧灵巧,有一定的综合性和深度等特点,考生能否迅速、准确、全面、简捷地解好选择题,成为高考成功的关键。

一般来说,数学选择题是由一个问句或一个不完整的句子和备选四个结论组成。目前数学选择题有且只有一个正确的结论,正因为如此,解数学选择题的关键在于“找到”这个正确结论,而不拘泥于何种方法。它表达了思维的直觉性、思维的灵巧性、思维的深刻性和思维的广阔性。因此充分地利用题设和结论这两局部所提供的信息,找到他们的连接支点,作出合理的推理与正确的判断是解决选择题的根本策略。“发现信息、理解信息、利用信息”是解决选择题智慧的表达,这需要在平常的练习、训练和评讲中通过修改、辨析、讨论来培养,来锻炼,从而形成良好的、和谐的思维意识。比方:“找”的思维,一题多解、多解择优、在错误的选择中怎样走出误区,这些正是学习习惯和思维品质培养的最正确途径。

从解题过程来说,完成选择题的解答必须突出五个环节:“读题-----记号-----推理判断-----比拟-----选择”

数学选择题的求解,一般有两种思路:一是从题干出发考虑,探求结果;二是题干和选择支联合考虑或从选择支出发探求是否满足题干条件。

选择题属容易题(个别题为中档题),解题的根本原那么是:“小题不可做大”。

由于选择题提供备选答案,又不要求写出解题过程,因此,出现了一些特有的解题方法,在解选择题是很适用。

二、 考题剖析

(一)直接法:涉及数学定理、定义、法那么、公式的应用问题,通常就是从题设条件出发,通过正确的运算或推理,直接求得结论;再与选择支对照,从而作出正确选择的一种方法。

1.如果双曲线 $\frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{12} = 1$ 上一点 P 到右焦点的距离为 $\sqrt{13}$,那么点 P 到右准线的距离是

- A. $\frac{13}{5}$ B. 13 C. 5 D. $\frac{5}{13}$

2.棱长为 a 的正方体中,连结相邻面的中心,以这些线段为棱的八面体的体积为

- A. $\frac{1}{3}a^3$ B. $\frac{1}{4}a^3$ C. $\frac{1}{6}a^3$ D. $\frac{1}{12}a^3$

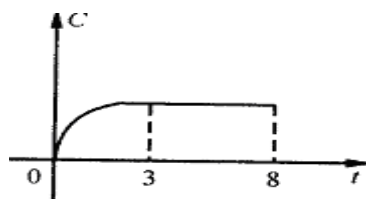
3.设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c, & x \leq 0, \\ 2, & x > 0. \end{cases}$ 若 $f(-4) = f(0)$, $f(-2) = -2$,那么关于 x 的方程

$f(x) = x$ 解的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3

4.某工厂 8 年来某种产品总产量 C 与时间 t (年)的函数关系如图 13-1 所示,那么以下四种说法:

- ① 前三年中,产量增长的速度越来越快;
② 前三年中,产量增长的速度越来越慢;
③ 前三年后,这种产品停止生产;
④ 前三年后,这种产品年产量保持不变。



D. 4

其中说法正确的选项是

- A. ②与③ B. ②与④ C. ①与③ D. ①与④

(二)筛选法〔也叫排除法、淘汰法〕: 使用筛选法的前提是“答案唯一”。目前高考数学及平时的练习, 选择题中的正确答案都是唯一的。使用筛选法的具体做法是: 充分运用选择题中单项选择题的特征, 即有且只有一个正确选择支这一信息, 采用简捷有效的手段(如取特殊值, 找特殊点, 选特殊位置等), 通过分析、推理、计算、判断, 对各选择支进行筛选, 排除假支, 选出真支。

(1)取特殊值

5. 一个等差数列的前 n 项和为 48, 前 $2n$ 项和为 60, 那么它的前 $3n$ 项和为 ()

- A. -24 B. 84 C. 72 D. 36

6. 假设 $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$, 那么

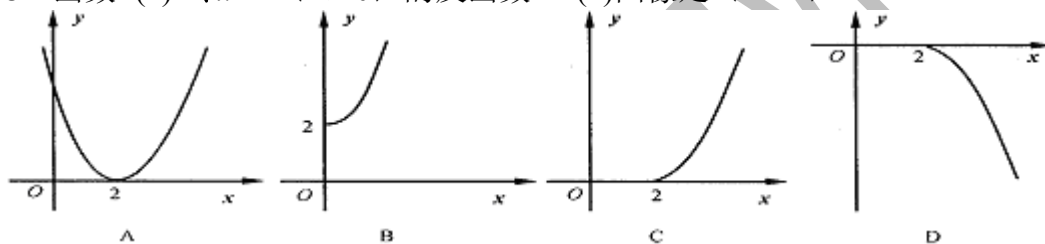
- A. $\sin 2\alpha > \sin \alpha$ B. $\cos 2\alpha < \cos \alpha$ C. $\tan 2\alpha < \tan \alpha$ D. $\cot 2\alpha < \cot \alpha$

7. 设 a, b 是满足 $ab < 0$ 的实数, 那么 ()

- A. $|a+b| > |a-b|$ B. $|a+b| < |a-b|$ C. $|a-b| < |a| - |b|$ D. $|a-b| < |a| + |b|$

(2)找特殊点

8. 函数 $f(x) = \sqrt{x} + 2$ ($x \geq 0$) 的反函数 $f^{-1}(x)$ 图像是 ()



(3)选特殊位置

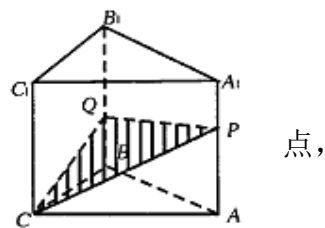
9. 如图 13-5, 在棱柱的侧棱 A_1A 和 B_1B 上各一动点 P, Q 满足 $A_1P = BQ$, 过 P, Q, C 三点的截面把棱柱分成两局部那么其体积之比为 ()

- A. 3:1 B. 2:1 C. 4:1 D. $\sqrt{3}:1$

10. 过抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 的焦点 F 作一条直线交抛物线于 P, Q 两

假设线段 PF 与 FQ 的长分别是 p, q , 那么 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ 等于 ()

- A. $2a$ B. $\frac{1}{2a}$ C. $4a$ D. $\frac{4}{a}$



(三)特例法: 就是运用满足题设条件的某些特殊值、特殊位置、特殊关系、特殊图形、特殊函数等对各各选择支进行检验或推理, 利用问题在某一特殊情况下不真, 那么它在一般情况下也不真的原理, 到达肯定一支或否认三支(去谬)的目的, 特殊法是“小题小做”的重要策略。

(1)取特殊模型

11. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 为减函数, 设 $a+b \leq 0$, 给出以下不等式

- ① $f(a) \cdot f(-a) \leq 0$ ② $f(b) \cdot f(-b) \geq 0$
③ $f(a)+f(b) \leq f(-a)+f(-b)$ ④ $f(a)+f(b) \geq f(-a)+f(-b)$

其中正确的不等式序号是 ()

- A. ①②④ B. ①④ C. ②④ D. ①③

12. 如果等比数列 $\{a_n\}$ 的首项是正数, 公比大于1, 那么数列 $\{\log_{\frac{1}{3}} a_n\}$ ()

- A. 是递增的等比数列 B. 是递减的等比数列
C. 是递增的等差数列 D. 是递减的等差数列

13. 双曲线 $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ ($a > b > 0$)的渐近线夹角为 α , 离心率为 e , 那么 $\cos \frac{\alpha}{2}$ 等于

- A. e B. e^2 C. $\frac{1}{e}$ D. $\frac{1}{e^2}$

14. 如果实数 x, y 满足等式 $(x-2)^2 + y^2 = 3$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

(2)找特殊关系

15. 一个四面体的所有棱长都为 $\sqrt{2}$, 四个顶点在同一球面上, 那么此球的外表积为

- (A) 3π (B) 4π (C) $3\sqrt{3}\pi$ (D) 6π

16. 两点 $M(1, \frac{5}{4})$ 、 $N(-4, -\frac{5}{4})$, 给出以下曲线方程:

① $4x + 2y - 1 = 0$, ② $x^2 + y^2 = 3$, ③ $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, ④ $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 。在曲线上存在点 P 满足

$|MP| = |NP|$ 的所有曲线方程是 ()

- A. ①、③ B. ②、④ C. ①、②、③ D. ②、③、④

(3)选特殊图形

17. 函数 $f(x) = M\sin(\omega x + \phi)$ ($\omega > 0$) 在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 且 $f(a) = -M$, $f(b) = M$, 那么函数 $g(x) = M\cos(\omega x + \phi)$ 在区间 $[a, b]$ 上

A 是增函数 B 是减函数 C 可以取到最大值 M D 可以取到最小值 $-M$

18. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ 是四点 A, B, C, D 成为平行四边形的四个顶点的

A 充分不必要条件 B 必要不充分条件 C 充要条件 D 既不充分又不必要条件

(四)数形结合法: 利用函数图像或数学结果的几何意义, 将数的问题(如解方程、解不等式、求最值, 求取值范围等)与某些图形结合起来, 利用直观几性, 再辅以简单计算, 确定真支, 这种解法贯穿数形结合思想, 每年高考均有很多项选择题(也有填空题、解答题)都可以用数形结合思想解决, 既简捷又迅速

19. α, β 都是第二象限角, 且 $\cos \alpha > \cos \beta$, 那么 ()

- A. $\alpha < \beta$ B. $\sin \alpha > \sin \beta$ C. $\tan \alpha > \tan \beta$ D. $\cot \alpha < \cot \beta$

20. 对于每一个实数 x , 设 $f(x)$ 是三个代数式: $4x+1, x+2, -2x+4$ 的最小值, 那么 $f(x)$ 的最大值是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{5}{2}$

21. a, b 均为单位向量, 它们的夹角为 60° , 那么 $|a+3b| =$ ()

- A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{13}$ D. 4

(五)估算法:

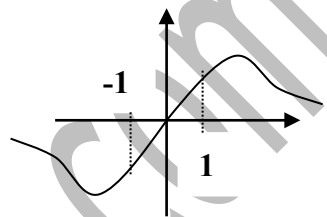
是一种粗略的算法，即把复杂的问题转化为较简单的问题，求出答案的近似值，或把有关数值扩大或缩小，从而对运算结果确定出一个范围或作出一个估计，进而作出判断的方法。

22. 双曲线中心在原点且一个焦点为 $F(\sqrt{7}, 0)$ ，直线 $y = x - 1$ 与其相交于 M 、 N 两点， MN 中点的横坐标为 $-\frac{2}{3}$ ，那么此双曲线的方程是

- (A) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ (B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ (C) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{2} = 1$ (D) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{5} = 1$

23. 假设方程 $(\frac{1}{2})^x = x^{\frac{1}{3}}$ 的解为 x_0 ，那么 x_0 属于以下区间

- A $(0, \frac{1}{3})$ B $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ C $(\frac{1}{2}, 1)$ D $(1, 2)$



三、热身冲刺

24. 假设函数 $f(x) = \frac{(2-m)x}{x^2+m}$ 的图象如以以下图，那么 m 的取值范围是

- A $(-\infty, -1)$ B $(-1, 2)$ C $(0, 2)$ D $(1, 2)$

25. 函数 $y=f(x)$ 存在反函数 $y=g(x)$ ，假设 $f(3) = -1$ ，而函数 $y=g(x-1)$ 的图像在以下各点中必经过 ()

- A. $(-2, 3)$ B. $(0, 3)$ C. $(2, -1)$ D. $(4, -1)$

26. 设集合 $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1, x \in R, y \in R\}$ ， $N = \{(x, y) | x^2 - y = 0, x \in R, y \in R\}$ ，那么集合 $M \cap N$ 中元素的个数为 ()

- A.1 B.2 C.3 D.4

27. m 、 n 是异面直线， $m \subset$ 平面 α ， $n \subset$ 平面 β ， $\alpha \parallel \beta = l$ ，那么 l

- A、与 m 、 n 都相交 B、与 m 、 n 中至少一条相交
C、与 m 、 n 都不相交 D、至多与 m 、 n 中一条相交

28 据 2024 年 3 月 5 日九届人大五次会议?政府工作报告?: “2001 年国内生产总值到达 95933 亿元，比上年增长 7.3%。” 如果 “十·五” 期间 (2001 年~2024 年) 每年的国内生产总值都按此年增长率增长，那么到 “十·五” 末我国国内生产总值约为

- A、115000 亿元 B、120000 亿元 C、127000 亿元 D、135000 亿元

29. 定义在实数集上的函数 $f(x+1) = \frac{x}{2} + 2$ ，那么 $f^{-1}(x+1)$ 的表达式是 ()

- (A) $2x-4$; (B) $2x-3$; (C) $2x+4$; (D) $2x-1$ 。

30. 设 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 1$ ，那么 $x + y + xy$ 的最大值为 ()

- (A) $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$; (B) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$; (C) 1; (D) $\sqrt{2}$ 。

31. 假设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2$ ，那么 ()

- (A) $a_n = 2n-1$ (B) $a_n = 2n+1$ (C) $a_n = -2n-1$ (D) $a_n = -2n+1$

32. 方程 $\cos^2 x - \sin x + a = 0$ 在 $x \in (0, \frac{\pi}{2}]$ 内有解, 那么 a 的取值范围是 ()
 (A) $[-1, 1]$; (B) $(-1, 1]$; (C) $[-1, 0]$; (D) $(-\infty, -\frac{5}{4}]$.
33. 当 $x \in (1, 2)$ 时, 不等式 $(x-1)^2 < \log_a x$ 恒成立, 那么 a 的范围是 ()
 (A) $[2, +\infty)$; (B) $(1, 2)$; (C) $(0, 1)$; (D) $(1, 2]$.
34. 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负根的充要条件是 ()
 (A) $0 < a \leq 1$ (B) $a < 1$ (C) $a \leq 1$ (D) $0 < a \leq 1, a < 0$
35. 假设 $a, b \in R$, 那么使 $|a| + |b| > 1$ 成立的充分不必要条件为 ()
 A. $|a+b| \geq 1$ B. $|a| \geq \frac{1}{2}$ 且 $|b| \geq \frac{1}{2}$
 C. $|a| \geq 1$ D. $b < -1$
36. 动点 $P(x, y)$ 到定点 $(0, 1)$ 的距离与它到直线 $x - \sqrt{3}y + c = 0$ 的距离之比为 $2:1$, 那么动点 P 的轨迹是 ()
 (A) 椭圆; (B) 双曲线; (C) 两条直线; (D) 双曲线或两条直线.
37. 设函数 $F(x) = f(x)(1 + \frac{2}{2^x - 1}) (x \neq 0)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 不恒为零, 那么 $f(x)$ 是 ()
 (A) 奇函数; (B) 偶函数; (C) 既是奇函数又是偶函数; (D) 非奇非偶函数.
38. 某铁路干线原有 m 个车站, 现在增加了 n 个车站, 因此车票种数也增加了 58 张, 那么原有车站数 m 为 ()
 (A) 12; (B) 13; (C) 14; (D) 15.
39. 设 $A = (\log_a x)^2, B = \log_a x^2, C = \log_a (\log_a x)$, 当 $1 < x < a$ 时, 其大小关系是 ()
 (A) $A > B > C$; (B) $B > A > C$;
 (C) $C > A > B$; (D) $A > C > B$.
40. 函数 $f(x) = M \sin(\omega x + \phi) (\omega > 0)$ 在区间 $[a, b]$ 上是增函数, $f(a) = -M, f(b) = M$, 那么函数 $g(x) = M \cos(\omega x + \phi) (\omega > 0)$ 在区间 $[a, b]$ 上 ()
 (A) 是增函数; (B) 是减函数; (C) 可以取到最大值 M ; (D) 可以取到最小值 $-M$.
41. 在球面上有四个点 P, A, B, C , 如果 PA, PB, PC 两两垂直, 且 $PA = PB = PC = a$, 那么这个球面的面积是 ()
 (A) $3\pi a^2$; (B) πa^2 ; (C) $\frac{3}{4}\pi a^2$; (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi a^2$
42. 假设函数 $f(x)$ 对任意正数 m, n 恒有 $f(m \cdot n) = f(m) + f(n)$, 那么以下等式中不正确的选项是 ()
 (A) $f(1) = 0$; (B) $f(m^3) = 3f(m)$; (C) $f(m) = 1$; (D) $f(\sqrt{m}) = \frac{1}{2}f(m)$
43. $\triangle ABC$ 中, 三边长 a, b, c 的倒数 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ 成等差数列, 那么 b 所对的角为 ()
 (A) 锐角; (B) 直角; (C) 钝角; (D) 上述都有可能

44. $\sin x = \frac{m-3}{m+5}, \cos x = \frac{4-2m}{m+5} (\frac{\pi}{2} < x < \pi)$, 那么 $\tan \frac{x}{2} = (\quad)$
 (A) $\frac{m-3}{9-m}$; (B) $|\frac{m-3}{9-m}|$; (C) $\frac{1}{3}$; (D) 5
45. “ $\tan x \neq \tan y$ ” 是 “ $x \neq y$ ” 的 () 条件
 (A) 充分条件; (B) 必要条件
 (C) 充要条件; (D) 非充分非必要条件
46. 假设函数 $f(x), g(x)$ 的定义域和值域都是 R , 那么 $f(x) > g(x) (x \in R)$ 成立的充要条件是 ()
 (A) 有一个 x 使得 $f(x) > g(x)$; (B) 有无穷多个 x 使得 $f(x) > g(x)$;
 (C) 对于 R 中的任意 x 都有 $f(x) > g(x) + 1$;
 (D) R 中不存在 x 使 $f(x) \leq g(x)$.
47. 实数 x 满足 $|x| < 1$, n 是大于 1 的正整数, 记 $a = (1+x)^n + (1-x)^n$ 那么 ()
 (A) $a < 2^n$; (B) $a > 2^n$; (C) $a = 2^n$;
 (D) $a, 2^n$ 的大小不确定

二、填空题的解法

一、知识归纳

何谓填空题？填空题就是不要求写出计算或推理过程，只需将结论直接写出的“求解题”，它的主要作用是考查考生的根底知识，根本技巧以及分析问题、解决问题的能力，在高考数学试卷中占分 10% 左右。它和选择题同属客观性试题，它们有许多共同特点：其形态短小精悍、跨度大、知识覆盖面广、考查目标集中，形式灵巧，答案简短、明确、具体，评分客观、公正、准确等。

二、考题剖析

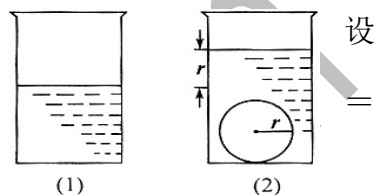
(一)直接求解法：就是直接从题设条件出发，利用定义、性质、定理、公式等，经过变形、推理、计算、判断等得到正确结论，它是解填空题的常用的根本方法，使用时要善于“透过现象抓本质”。

1. 假设 $(x^3 + \frac{1}{x\sqrt{x}})^n$ 的展开式中的常数项为 84，那么 $n = \underline{\hspace{2cm}}$

2. $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ ，那么 $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + f(4) + f(\frac{1}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 如图，一个底面半径为 R 的圆柱形量杯中装有适量的水. 假

放入一个半径为 r 的实心铁球，水面高度恰好升高 r ，那么 $\frac{R}{r} = \underline{\hspace{2cm}}$



4. 在平面几何里，有勾股定理“设 $\triangle ABC$ 的两边 AB, AC 互相垂直，那么 $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ”

拓展到空间，类比平面几何的勾股定理，研究三棱锥的侧面面积与底面面积间的关系，可以得出的正确结论是：“设三棱锥 $A-BCD$ 的三个侧面 ABC, ACD, ADB 两两相互垂直，那么 $\underline{\hspace{2cm}}$.”

(二)特例求解法：包括特殊值法、特殊函数法、特殊位置法、特殊点法、特殊数列法、特殊模型法等；当填空题的题目提供的信息暗示答案唯一或其值为定值时，可选取符合条件的特殊情形进行处理，得到结论。

[例] 不管 m 取何值，直线 $(m-1)x - y + 2m + 1 = 0$ 恒过一定点，这个定点坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解：取 $m = 1, 0$ 两个值分别代入直线得不同方程为 $-y + 3 = 0; -x - y + 1 = 0$ 。解得交点坐标为 $(-2, 3)$ 。

5. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列， S_n 是它的前 n 项和. 假设 $\{S_n\}$ 是等差数列，那么 $q = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 设坐标原点为 O ，抛物线 $y^2 = 2x$ 与过焦点的直线交于 A, B 两点，那么 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 等于 $\underline{\hspace{2cm}}$

7. 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上是一增函数，函数 $y = f(x+2)$ 是偶函数，那么 $f(1), f(\frac{5}{2}), f(\frac{7}{2})$ 的大小关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用“ $<$ ”号连接)

8. 平行六面体的各棱长都为 4，在其顶点 P 所在的三条棱上分别取 $PA=1, PB=2, PC=3$ ，那么棱锥 $P-ABC$ 的体积与平行六面体的体积的比值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

(三)数形结合法：根据题设条件的几何意义，画出问题的辅助图形，借助图形的直观性，通过对图形的分析判断，得出正确结论。

[例] 设对任意实数 $x \in [-2, 2]$, 函数 $f(x) = \lg(3a - ax - x^2)$ 总有意义, 那么实数 a 的取值范围是_____。

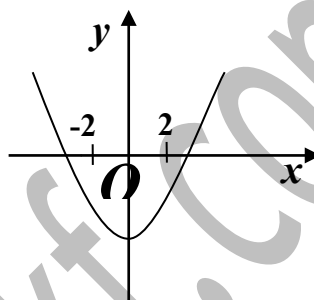
解: 函数 $f(x)$ 有意义, 有 $3a - ax - x^2 > 0$,

即 $x^2 + ax - 3a < 0$ 在 $x \in [-2, 2]$ 时恒成立。

设 $g(x) = x^2 + ax - 3a$, 那么当 $x \in [-2, 2]$ 时, $g(x) < 0$ 恒成立。

依右图抛物线的特征, 有 $\begin{cases} g(-2) < 0 \\ g(2) < 0 \end{cases}$,

得 $\begin{cases} 4 - 5a < 0 \\ 4 - a < 0 \end{cases}$, 解得 $a > 4$ 。



另解: 函数 $f(x)$ 有意义, 有 $3a - ax - x^2 > 0$,

即 $x^2 + ax - 3a < 0$ 在 $x \in [-2, 2]$ 时恒成立。得 $a > \frac{x^2}{3-x}$, 运用导数可求得 $y = \frac{x^2}{3-x}$

在 $x \in [-2, 2]$ 时的极大值为 4, 于是 $a > 4$ 。

9. 向量 $a = (\cos \theta, \sin \theta)$, 向量 $b = (\sqrt{3}, -1)$, 那么 $|2a - b|$ 的最大值是_____。

10. x, y 满足 $4x + 3y \geq 24$ 且 $x - y \leq 1$ 那么 $x + y$ 的最小值为_____

11. 假设关于 x 的方程 $\sqrt{1-x^2} = k(x-2)$ 有两个不等的实根, 那么实数 k 的取值范围是_____

〔四〕构造法: 根据题设条件与结论的特殊性, 构造出一些新的数学形式, 并借助于它认识 and 解决问题的一种方法。

[例]. 4 个不同的小球放入编号为 1, 2, 3, 4 的 4 个盒中, 那么只有 1 个空盒的放法共有_____种 (用数字作答)。

解: 符合条件的放法是: 有一个盒中放 2 个球, 有 2 个盒中各放 1 个球。因此可先将球分成 3 堆 [一堆 2 个, 其余 2 堆各 1 个, 即构造了球的“堆”], 然后从 4 个盒中选出 3 个盒放 1 堆球, 依分步计算原理, 符合条件的放法有 $C_4^2 C_4^3 = 144$ [种]。

12. 在球面上有四个点 P、A、B、C, 如果 PA、PB、PC 两两互相垂直, 且 $PA = PB = PC = a$, 那么这个球面面积是_____。

〔五〕分析法: 根据题设条件的特征进行观察、分析, 从而得出正确的结论。

[例]. 设含有 10 个元素的集合全部子集数为 S , 其中由 3 个元素组成的子集数为 T , 那么 $\frac{T}{S}$ 的值为_____。

解: 由 $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + \cdots + C_{10}^{10}$, $T = C_{10}^3$, 故 $\frac{T}{S} = \frac{15}{128}$ 。

13. 设 $\{a_n\}$ 是首项为 1 的正项数列, 且 $(n+1)a_{n+1}^2 - na_n^2 + a_{n+1}a_n = 0$ ($n=1, 2, 3, \cdots$),

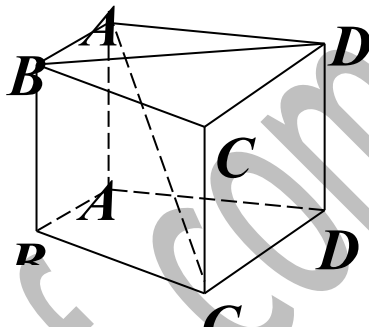
那么它们的通项公式是 $a_n =$ _____。

14. 如右图, 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$

中, 当底面四边形满足条件_____

时, 有 $A_1C \perp B_1D_1$ (填上你认为正确的一个条件

即可, 不必考虑所有可能性的情形)。



15. 椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 长轴上一个顶点为以 A 为直角顶点作一个内接于椭圆的等腰直角三角形, 该三角形的面积是_____。

16. 函数 $f(x) = |x^2 - 2ax + b|$ ($x \in R$), 给出以下命题:

① $f(x)$ 必是偶函数;

② $f(0) = f(2)$ 时, $f(x)$ 的图象必关于直线 $x=1$ 对称;

③ 假设 $a^2 - b \leq 0$, 那么 $f(x)$ 在区间 $[a, +\infty)$ 上是增函数;

④ $f(x)$ 有最大值 $|a^2 - b|$ 。

其中正确的命题的序号是_____。

〔六〕整体代入法: 将需要解决的问题看作一个整体, 通过研究问题的整体形式、整体结构、整体功能或作种种整体处理后, 到达顺利而又简捷地解决问题的目的。

17. 三棱锥的三个侧面两两互相垂直, 它们的侧面积分别是 6、4、3, 那么它的体积等于_____。

解: 设三条棱长分别为 x, y, z , 那么 $xy = 6, xz = 4, yz = 3$ 。

得 $V = \frac{1}{6}xyz = \frac{1}{6}\sqrt{(xy)(xz)(yz)} = \frac{1}{6}\sqrt{6 \times 4 \times 3} = \sqrt{2}$ 。

18. 不等式 $\sqrt{4-x^2} \leq x+1$ 的解集为_____。

三、热身冲刺

19. 求值 $\cos^2 \theta + \cos^2 (\theta + 120^\circ) + \cos^2 (\theta + 240^\circ) =$ _____

20. 曲线 $y = x^3 + 3x^2 + 6x - 10$ 的切线中, 斜率最小的切线方程是_____

21. 函数 $f(x) = (x-1)^3$, 那么 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-\sqrt{x}) - f(x)}{\sqrt{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$
22. 设 P 为曲线 $y^2=4(x-1)$ 上的一个动点, 那么点 P 到点 $(0,1)$ 的距离与点 P 到 y 轴的距离之和的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
23. 点 $A(4, 1)$ 点 $B(-2, 4)$, 直线 AB 与 x 轴的交点分线段的比 $= \underline{\hspace{2cm}}$
24. 使 $\log_2(-x) < x+1$ 成立的 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$
25. 点 $m(a, b)$ 在直线 $3x+4y=15$ 上, 那么 $\sqrt{a^2+b^2}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$:
26. 函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ 在区间 $(-2, +\infty)$ 上为增函数, 那么实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
27. 函数 $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$, 在 $[1, 2]$ 中的最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$, 那么 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
28. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 假设 $a_{10} = 0$, 那么等式 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{19-n}$ ($n < 19, n \in N^+$) 成立, 类比上述性质, 相应地, 在等比数列 $\{b_n\}$ 中, 假设 $b_9 = 1$, 那么有等式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 成立.
29. m, n 是直线, α, β, γ 是平面, 给出以下命题:
- ①假设 $\alpha \perp \beta$, $\alpha \cap \beta = m$, $n \perp m$, 那么 $n \perp \alpha$, 或 $n \perp \beta$;
 - ②假设 $\alpha \parallel \beta$, $\alpha \cap \gamma = m$, $\beta \cap \gamma = n$, 那么 $m \parallel n$;
 - ③假设 m 不垂直 α , 那么 m 不可能垂直于 α 内无数条直线;
 - ④假设 $\alpha \cap \beta = m$, $m \parallel n$, 且 $n \not\subset \alpha$, $n \not\subset \beta$, 那么 $n \parallel \alpha$ 且 $n \parallel \beta$.
- 其中正确的命题的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (注: 把你认为正确的命题的序号都填上)

三、三角函数解答题的解法

一、知识归纳:

1、应用诱导公式, 重点是“函数名称”与“正负号”的正确判断, 一般常用“奇变偶不变, 符号看象限”的口诀确定三角函数名称和判定三角函数值的符号。

2、在运用两角和、两角差、二倍角的相关公式时, 注意观察角之间的关系, 公式应正确、熟练地记忆与应用, 并注意总结公式的应用经验, 对一些公式不仅会用, 还会逆用, 变形用,

如 $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$ 的变形 $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}(\alpha+\beta)(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta)$, 二倍角公式

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ 的变形用 $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$,

$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ 等。

3、常用的三角变换

① 角的变换: 主要是将三角函数中的角恰当变形, 以利于应用公式和条件:

如 $2\alpha = (\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)$

$$2\beta = (\alpha + \beta) - (\alpha - \beta)$$

$$\alpha = [(\alpha + \beta)/2] + [(\alpha - \beta)/2], \beta = [(\alpha + \beta)/2] - [(\alpha - \beta)/2]$$

$$2\alpha = 2\alpha/2 = (\alpha + \beta - \beta)$$

②函数名称变换：主要是切割化弦、弦切互换、正余弦互换、正余切互换。

③ 公式的活用

主要有公式的正用、逆用、变形用。通过适当的三角变换，以减少函数种类及项数，降低次数，使一般角化为特殊角。

注意切割化弦通分、降幂和升幂等方法的使用，充分利用三角函数值的变式，如， $1 = \tan 45^\circ$ ，

$$-1 = \tan 135^\circ, \sqrt{3} = \tan 60^\circ, \frac{1}{2} = \cos 60^\circ \text{ 或 } \frac{1}{2} = \sin 30^\circ,$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3}), \text{ 创造条件使用公式。}$$

4、三角函数的图像与性质

(1)“五点法”画函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ ($A \neq 0, \omega > 0$) 的简图，掌握选取起关键作用的五个点的方法：设 $X = \omega x + \phi$ ，由取 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ 来求相应的 x 值，及对应的 y 值，再描点作图。

(2)掌握函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的图像与函数 $y = \sin x$ 的图像之间互相交换，提倡先平移后压缩(伸展)，但先压缩(伸展)后平移也经常出现在题目中，所以也必须熟练掌握，无论是哪种变换，切记每一个变换总是对字母 x 而言，即图像变换要看“变量”

起多大变化，而不是“角变化”多少。另注意能以向量的形式表示平移

(3)给出图像确定解析式的题型，有时从寻找“五点法”中的第一个零点 $(-\phi/\omega, 0)$ 作为突破口，要从图像的升降情况找准第一个零点的位置。

(4)求定义域是研究其他性质首先应考虑到的方面之一，既要注意一般函数求定义域的规律，又要注意三角函数本身的特有属性，例如题中出现 $\tan x$ ，那么一定有 $x \neq k + (\pi/2) (k \in \mathbb{Z})$ ，不要遗忘。

(5)求值域离不开三角函数式的恒等变形，所以要掌握六种三角函数的定义域、值域、单调性，还要熟练掌握形如： $\sin x \pm \cos x$ 、 $\sin x \cdot \cos x$ 、 $\sin^2 x + \cos^2 x$ 、 $\sin^3 x + \cos^3 x$ 等之间的变换，以及三角公式的正逆用和变形用。

(6)三角函数单调区间确实定，一般先将函数式化为根本三角函数的标准式，然后通过同解变形或利用数形结合的方法求解，假设对函数利用描点画图，那么根据图形的直观性可迅速获解。判断函数的奇偶性，应首先判定函数定义域关于原点的对称性。三角函数最小正周期的求法，主要是通过恒等变形转化为根本三角函数类型或形如 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的形式，另外还有图像和定义法。

(7)函数 $y = A \sin(\omega x + \phi)$ 的图像是中心对称图形。其对称中心是图像与 x 轴的交点，同时也是轴对称图形，对称轴是经过图像的波峰顶或波谷底且与 x 轴垂直的直线。

二、考题剖析

1. $6\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 2\cos^2 \alpha = 0, \alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ ，求 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{3})$ 的值

2. 设函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$ ，其中向量 $\vec{a} = (2\cos x, 1)$ ， $\vec{b} = (\cos x, \sqrt{3} \sin 2x)$ ， $x \in \mathbb{R}$ 。

(I) 假设 $f(x) = 1 - \sqrt{3}$ 且 $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ ，求 x ；

(II) 假设函数 $y = 2\sin 2x$ 的图象按向量 $\vec{c} = (m, n) (|m| < \frac{\pi}{2})$ 平移后得到函数 $y = f(x)$ 的图象，求实数 m, n 的值。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/816124235021010153>

www.chinajykt.com