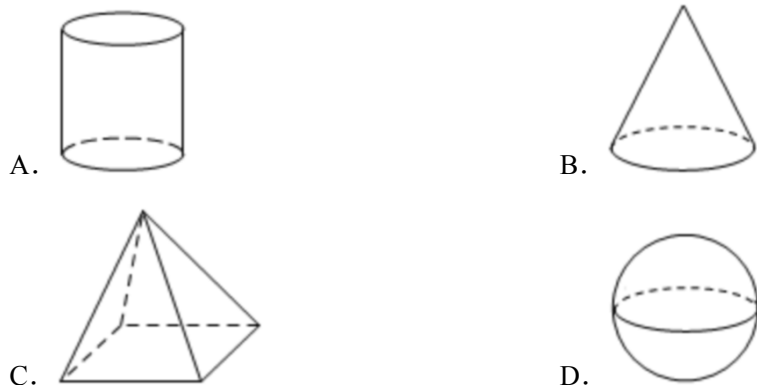


## 2023 年北京市丰台区中考数学一模试卷

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

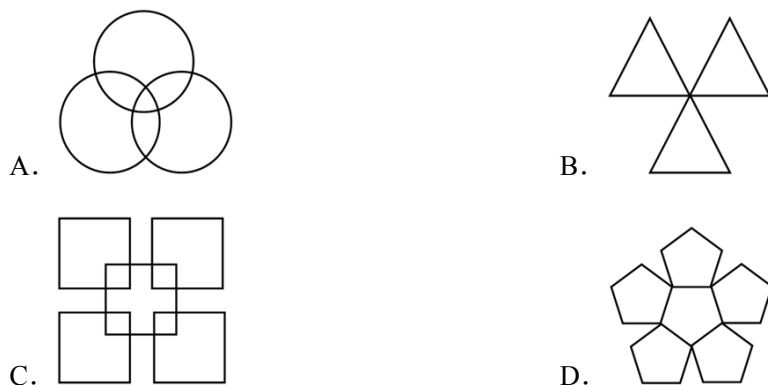
1. (2 分) 下面几何体中，主视图是圆的是( )



2. (2 分) 二十大报告指出，我国经济实力实现历史性跃升，国内生产总值从五十四万亿元增长到一百一十四万亿元，我国经济总量占世界经济的比重达百分之十八点五，提高七点二个百分点，稳居世界第二位。其中 114 万亿用科学记数法表示为( )

- A.  $1.14 \times 10^{12}$       B.  $1.14 \times 10^{13}$       C.  $1.14 \times 10^{14}$       D.  $1.14 \times 10^{15}$

3. (2 分) 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是( )



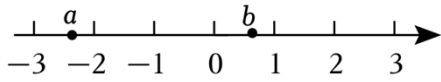
4. (2 分) 下列度数的角，只借助一副三角尺不能拼出的是( )

- A.  $15^\circ$       B.  $75^\circ$       C.  $105^\circ$       D.  $115^\circ$

5. (2 分) 若关于  $x$  的方程  $x^2 - x + a = 0$  有两个相等的实数根，则实数  $a$  的值是( )

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C. 4      D. -4

6. (2 分) 实数  $a$ ,  $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是( )



- A.  $-a < b$                       B.  $|a| > |b|$                       C.  $a + b > 0$                       D.  $ab > 0$

7. (2分) 小文掷一枚质地均匀的骰子，前两次抛掷向上一面的点数都是6，那么第三次抛掷向上一面的点数是6的概率是( )

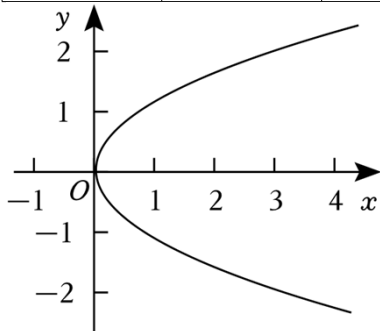


- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1

8. (2分) 下列关于两个变量关系的四种表述中，正确的是( )

- ①圆的周长  $C$  是半径  $r$  的函数；
- ②表达式  $y = \sqrt{x}$  中， $y$  是  $x$  的函数；
- ③如表中， $n$  是  $m$  的函数；
- ④如图中，曲线表示  $y$  是  $x$  的函数.

$m$	-3	-2	-1	1	2	3
$n$	-2	-3	-6	6	3	2



- A. ①③                      B. ②④                      C. ①②③                      D. ①②③④

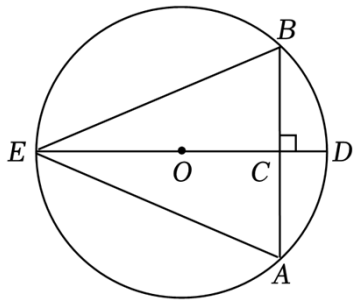
**二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)**

9. (2分) 若  $\frac{1}{x-2}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_.

10. (2分) 分解因式:  $xy^2 - 2xy + x =$  \_\_\_\_.

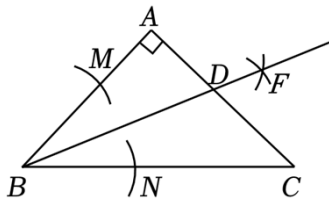
11. (2分) 方程  $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x}$  的解为 \_\_\_\_.

12. (2分) 如图, 在  $\odot O$  中,  $AB$  为弦,  $OC \perp AB$  于点  $C$ , 交  $\odot O$  于点  $D, E$ , 连接  $EA, EB$ , 则图中存在的相等关系有 \_\_\_\_ (写出两组即可).



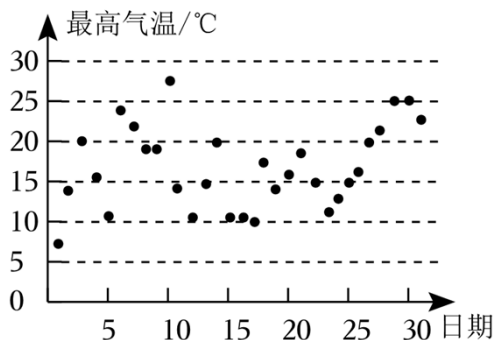
13. (2分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(-2, y_1), B(5, y_2)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象上, 若  $y_1 > y_2$ , 则  $k$  \_\_\_\_ 0 (填 “>” 或 “<”).

14. (2分) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ, AB = AC$ , 以点  $B$  为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交  $BA, BC$  于点  $M, N$ , 再分别以点  $M, N$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径画弧, 两弧交于点  $F$ , 作射线  $BF$  交  $AC$  于点  $D$ . 若点  $D$  到  $BC$  的距离为 1, 则  $AC =$  \_\_\_\_.



15. (2分) 为了解北京市 2023 年 3 月气温的变化情况, 小云收集了该月每日的最高气温, 并绘制成如图的统计图. 若记该月上旬(1日至 10 日)的最高气温的方差为  $s_1^2$ , 中旬(11日至 20 日)的最高气温的方差为  $s_2^2$ , 下旬(21日至 31 日)的最高气温的方差为  $s_3^2$ , 则  $s_1^2, s_2^2, s_3^2$  的大小关系为 \_\_\_\_ (用 “<” 号连接).

北京市 2023 年 3 月每日最高气温统计图



16. (2分) 临近端午, 某超市准备购进小枣粽、豆沙粽、肉粽共 200

袋（每袋均为同一品种的粽子），其中小枣粽每袋 6 个，豆沙粽每袋 4 个，肉粽每袋 2 个. 为了促销，超市计划将所购粽子组合包装，全部制成  $A$ ， $B$  两种套装销售.  $A$  套装为每袋小枣粽 4 个，豆沙粽 2 个； $B$  套装为每袋小枣粽 2 个，肉粽 2 个.

(1) 设购进的小枣粽  $x$  袋，豆沙粽  $y$  袋，则购进的肉粽的个数为 \_\_\_\_（用含  $x$ ， $y$  的代数式表示）；

(2) 若肉粽的进货袋数不少于三种粽子进货总袋数的  $\frac{2}{5}$ ，则豆沙粽最多购进 \_\_\_\_ 袋.

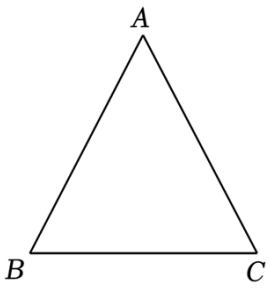
**三、解答题（共 68 分，第 17-20，22，25 题，每题 5 分，第 21，23-24，26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.**

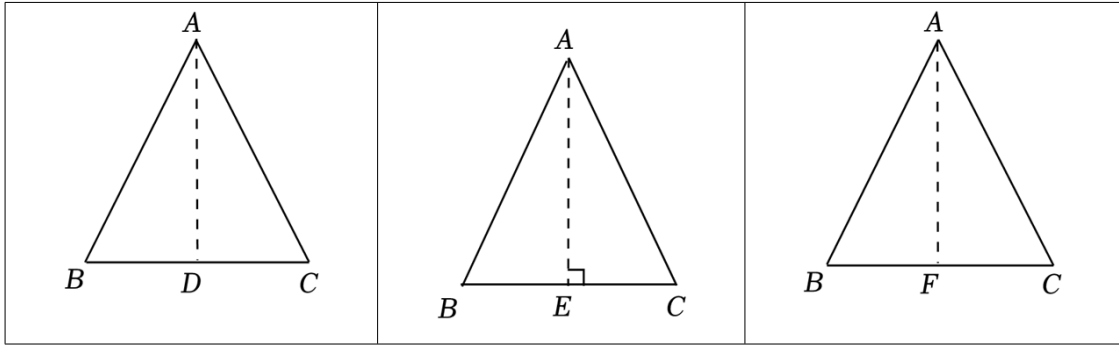
17. (5 分) 计算： $|-3| + 2\cos 30^\circ - \sqrt{12} + (3 - \pi)^0$ .

18. (5 分) 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(2-x) < 2+x, \\ \frac{x}{2} \leq \frac{2x-1}{3}. \end{cases}$$

19. (5 分) 已知  $x^2 - 2x - 2 = 0$ ，求代数式  $2(x-1)(x+1) - (x+1)^2$  的值.

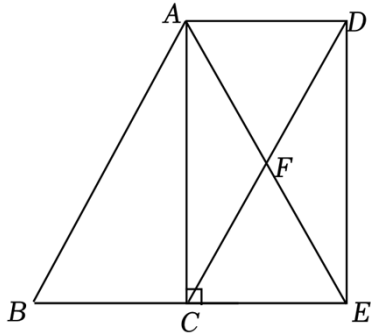
20. (5 分) 在证明等腰三角形的判定定理时，甲、乙、丙三位同学各添加一条辅助线，方法如图所示. 你能用哪位同学添加辅助线的方法完成证明，请选择一种方法补全证明过程.

<p>等腰三角形的判定定理： 如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等（简写成“等角对等边”）</p> <p>已知：如图，在 <math>\triangle ABC</math> 中，<math>\angle B = \angle C</math>. 求证：<math>AB = AC</math>.</p> <div style="text-align: center;">  </div>		
<p>甲的方法： 证明：作 <math>\angle BAC</math> 的平分线交 <math>BC</math> 于点 <math>D</math>.</p>	<p>乙的方法： 证明：作 <math>AE \perp BC</math> 于点 <math>E</math>.</p>	<p>丙的方法： 证明：取 <math>BC</math> 中点 <math>F</math>，连接 <math>AF</math>.</p>



21. (6分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 过点  $D$  作  $DE \perp BC$  交  $BC$  的延长线于点  $E$ , 连接  $AE$  交  $CD$  于点  $F$ .

- (1) 求证: 四边形  $ACED$  是矩形;
- (2) 连接  $BF$ , 若  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $CE = 2$ , 求  $BF$  的长.

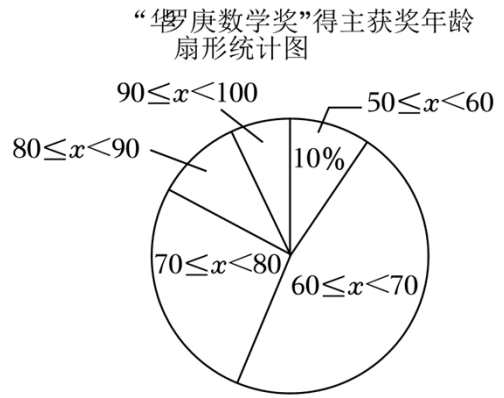
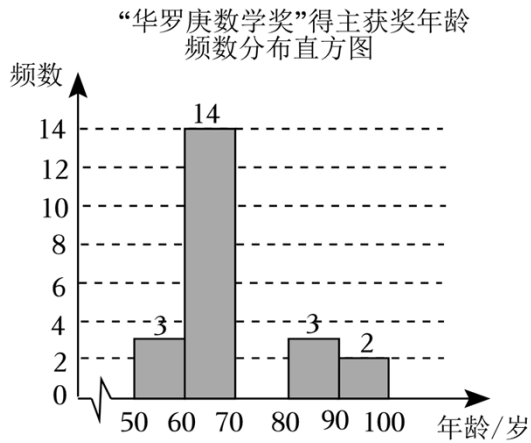


22. (5分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象经过点  $(2, 0)$ ,  $(0, -1)$ .

- (1) 求这个函数的表达式;
- (2) 当  $x > -2$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y = kx + b + n (k \neq 0)$  的值大于 0, 直接写出  $n$  的取值范围.

23. (6分) “华罗庚数学奖”是中国三大顶尖数学奖项之一, 为激励中国数学家在发展中国数学事业中做出突出贡献而设立. 小华对截止到 2023 年第十六届“华罗庚数学奖”得主获奖时的年龄 (单位: 岁) 数据进行了收集、整理和分析. 下面是部分信息.

$a$ . “华罗庚数学奖”得主获奖时的年龄统计图 (数据分成 5 组:  $50, x < 60$ ,  $60, x < 70$ ,  $70, x < 80$ ,  $80, x < 90$ ,  $90, x < 100$ );



b. “华罗庚数学奖”得主获奖时的年龄在  $60, x < 70$  这一组的是:

63?65?65?65?65?66?67?68?68?68?69?69?69?69

c. “华罗庚数学奖”得主获奖时的年龄数据的平均数、中位数、众数如下:

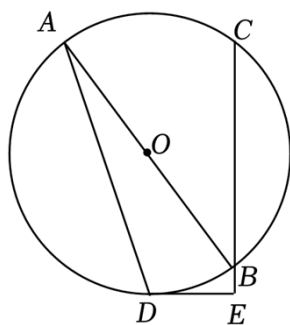
平均数	中位数	众数
71.2	$m$	65, 69

根据以上信息, 回答下列问题:

- 截止到第十六届共有 \_\_\_\_\_ 人获得“华罗庚数学奖”;
- 补全“华罗庚数学奖”得主获奖年龄频数分布直方图;
- 第十六届“华罗庚数学奖”得主徐宗本院士获奖时的年龄为 68 岁, 他的获奖年龄比一半以上“华罗庚数学奖”得主获奖年龄 \_\_\_\_\_ (填“小”或“大”), 理由是 \_\_\_\_\_;
- 根据以上统计图表描述“华罗庚数学奖”得主获奖时的年龄分布情况.

24. (6分) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AD, BC$  是  $\odot O$  的两条弦,  $\angle ABC = 2\angle A$ , 过点  $D$  作  $\odot O$  的切线交  $CB$  的延长线于点  $E$ .

- 求证:  $CE \perp DE$ ;
- 若  $\tan A = \frac{1}{3}$ ,  $BE = 1$ , 求  $CB$  的长.

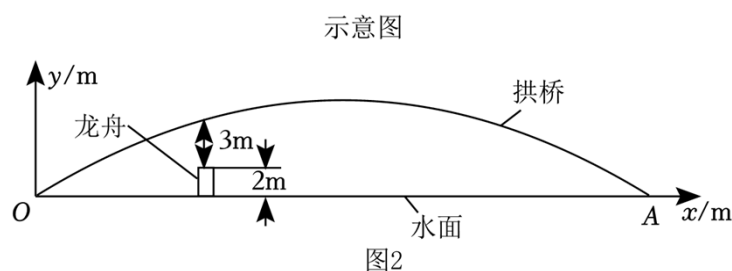


25. (5分)

赛龙舟是中国端午节的习俗之一，也是一项广受欢迎的民俗体育运动。某地计划进行一场划龙舟比赛，图1是比赛途中经过的一座拱桥，图2是该桥露出水面的主桥拱的示意图，可看作抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系  $xOy$ ，桥拱上的点到水面的竖直高度  $y$ （单位： $m$ ）与到点  $O$  的水平距离  $x$ （单位： $m$ ）近似满足函数关系  $y = -0.01(x - 30)^2 + 9$ 。据调查，龙舟最高处距离水面  $2m$ ，为保障安全，通过拱桥时龙舟最高处到桥拱的竖直距离至少  $3m$ 。



图1



- (1) 水面的宽度  $OA = \underline{\hspace{2cm}} m$ ；
- (2) 要设计通过拱桥的龙舟赛道方案，若每条龙舟赛道宽度为  $9m$ ，求最多可设计龙舟赛道的数量。

26. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(-3, y_1)$ ， $B(a+1, y_2)$  在抛物线  $y = x^2 - 2ax + 1$  上。

- (1) 当  $a = 2$  时，求抛物线的顶点坐标，并直接写出  $y_1$  和  $y_2$  的大小关系；
- (2) 抛物线经过点  $C(m, y_3)$ 。

- ① 当  $m = 4$  时，若  $y_1 = y_3$ ，则  $a$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- ② 若对于任意的  $4, m, 6$  都满足  $y_1 > y_3 > y_2$ ，求  $a$  的取值范围。

27. (7分) 在正方形  $ABCD$  中，点  $O$  为对角线  $AC$  的中点，点  $E$  在对角线  $AC$  上，连接  $EB$ ，点  $F$  在直线  $AD$  上（点  $F$  与点  $D$  不重合），且  $EF = EB$ 。

(1) 如图1，当点  $E$  在线段  $AO$  上（不与端点重合）时，

- ① 求证： $\angle AFE = \angle ABE$ ；
- ② 用等式表示线段  $AB$ ， $AE$ ， $AF$  的数量关系并证明；

(2) 如图2，当点  $E$  在线段  $OC$  上（不与端点重合）时，补全图形，并直接写出线段  $AB$ ， $AE$ ， $AF$  的数量关系。

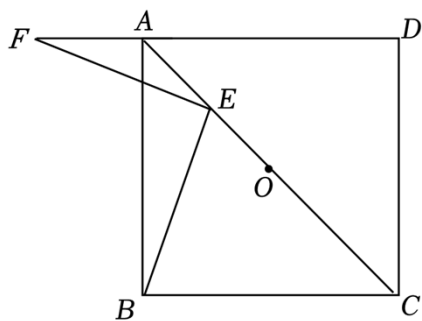


图1

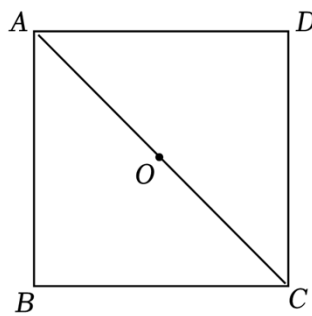


图2

28. (7分) 对于点  $P$  和图形  $G$ , 若在图形  $G$  上存在不重合的点  $M$  和点  $N$ , 使得点  $P$  关于线段  $MN$  中点的对称点在图形  $G$  上, 则称点  $P$  是图形  $G$  的“中称点”. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A(1,0)$ ,  $B(1,1)$ ,  $C(0,1)$ .

(1) 在点  $P_1(\frac{1}{2}, 0)$ ,  $P_2(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ,  $P_3(1,-2)$ ,  $P_4(-1,2)$  中, \_\_\_\_\_ 是正方形  $OABC$  的“中称点”;

(2)  $eT$  的圆心在  $x$  轴上, 半径为 1.

①当圆心  $T$  与原点  $O$  重合时, 若直线  $y = x + m$  上存在  $eT$  的“中称点”, 求  $m$  的取值范围;

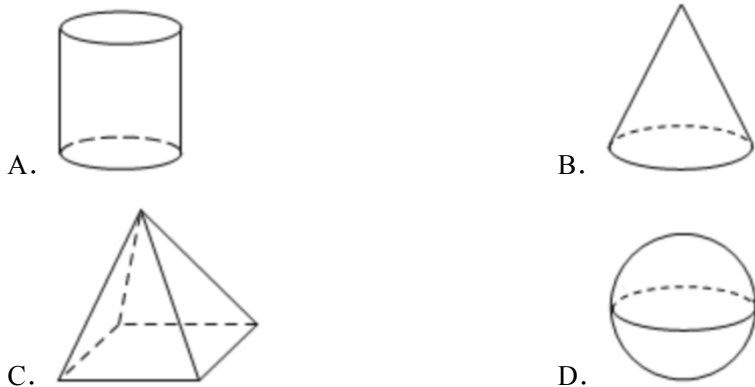
②若正方形  $OABC$  的“中称点”都是  $eT$  的“中称点”, 直接写出圆心  $T$  的横坐标  $t$  的取值范围.

# 2023 年北京市丰台区中考数学一模试卷

## 参考答案与试题解析

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. (2 分) 下面几何体中，主视图是圆的是( )



【解答】解 圆柱体的主视图是长方形，圆锥的主视图是三角形，四棱锥的主视图是三角形，球的主视图是圆，

故选：D.

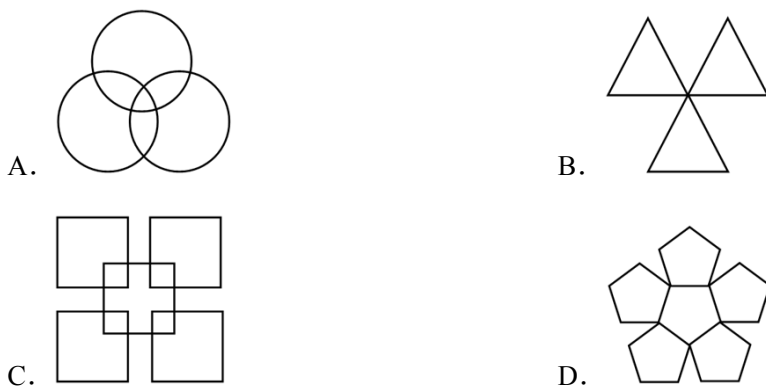
2. (2 分) 二十大报告指出，我国经济实力实现历史性跃升，国内生产总值从五十四万亿元增长到一百一十四万亿元，我国经济总量占世界经济的比重达百分之十八点五，提高七点二个百分点，稳居世界第二位。其中 114 万亿用科学记数法表示为( )

- A.  $1.14 \times 10^{12}$       B.  $1.14 \times 10^{13}$       C.  $1.14 \times 10^{14}$       D.  $1.14 \times 10^{15}$

【解答】解：114 万亿 = 114000000000000 =  $1.14 \times 10^{14}$ ，

故选：C.

3. (2 分) 下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是( )



【解答】解：A. 该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

- B. 该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；  
 C. 该图形既是中心对称图形也是轴对称图形，故此选项符合题意；  
 D. 该图形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意.

故选：C.

4. (2分) 下列度数的角，只借助一副三角尺不能拼出的是( )

- A.  $15^\circ$                       B.  $75^\circ$                       C.  $105^\circ$                       D.  $115^\circ$

【解答】解：A、 $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$  它可以用一副三角尺拼出；

B、 $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ ，它可以用一副三角尺拼出；

C、 $105^\circ = 45^\circ + 60^\circ$ ，它可以用一副三角尺拼出；

D、 $115^\circ$ ，无法用一副三角尺拼出.

故选：D.

5. (2分) 若关于  $x$  的方程  $x^2 - x + a = 0$  有两个相等的实数根，则实数  $a$  的值是( )

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $-\frac{1}{4}$                       C. 4                      D. -4

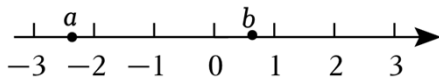
【解答】解：Q 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x + a = 0$  有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4a = 0,$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{4}.$$

故选：A.

6. (2分) 实数  $a$ ， $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是( )



- A.  $-a < b$                       B.  $|a| > |b|$                       C.  $a + b > 0$                       D.  $ab > 0$

【解答】解：A、Q  $-3 < a < -2$ ，

$$\therefore 2 < -a < 3,$$

$$\therefore -a > b,$$

$\therefore A$  不正确.

B、Q  $a$  与原点的距离大于  $b$  与原点的距离，

$$\therefore |a| > |b|,$$

$\therefore B$  正确.

C、 $\mathbb{Q}|a|>|b|$ ，且 $a<0$ ， $b>0$ ，

$\therefore a+b<0$ ，

$\therefore C$  不正确.

D、 $\mathbb{Q}a<0$ ， $b>0$ ，

$\therefore ab<0$ ，

$\therefore D$  不正确.

故选：B.

7. (2分) 小文掷一枚质地均匀的骰子，前两次抛掷向上一面的点数都是6，那么第三次抛掷向上一面的点数是6的概率是( )



A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D. 1

【解答】解：根据概率公式 $P$ （向上一面点数是6） $=1\div 6=\frac{1}{6}$ .

故选：A.

8. (2分) 下列关于两个变量关系的四种表述中，正确的是( )

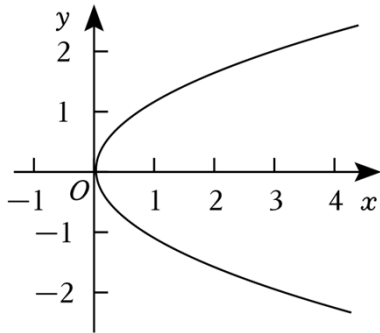
①圆的周长 $C$ 是半径 $r$ 的函数；

②表达式 $y=\sqrt{x}$ 中， $y$ 是 $x$ 的函数；

③如表中， $n$ 是 $m$ 的函数；

④如图中，曲线表示 $y$ 是 $x$ 的函数.

$m$	-3	-2	-1	1	2	3
$n$	-2	-3	-6	6	3	2



A. ①③

B. ②④

C. ①②③

D. ①②③④

【解答】解：①圆的周长  $C$  是半径  $r$  的函数，正确；

②表达式  $y = \sqrt{x}$  中，对于  $x$  的每一个取值， $y$  都有唯一确定的值与之对应， $y$  是  $x$  的函数，正确；

③  $n$  是  $m$  的函数，正确；

④如图中，对于  $x$  的每一个取值， $y$  不唯一确定的值与之对应， $y$  不是  $x$  的函数。

故选：C。

## 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. (2 分) 若  $\frac{1}{x-2}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是  $x \neq 2$ 。

【解答】解：由题意可得  $x-2 \neq 0$ ，

解得：  $x \neq 2$ ，

故答案为：  $x \neq 2$ 。

10. (2 分) 分解因式：  $xy^2 - 2xy + x = x(y-1)^2$ 。

【解答】解：  $xy^2 - 2xy + x$ ，

$= x(y^2 - 2y + 1)$ ，

$= x(y-1)^2$ 。

11. (2 分) 方程  $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x}$  的解为  $x = -1$ 。

【解答】解：  $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x}$ ，

方程两边都乘  $x(x-1)$ ，得  $2x = x-1$ ，

解得：  $x = -1$ ，

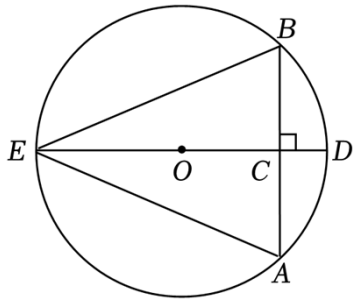
检验：当  $x = -1$  时，  $x(x-1) \neq 0$ ，

所以  $x = -1$  是原方程的解，

即方程  $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x}$  的解为  $x = -1$ ，

故答案为：  $x = -1$  .

12. (2分) 如图，在  $\odot O$  中，  $AB$  为弦，  $OC \perp AB$  于点  $C$ ，交  $\odot O$  于点  $D$ ，  $E$ ，连接  $EA$ ， $EB$ ，则图中存在的相等关系有  $AC = BC$ ， $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}$  (答案不唯一) (写出两组即可).



**【解答】**解：如图，

$\because OC \perp AB$ ，

$\therefore AC = BC$ ， $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}$ ， $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{BE}$ ，

$\therefore AE = BE$ ， $\angle A = \angle B$ ， $\angle AED = \angle BED$  .

故答案为：  $AC = BC$ ， $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BD}$  (答案不唯一).

13. (2分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(-2, y_1)$ ， $B(5, y_2)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象上，若  $y_1 > y_2$ ，则  $k$   $<$   $0$  (填“ $>$ ”或“ $<$ ”).

**【解答】**解： $\because$  点  $A(-2, y_1)$ ， $B(5, y_2)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象上，且  $y_1 > y_2$ ，

$\therefore$  点  $A(-2, y_1)$  在第二象限， $B(5, y_2)$  在第四象限，

$\therefore k < 0$ ，

故答案为：  $<$  .

14. (2分) 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，以点  $B$  为圆心，适当长为半径画弧，分别交  $BA$ ， $BC$  于点  $M$ ， $N$ ，再分别以点  $M$ ， $N$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径画弧，两弧交于点  $F$ ，作射线  $BF$  交  $AC$  于点  $D$  . 若点  $D$  到  $BC$  的距离为 1，则  $AC =$   $1 + \sqrt{2}$  .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/816150235104010231>