

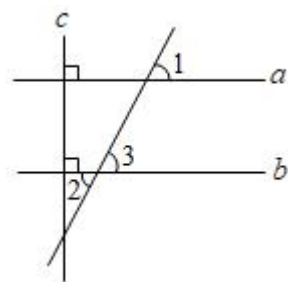
（人教版）七年级下册数学《第五章 相交线与平行线》

专题 平行线的判定与性质的综合应用

（基础题&提升题&压轴题）

基础题

1. （2023 秋•化州市期末）如图，已知 $a \perp c$ ， $b \perp c$ ，若 $\angle 1 = 65^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于（ ）



- A. 65° B. 90° C. 25° D. 70°

【分析】先根据 $a \perp c$ ， $b \perp c$ ，可得 $a \parallel b$ ，根据平行线的性质可得 $\angle 1 = \angle 3$ ，再根据对顶角的性质即可得出答案.

【解答】解：因为 $a \perp c$ ， $b \perp c$ ，

所以 $a \parallel b$ ，

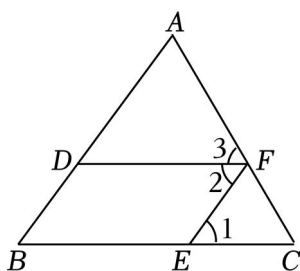
所以 $\angle 1 = \angle 3 = 65^\circ$ ，

所以 $\angle 2 = \angle 3 = 65^\circ$.

故选：A.

【点评】本题主要考查了平行线的判定与性质，熟练应用平行线的判定与性质进行计算是解决本题的关键.

2. （2023 秋•武功县期末）如图，在三角形 ABC 中，点 D ， E ， F 分别在 AB 、 BC 、 AC 上，且 $EF \parallel AB$ ，要使 $DF \parallel BC$ ，还需要添加条件（ ）



- A. $\angle B = \angle 1$ B. $\angle 1 = \angle 3$ C. $\angle B = \angle 3$ D. $\angle B = \angle 2$

【分析】根据平行线的性质，两直线平行同位角相等，得出 $\angle 1 = \angle B$ ，再根据平行线的判定定理，找出符合要求的答案.

【解答】解：A、 $\because \angle B = \angle 1$ ，可由 $EF \parallel AB$ 得出，不用添加，不能得出 $EF \parallel AB$ ，故此选项不符合题意；

B、 $\because EF \parallel AB$ ， $\therefore \angle B = \angle 1$ ，若添加 $\angle 1 = \angle 3$ ，则 $\angle B = \angle 3$ ，还是不能得出 $EF \parallel AB$ ，故此选项不符合题意；

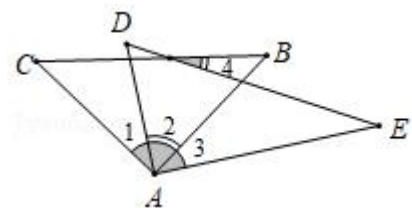
C、 $\because EF \parallel AB$ ， $\therefore \angle B = \angle 1$ ，若添加 $\angle B = \angle 3$ ，则 $\angle 1 = \angle 3$ ，还是不能得出 $EF \parallel AB$ ，故此选项不符合题意；

D、 $\because EF \parallel AB$ ， $\therefore \angle B = \angle 1$ ，若添加 $\angle B = \angle 2$ ，则 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\therefore DF \parallel BC$ ，故此选项符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键.

3. (2022 秋•丹东期末) 若将一副三角板按如图所示的方式放置，则下列结论正确的是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. 如果 $\angle 2 = 30^\circ$ ，则有 $AC \parallel DE$
C. 如果 $\angle 2 = 45^\circ$ ，则有 $\angle 4 = \angle D$ D. 如果 $\angle 2 = 50^\circ$ ，则有 $BC \parallel AE$

【分析】根据平行线的判定和性质一一判断即可

【解答】解： $\because \angle CAB = \angle DAE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ ，故 A 错误.

$\because \angle 2 = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 60^\circ$

$\therefore \angle CAE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ ，

$\therefore \angle E + \angle CAE = 180^\circ$ ，

$\therefore AC \parallel DE$ ，故 B 正确，

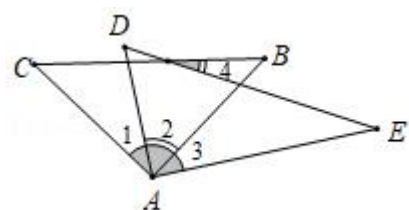
$\because \angle 2 = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 45^\circ$ ，

$\because \angle E + \angle 3 = \angle B + \angle 4$ ，

$\therefore \angle 4 = 30^\circ$,
 $\therefore \angle D = 60^\circ$,
 $\therefore \angle 4 \neq \angle D$, 故 C 错误,
 $\therefore \angle 2 = 50^\circ$,
 $\therefore \angle 3 = 40^\circ$,
 $\therefore \angle B \neq \angle 3$,
 $\therefore BC$ 不平行 AE , 故 D 错误.

故选: B .



【点评】 本题考查平行线的性质和判定，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

4. （2023 秋•莲池区期末）我市为了方便市民绿色出行，推出了共享单车服务．图①是某品牌共享单车放在水平地面的实物图，图②是其示意图，其中 AB , CD 都与地面 l 平行， $\angle BCD = 60^\circ$, $\angle BAC = 50^\circ$, 当 $\angle MAC$ 为 () 度时, $AM \parallel BE$.

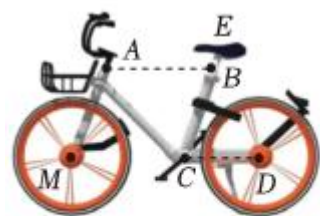


图 ①

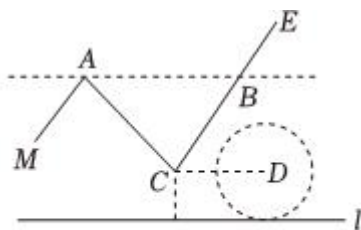


图 ②

- A. 15 B. 65 C. 70 D. 115

【分析】 根据已知易得: $AB \parallel CD$, 然后利用平行线的性质可得 $\angle BCD = \angle ABC = 60^\circ$, 再利用三角形内角和定理可得 $\angle ACB = 70^\circ$, 最后根据内错角相等, 两直线平行可得当 $\angle MAC = \angle ACB = 70^\circ$ 时, $AM \parallel BE$, 即可解答.

【解答】 解: $\because AB \parallel l$, $CD \parallel l$,
 $\therefore AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle BCD = \angle ABC = 60^\circ$,

$$\because \angle BAC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 70^\circ,$$

$$\therefore \text{当 } \angle MAC = \angle ACB = 70^\circ \text{ 时, } AM \parallel BE,$$

故选：C.

【点评】本题考查了平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键.

5. (2022 秋•望花区校级期末) 如图, $AF \parallel CD$, BC 平分 $\angle ACD$, BD 平分 $\angle EBF$, 且 $BC \perp BD$, 下列结论:

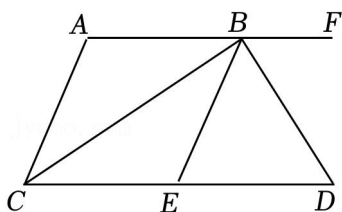
① BC 平分 $\angle ABE$;

② $AC \parallel BE$;

③ $\angle BCD + \angle D = 90^\circ$;

④ $\angle DBF = 60^\circ$.

其中正确的个数是 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【分析】由 $BC \perp BD$ 得到 $\angle CBE + \angle DBE = 90^\circ$, $\angle BCD + \angle D = 90^\circ$, 则可对③进行判断; 再由平行线的性质得 $\angle D = \angle DBF$, 由角平分线定义得 $\angle DBF = \angle DBE$, 则 $\angle CBE = \angle DBE$, 而 $\angle ABC = \angle DBE$, 所以 $\angle ABC = \angle CBE$, 则可对①进行判断; 接着由 BC 平分 $\angle ACD$ 得到 $\angle ACB = \angle BCE$, 所以 $\angle ACB = \angle CBE$, 根据平行线的判定即可得到 $AC \parallel BE$, 于是可对②进行判断; 当 $\angle DBF = 2\angle ABC$, $3\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle DBF = 60^\circ$, 利用平行线的性质得到 $\angle DEB = \angle ABE = 2\angle ABC$, 又因为 $\angle D = \angle DBE = \angle DBF$, $\angle D \neq \angle DEB$, 于是可得 $\angle DBF \neq 2\angle ABC$, 当则可对④进行判断.

【解答】解: $\because BC \perp BD$,

$$\therefore \angle CBD = 90^\circ, \text{ 即 } \angle CBE + \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD + \angle D = 90^\circ, \text{ 所以 } \textcircled{3} \text{ 正确;}$$

$$\because AF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle D = \angle DBF,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle EBF,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle DBE,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle BCE,$$

$$\because AB \parallel CE$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CBE,$$

$\therefore BC$ 平分 $\angle ABE$ ，所以①正确；

$$\because BC \text{ 平分 } \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CBE,$$

$\therefore AC \parallel BE$ ，所以②正确；

当 $\angle DBF = 2\angle ABC$ 时， $3\angle ABC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBF = 60^\circ,$$

$$\because \angle DEB = \angle ABE = 2\angle ABC,$$

而 $\angle D = \angle DBE = \angle DBF$ ，

$$\angle D \neq \angle BED,$$

$$\therefore \angle DBF \neq 2\angle ABC,$$

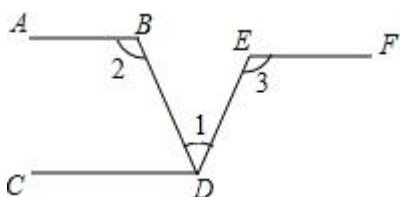
$$\therefore \angle DBF \neq 60^\circ. \text{ 故④错误.}$$

故正确的结论有 3 个.

故选：B.

【点评】本题考查了平行线的判定与性质：平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系，平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系．应用平行线的判定和性质定理时，一定要弄清题设和结论，切莫混淆．

6. （2023 秋•玉门市期末）如图， $AB \parallel CD \parallel EF$ ，则下列各式中正确的是（ ）



A. $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3$

B. $\angle 1 = \angle 3 - \angle 2$

C. $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ - \angle 1$

D. $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ + \angle 1$

【分析】根据平行线的性质可得到 $\angle 2 + \angle BDC = 180^\circ$ ， $\angle BDC + \angle 1 = \angle 3$ ，从而可找到 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 之间的关系。

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 2 + \angle BDC = 180^\circ$ ，即 $\angle BDC = 180^\circ - \angle 2$ ，

$\because EF \parallel CD$ ，

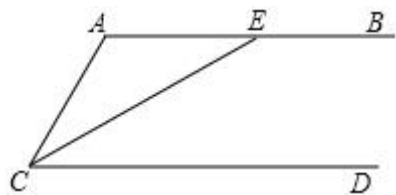
$\therefore \angle BDC + \angle 1 = \angle 3$ ，即 $\angle BDC = \angle 3 - \angle 1$ ，

$\therefore 180^\circ - \angle 2 = \angle 3 - \angle 1$ ，即 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ + \angle 1$ ，

故选：D。

【点评】本题主要考查平行线的性质，掌握平行线的性质和判定是解题的关键，即①两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同位角相等，②两直线平行 $\Leftrightarrow$ 内错角相等，③两直线平行 $\Leftrightarrow$ 同旁内角互补。

7. （2023 秋•甘州区校级期末）如图， $AB \parallel CD$ ， CE 平分 $\angle ACD$ ， $\angle A = 108^\circ$ ，求 $\angle AEC$ 的度数。



【分析】先由 $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 108^\circ$ ，得 $\angle ACD$ 的度数，再根据 CE 平分 $\angle ACD$ ，可得 $\angle DCE$ 的度数，再根据两直线平行，内错角相等求出结论。

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle A + \angle ACD = 180^\circ$ ，

$\because \angle A = 108^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ ，

$\because CE$ 平分 $\angle ACD$ ，

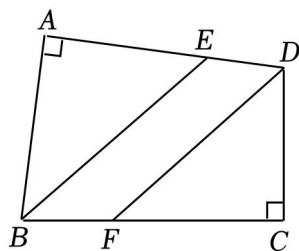
$\therefore \angle ACE = \angle DCE = 36^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle AEC = \angle DCE = 36^\circ$ 。

【点评】本题考查了平行线的性质，熟记性质并灵活运用是解题的关键，两直线平行，同位角相等，同旁内角互补，内错角相等。

8. （2023 秋•德城区校级月考）如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于 E ， DF 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于 F 。求证： $BE \parallel DF$ 。

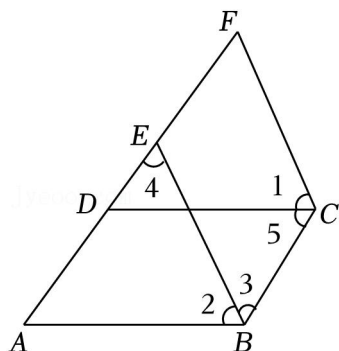


【分析】根据四边形内角和定理及角平分线定义求出 $\angle EBC + \angle FDC = 90^\circ$ ，结合直角三角形的性质推出 $\angle EBC = \angle DFC$ ，根据“同位角相等，两直线平行”即可得解。

【解答】证明： $\because \angle A = \angle C = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABC + \angle ADC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$ ，
 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ， DF 平分 $\angle ADC$ ，
 $\therefore \angle EBC = \frac{1}{2}\angle ABC$ ， $\angle FDC = \frac{1}{2}\angle ADC$ ，
 $\therefore \angle EBC + \angle FDC = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ADC) = 90^\circ$ ，
 $\because \angle C = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle FDC + \angle DFC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle DFC = \angle EBC$ ，
 $\therefore BE \parallel DF$ 。

【点评】此题考查了平行线的判定，熟记平行线的判定定理是解题的关键。

9. （2022 秋•辉县市校级期末）如图，已知 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ， $\angle 5 = \angle A$ ，试说明： $BE \parallel CF$ 。



【分析】按照所给的证明思路，利用平行线的判定与性质定理即可解答。

【解答】解： $\because \angle 3 = \angle 4$ （已知），

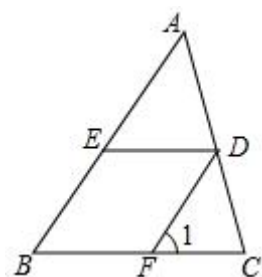
$\therefore AE \parallel BC$ （内错角相等，两直线平行），
 $\therefore \angle EDC = \angle 5$ （两直线平行，内错角相等），
 $\because \angle 5 = \angle A$ （已知），
 $\therefore \angle EDC = \angle A$ （等量代换），
 $\therefore DC \parallel AB$ （同位角相等，两直线平行），
 $\therefore \angle 5 + \angle ABC = 180^\circ$ （两直线平行，同旁内角互补），
 即 $\angle 5 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，
 $\because \angle 1 = \angle 2$ （已知），
 $\therefore \angle 5 + \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ （等量代换），
 即 $\angle BCF + \angle 3 = 180^\circ$ ，
 $\therefore BE \parallel CF$ （同旁内角互补，两直线平行）。

【点评】此题主要考查了平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定与性质是解答此题的关键。

10. （2023 秋•太康县期末）如图， $\triangle ABC$ 中， D 是 AC 上一点，过 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AB 于 E 点， F 是 BC 上一点，连接 DF 。若 $\angle 1 = \angle AED$ 。

（1）求证： $DF \parallel AB$ 。

（2）若 $\angle 1 = 50^\circ$ ， DF 平分 $\angle CDE$ ，求 $\angle C$ 的度数。



【分析】（1）根据 $DE \parallel BC$ ，得出 $\angle AED = \angle B$ ，又因为 $\angle 1 = \angle AED$ ，等量代换得 $\angle B = \angle 1$ ，最后根据同位角相等，两直线平行即可证明；

（2）根据 $DE \parallel BC$ ，得出 $\angle EDF = \angle 1 = 50^\circ$ ，再根据 DF 平分 $\angle CDE$ ，得出 $\angle CDF = \angle EDF = 50^\circ$ ，最后在 $\triangle CDF$ 中利用三角形内角和等于 180° 即可求解。

【解答】解：（1）证明： $\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AED = \angle B$ ，

又 $\because \angle 1 = \angle AED$ ，

$$\therefore \angle B = \angle 1,$$

$$\therefore DF \parallel AB;$$

$$(2) \because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\because DF \text{ 平分 } \angle CDE,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle EDF = 50^\circ,$$

在 $\triangle CDF$ 中,

$$\therefore \angle C + \angle 1 + \angle CDF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle 1 - \angle CDF = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ.$$

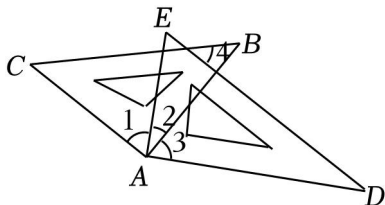
答: $\angle C$ 的度数为 80° .

【点评】本题考查了平行线的性质和判定, 解题的关键是掌握题中各角之间的位置关系和数量关系.

提升题

1. (2023 秋·黔江区期末) 将一副三角板如图放置, 则下列结论中正确的是 ()

- ① 如果 $\angle 2 = 30^\circ$, 则有 $AC \parallel DE$;
- ② $\angle BAE + \angle CAD = 180^\circ$;
- ③ 如果 $BC \parallel AD$, 则有 $\angle 2 = 45^\circ$;
- ④ 如果 $\angle CAD = 150^\circ$, 必有 $\angle 4 = \angle C$.



- A. ①②③ B. ③④ C. ①②④ D. ①②③④

【分析】根据平行线的性质与判定, 余角的性质, 等逐项分析并选择正确的选项即可.

【解答】解: ① $\because \angle 2 = 30^\circ$, $\therefore \angle 1 = 60^\circ$, $\therefore \angle 1 = \angle E$, $\therefore AC \parallel DE$, 故①正确;

$$\textcircled{2} \because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CAD = \angle 2 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \text{故} \textcircled{2} \text{正确};$$

$$\textcircled{3} \because BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle C = 180^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle C = 45^\circ, \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ, \text{故} \textcircled{3} \text{正确};$$

$$\textcircled{4} \because \angle CAD = 150^\circ, \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CAD - \angle DAE = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle E = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle E,$$

$$\therefore AC \parallel DE,$$

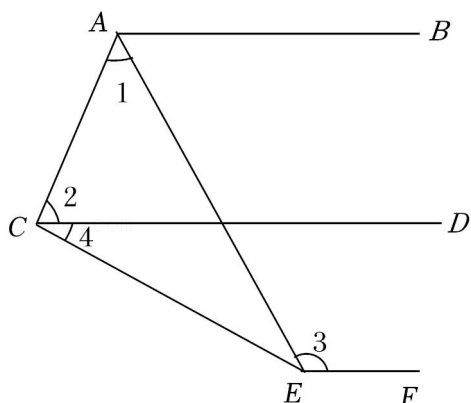
$$\therefore \angle 4 = \angle C, \text{故} \textcircled{4} \text{正确};$$

故选: D .

【点评】本题考查三角板中的角度计算, 平行线的性质与判定, 能够掌握数形结合思想是解决本题的关键.

2. (2022 春•兴城市期末) 如图, 已知: $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$, AE 平分 $\angle BAC$, $AC \perp CE$, 有下列结论:

① $AB \parallel EF$; ② $2\angle 1 - \angle 4 = 90^\circ$; ③ $2\angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$; ④ $\angle 3 + \frac{1}{2}\angle 4 = 135^\circ$. 其中, 正确的结论有 _____. (填序号)



【分析】根据平行线的性质逐一分析判断即可.

【解答】解: $\because AB \parallel CD, CD \parallel EF,$

$\therefore AB \parallel EF$, 故①正确;

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAC = 2\angle 1,$$

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BAC + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \quad (1),$$

$\because AC \perp CE$,

$$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 90^\circ \quad (2),$$

$\therefore (1) - (2)$ 得, $2\angle 1 - \angle 4 = 90^\circ$, 故②正确;

$\because AB \parallel EF$,

$$\therefore \angle BAE + \angle 3 = 180^\circ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle 1 + 2\angle 3 = 360^\circ \quad (3),$$

$$\because 2\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \quad (1),$$

$(3) - (1)$ 得, $2\angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$, 故③正确;

$\because CD \parallel EF$,

$$\therefore \angle CEF + \angle 4 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle AEC + \angle 4 = 180^\circ,$$

$\because AC \perp CE$,

$$\therefore \angle 1 + \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 - \angle 1 = 90^\circ,$$

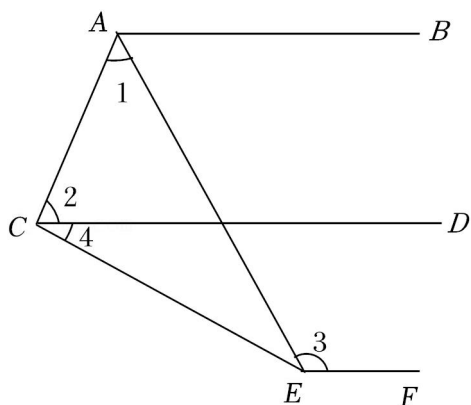
$$\because 2\angle 1 - \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 45^\circ + \frac{1}{2}\angle 4,$$

$$\therefore \angle 3 + \frac{1}{2}\angle 4 = 135^\circ, \text{ 故④正确.}$$

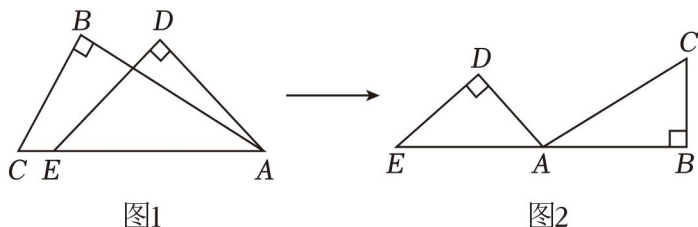
故正确的结论有: ①②③④.

故答案为: ①②③④.



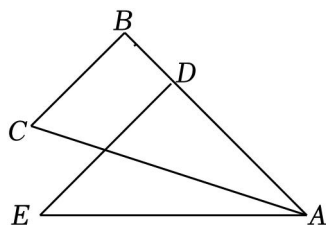
【点评】本题考查了平行线的判定和性质，熟练应用判定定理和性质定理是解题的关键，平行线的性质：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等．平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系．平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系．应用平行线的判定和性质定理时，一定要弄清题设和结论，切莫混淆．

3. （2023 秋•淮阳区校级期末）一副直角三角尺按如图 1 所示的方式叠放，现将含 45° 角的三角尺 ADE 固定不动，将含 30° 角的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动至图 2 的位置．在此转动过程中，若 BC 与三角尺 ADE 的一直角边平行，则 $\angle CAE$ 的度数为 _____.

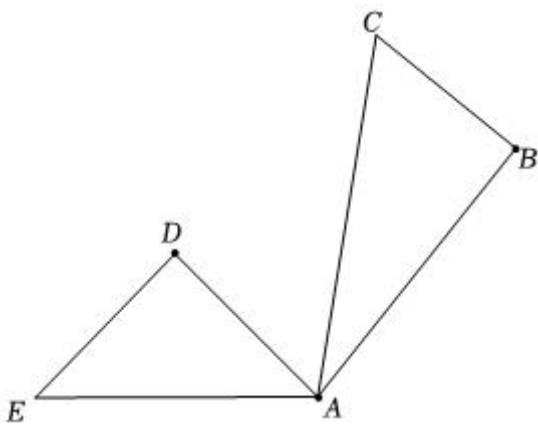


【分析】如图，当 $BC \parallel DE$ 时，当 $AD \parallel BC$ 时，根据平行线的性质即可得到结论．

【解答】解：如图，当 $BC \parallel DE$ 时， $\angle CAE = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ ；



如图，当 $AD \parallel BC$ 时， $\angle CAE = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$ ；



综上所述，若 BC 与三角尺 ADE 的一直角边平行，则 $\angle CAE$ 的度数为 15° 或 105° ，

故答案为： 15° 或 105° 。

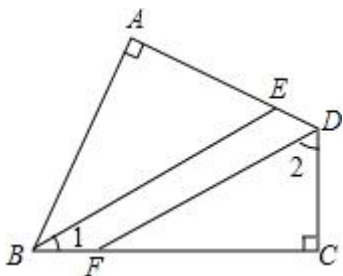
【点评】 本题考查的是平行线的判定与性质，根据题意画出图形，利用平行线的性质及直角三角板的性质求解是解答此题的关键。

4. （2023 秋•芜湖县期中）四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， BE 、 DF 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ 的平分线。

求证：

(1) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ；

(2) $BE \parallel DF$ 。



【分析】 (1) 根据四边形的内角和，可得 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ，然后，根据角平分线的性质，即可得出；

(2) 由互余可得 $\angle 1 = \angle DFC$ ，根据平行线的判定，即可得出。

【解答】 证明：(1) $\because BE$ 、 DF 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ 的平分线，

$$\therefore \angle 1 = \angle ABE, \quad \angle 2 = \angle ADF,$$

$$\because \angle A = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore 2(\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ ;$$

(2) 在 $\triangle FCD$ 中, $\because \angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DFC + \angle 2 = 90^\circ ,$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle DFC,$$

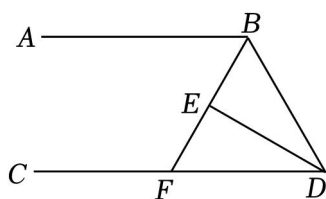
$$\therefore BE \parallel DF.$$

【点评】本题主要考查了平行线的判定与性质，关键是掌握四边形内角和为 360 度，同位角相等，两直线平行.

5. (2023 春•滨海县月考) 已知: 如图所示, $\angle ABD$ 和 $\angle BDC$ 的平分线交于点 E , BE 交 CD 于点 F , $\angle BED = 90^\circ$

(1) AB 与 CD 平行吗? 试说明理由.

(2) 试探究 $\angle EFD$ 与 $\angle BDE$ 的数量关系, 并说明理由.



【分析】(1) 已知 BE 、 DE 平分 $\angle ABD$ 、 $\angle BDC$, 且 $\angle FBD + \angle BDE = 90^\circ$, 可得 $\angle ABD + \angle BDC = 180^\circ$, 根据同旁内角互补, 可得两直线平行.

(2) 已知 $\angle BED = 90^\circ$, 那么 $\angle EFD + \angle FDE = 90^\circ$, 将等角代换, 即可得出 $\angle EFD$ 与 $\angle BDE$ 的数量关系.

【解答】解: (1) AB 与 CD 平行, 理由如下:

$$\because BE、DE \text{ 平分 } \angle ABD、\angle BDC,$$

$$\therefore \angle FBD = \frac{1}{2}\angle ABD, \angle BDE = \frac{1}{2}\angle BDC;$$

$$\because \angle BED = 90^\circ$$

$$\therefore \angle FBD + \angle BDE = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BDC = 180^\circ ,$$

$$\therefore AB \parallel CD; \text{ (同旁内角互补, 两直线平行)}$$

(2) $\angle EFD + \angle BDE = 90^\circ$ ，理由如下：

$\because DE$ 平分 $\angle BDC$,

$\therefore \angle BDE = \angle FDE$;

$\therefore \angle BED = 90^\circ = \angle DEF$,

$\therefore \angle EFD + \angle FDE = 90^\circ$,

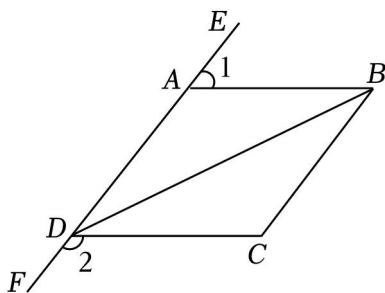
$\therefore \angle EFD + \angle BDE = 90^\circ$.

【点评】此题主要考查了平行线的判定，平行线的判定定理是解题的关键，难度不大.

6. (2023 春•乾安县期末) 如图，已知点 A 、 D 在直线 EF 上， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， DB 平分 $\angle ADC$ ， $AD \parallel BC$.

(1) 求证： $AB \parallel DC$;

(2) 若 $\angle DAB = 128^\circ$ ，求 $\angle DBC$ 的度数.



【分析】(1) 由 $\angle 1 + \angle DAB = 180^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，可得 $\angle 2 = \angle DAB$ ，即可证明 $AB \parallel CD$;

(2) 由平行线的性质，可得 $\angle CDA = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$ ，根据角平分线的定义得 $\angle ADB = \angle BDC = \frac{1}{2} \angle ADC = 26^\circ$ ，根据平行线的性质即可求解.

【解答】(1) 证明： $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，点 A ， B 在直线 EF 上，

$\therefore \angle 1 + \angle DAB = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle DAB$ ，

$\therefore AB \parallel CD$;

(2) 解： $\because \angle BAD + \angle CDA = 180^\circ$ ， $\angle DAB = 128^\circ$ ，

$\therefore \angle CDA = 180^\circ - \angle DAB = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$ ，

$\because DB$ 平分 $\angle CDA$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle BDC = \frac{1}{2} \angle CDA = 26^\circ$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

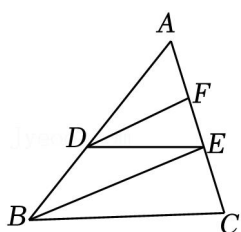
$$\therefore \angle DBC = \angle ADB = 26^\circ .$$

【点评】本题主要考查了平行线的判定与性质，在看懂图形并根据题意，熟记平行线的判定和性质定理是解答本题的关键.

7. (2022 秋•达川区期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AC 于点 E , 过点 E 作 $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 D , 过点 D 作 $DF \parallel BE$ 交 AC 于点 F .

(1) 求证: DF 是 $\angle ADE$ 的平分线;

(2) 若 $\angle BED = 28^\circ$, 若 $\angle ACB = 81^\circ$, 求 $\angle AFD$ 的度数.



【分析】(1) 利用角平分线的定义可得 $\angle ABE = \angle CBE$, 再利用平行线的性质可得 $\angle DEB = \angle CBE$, 从而可得 $\angle DEB = \angle ABE$, 然后再利用平行线的性质可得 $\angle ADF = \angle ABE$, $\angle EDF = \angle DEB$, 从而利用等量代换可得 $\angle ADF = \angle EDF$, 即可解答;

(2) 利用平行线的性质可得 $\angle AED = \angle ACB = 81^\circ$, 然后利用平行线的性质可得 $\angle EDF = \angle BED = 28^\circ$, 再利用三角形的外角性质可得 $\angle AFD = \angle FDE + \angle DEF = 109^\circ$, 进行计算即可解答.

【解答】(1) 证明: $\because BE$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle ABE,$$

$$\because DF \parallel BE,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle ABE, \angle EDF = \angle DEB,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle EDF,$$

$$\therefore DF \text{ 是 } \angle ADE \text{ 的平分线};$$

(2) 解: $\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \angle AED = \angle ACB = 81^\circ ,$$

$$\because DF \parallel BE,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle BED = 28^\circ,$$

$\because \angle AFD$ 是 $\triangle DFE$ 的一个外角,

$$\therefore \angle AFD = \angle FDE + \angle DEF = 28^\circ + 81^\circ = 109^\circ,$$

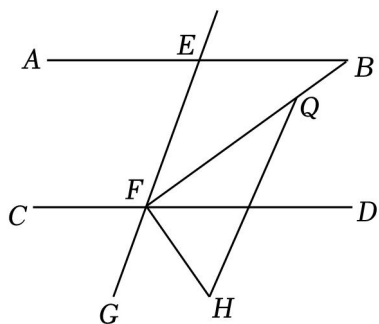
$\therefore \angle AFD$ 的度数为 109° .

【点评】本题考查了角平分线的定义，平行线的性质，熟练掌握利用角平分线的定义，以及平行线的性质是解题的关键.

8. (2023 秋·沈北新区期末) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 一条直线分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , $\angle EFB = \angle B$, $FH \perp FB$, 点 Q 在 BF 上, 连接 QH .

(1) 已知 $\angle EFD = 70^\circ$, 直接写出 $\angle HFG$ 的度数;

(2) 求证: FH 平分 $\angle GFD$.



【分析】(1) 由平行线的性质得到 $\angle B = \angle BFD$, 而 $\angle EFB = \angle B$, 得到 $\angle BFD = \angle EFB$, 求出 $\angle EFB = \frac{1}{2} \angle EFD = 35^\circ$, 由垂直的定义得到 $\angle HFQ = 90^\circ$, 即可求出 $\angle HFG = 180^\circ - \angle EFB - \angle HFQ = 55^\circ$;

(2) 由 (1) 知 $\angle BFD = \angle EFB$, $\angle HFQ = 90^\circ$, 由余角的性质推出 $\angle HFG = \angle DFH$, 即可证明 FH 平分 $\angle GFD$.

【解答】(1) 解: $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle B = \angle BFD,$$

$$\because \angle EFB = \angle B,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle EFB,$$

$$\because \angle EFD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle EFB = \frac{1}{2} \angle EFD = 35^\circ,$$

$$\because FH \perp FB,$$

$$\therefore \angle HFQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HFG = 180^\circ - \angle EFB - \angle HFQ = 55^\circ ;$$

(2) 证明：由(1)知 $\angle BFD = \angle EFB$ ， $\angle HFQ = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle HFG + \angle EFB = 180^\circ - \angle HFQ = 90^\circ, \quad \angle DFH + \angle BFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HFG = \angle DFH,$$

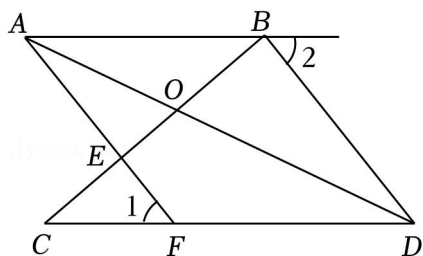
$$\therefore FH \text{ 平分 } \angle GFD.$$

【点评】本题考查角平分线定义，垂线，平行线的性质，关键是由平行线的性质推出 $\angle BFD = \angle EFB$ 。

9. (2022 秋•东港市期末) 如图， $AF \perp BC$ 于点 E ， $BD \perp BC$ 于点 B ， $\angle 1 = \angle 2$ 。

(1) 求证： $\angle BAF$ 与 $\angle AFD$ 互补；

(2) 若 AD 平分 $\angle BAF$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，求 $\angle COD$ 的度数。



【分析】(1) 由两个垂直条件可得 $AF \parallel BD$ ，由平行线的性质及 $\angle 1 = \angle 2$ ，可推出 $AB \parallel CD$ ，再由平行线的性质即可得出结论；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中，由 $\angle C = 40^\circ$ ，可求得 $\angle 1$ 的度数，由 $AB \parallel CD$ 及 AD 平分 $\angle BAF$ ，可求得 $\angle DAF$ 的度数，再由三角形外角的性质即可求得 $\angle COD$ 的度数。

【解答】(1) 证明： $\because AF \perp BC$ 于点 E ， $BD \perp BC$ 于点 B ，

$$\therefore \angle CEF = 90^\circ, \quad \angle CBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle CBD,$$

$$\therefore AF \parallel BD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle BDC,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle 2,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle AFD = 180^\circ,$$

即 $\angle BAF$ 与 $\angle AFD$ 互补；

(2) 解：在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中， $\angle C = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle BAF = 50^\circ,$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BAF,$$

$$\therefore \angle DAF = \frac{1}{2} \angle BAF = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ,$$

$$\because \angle AEO = \angle CEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COD = \angle AEO + \angle DAF = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ.$$

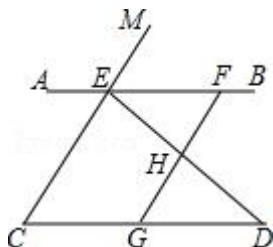
【点评】本题考查平行线的性质和判定，角平分线的性质，三角形内角和定理，能够熟练掌握平行线的性质与判定是解决本题的关键.

10. (2022 秋•青山区期末) 如图，已知点 E 、 F 在直线 AB 上，点 G 在线段 CD 上， ED 与 FG 交于点 H ， $\angle C = \angle EFG$ ， $\angle CED = \angle GHD$.

(1) 求证： $CE \parallel GF$;

(2) 试判断 $\angle AED$ 与 $\angle D$ 之间的数量关系，并说明理由;

(3) 若 $\angle EHF = 100^\circ$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，求 $\angle AEM$ 的度数.



【分析】(1) 根据同位角相等两直线平行，可证 $CE \parallel GF$;

(2) 根据平行线的性质可得 $\angle C = \angle FGD$ ，根据等量关系可得 $\angle FGD = \angle EFG$ ，根据内错角相等，两直线平行可得 $AB \parallel CD$ ，再根据平行线的性质可得 $\angle AED$ 与 $\angle D$ 之间的数量关系;

(3) 根据对顶角相等可求 $\angle DHG$ ，根据三角形外角的性质可求 $\angle CGF$ ，根据平行线的性质可得 $\angle C$ ， $\angle AEC$ ，再根据平角的定义可求 $\angle AEM$ 的度数.

【解答】(1) 证明： $\because \angle CED = \angle GHD$,

$$\therefore CE \parallel GF;$$

(2) 解： $\because CE \parallel GF$,

$$\therefore \angle C = \angle FGD,$$

$$\because \angle C = \angle EFG,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/816152235141010220>