

2024 年高考考前逆袭卷（新高考新题型）01

数 学

（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

全国新高考卷的题型会有所调整，考试题型为 8（单选题）+3（多选题）+3（填空题）+5（解答题），其中最后一道试题是**新高考地区新增加的题型**，主要涉及集合、数列，导数等模块，以解答题的方式进行考查。

预测 2024 年新高考地区数列极有可能出现在概率与统计大题中，而结构不良型题型可能为集合或导数模块中的一个，出现在 19 题的可能性较大，难度中等偏上，例如本卷第 19 题。

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 已知样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{100} 的平均数和标准差均为 4，则数据 $-x_1 - 1, -x_2 - 1, \dots, -x_{100} - 1$ 的平均数与方差分别为（ ）

- A. -5, 4 B. -5, 16 C. 4, 16 D. 4, 4

2. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $|\vec{b}| = 3$ ， $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{17}$ ，则向量 \vec{a} 在向量 \vec{b} 上的投影向量的模长为（ ）

- A. 6 B. 3 C. 2 D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

3. 已知在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $2a_2 + a_3 = 15$ ， $a_2 a_3 a_4 = 729$ ，则 $S_n - a_n =$ （ ）

- A. $2 \times 3^{n-1} - 2$ B. $\frac{1}{2}(3^{n-1} - 1)$ C. $2 \times 3^n - n$ D. $5 \times 3^n - 3$

4. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中， $AB = 6, AC = 3, BC = 3\sqrt{3}$ ，三棱锥 $A-BCD$ 的体积为 $\frac{21\sqrt{3}}{2}$ ，其外接球的体积为 $\frac{500}{3}\pi$ ，则线段 CD 长度的最大值为（ ）

- A. 7 B. 8 C. $7\sqrt{2}$ D. 10

5. 一个信息设备装有一排六只发光电子元件，每个电子元件被点亮时可发出红色光、蓝色光、绿色光中的一种光。若每次恰有三个电子元件被点亮，但相邻的两个电子元件不能同时被点亮，根据这三个被点亮的电子元件的不同位置以及发出的不同颜色的光来表示不同的信息，则这排电子元件能表示的信息种数共有（ ）

- A. 60 种 B. 68 种 C. 82 种 D. 108 种

6. 已知 $a = 2^{-1.1}$, $b = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{3}$, $c = \log_2 3$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

7. 纯电动汽车是以车载电源为动力, 用电机驱动车轮行驶, 符合道路交通、安全法规各项要求的车辆, 它使用存储在电池中的电来发动. 因其对环境影响较小, 逐渐成为当今世界的乘用车的发展方向. 研究发现电池的容量随放电电流的大小而改变, 1898 年 Peukert 提出铅酸电池的容量 C 、放电时间 t 和放电电流 I 之间关系的经验公式:

$C = I^\lambda t$, 其中 λ 为与蓄电池结构有关的常数 (称为 Peukert 常数), 在电池容量不变的条件下, 当放电电流为 7.5A 时, 放电时间为 60h; 当放电电流为 25A 时, 放电时间为 15h, 则该蓄电池的 Peukert 常数 λ 约为 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.301$, $\lg 3 \approx 0.477$) ()

- A. 1.12 B. 1.13
C. 1.14 D. 1.15

8. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 与抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$, 抛物线 C_2 的准线过双曲线 C_1 的焦点 F , 过点 F 作双曲线 C_1 的一条渐近线的垂线, 垂足为点 M , 延长 FM 与抛物线 C_2 相交于点 N , 若 $\overline{ON} + 3\overline{OF} = 4\overline{OM}$, 则双曲线 C_1 的离心率等于 ()

- A. $\sqrt{3} + 1$ B. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2} + 1$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 在复平面内，下列说法正确的是 ()

- A. 若复数 $z = \frac{1-i}{1+i}$ (i 为虚数单位), 则 $z^{74} = -1$
 B. 若复数 z 满足 $z = \bar{z}$, 则 $z \in \mathbf{R}$
 C. 若 $\overline{z_1 z_2} = 0$, 则 $\bar{z}_1 = 0$ 或 $\bar{z}_2 = 0$
 D. 若复数 z 满足 $|z-1| + |z+1| = 2$, 则复数 z 对应点的集合是以坐标原点 O 为中心, 焦点在 x 轴上的椭圆

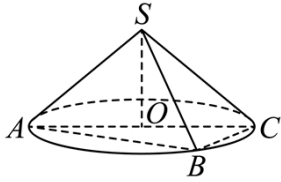
10. 设直线系 $M: x \cos^m \theta + y \sin^n \theta = 1$ (其中 $0, m, n$ 均为参数, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, $m, n \in \{1, 2\}$), 则下列命题中是真命题的是 ()

- A. 当 $m=1, n=1$ 时, 存在一个圆与直线系 M 中所有直线都相切
 B. 存在 m, n , 使直线系 M 中所有直线恒过定点, 且不过第三象限

C. 当 $m=n$ 时, 坐标原点到直线系 M 中所有直线的距离最大值为 1, 最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. 当 $m=2, n=1$ 时, 若存在一点 $A(a,0)$, 使其到直线系 M 中所有直线的距离不小于 1, 则 $a \leq 0$

11. 如图所示, 一个圆锥 SO 的底面是一个半径为 3 的圆, AC 为直径, 且 $\angle ASC = 120^\circ$, 点 B 为圆 O 上一动点 (异于 A, C 两点), 则下列结论正确的是 ()



A. $\angle SAB$ 的取值范围是 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

B. 二面角 $S-BC-A$ 的平面角的取值范围是 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$

C. 点 A 到平面 SBC 的距离最大值为 3

D. 点 M 为线段 SB 上的一动点, 当 $SA \perp SB$ 时, $AM + MC > 6$

第 II 卷 (非选择题)

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, $B = \{x | -a \leq x \leq a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是_____.

13. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, 四边形 ABB_1A_1 为菱形, $\angle A_1AB = 60^\circ$, 平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 ABC , M 为 AB 的中点, N 为 BB_1 的中点, 则三棱锥 $C_1 - A_1MN$ 的外接球的表面积为_____.

14. 已知对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且当 $x_1 < x_2$ 时, 都有: $\frac{a(\ln x_2 - \ln x_1)}{x_2 - x_1} < 1 + \frac{1}{x_1 x_2}$, 则 a 的取值范围是_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别 a, b, c , 其中

$$a = b + 2, c = \sqrt{2}b, \text{ 且 } \sin A = \sqrt{2} \sin C.$$

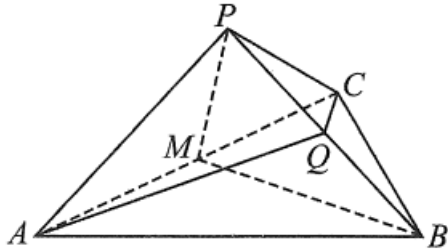
(1) 求 c 的值;

(2) 求 $\tan A$ 的值;

(3) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

16. (15分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, M 为 AC 边上的一点,

$$\angle APC = \angle PMA = 90^\circ, \quad \cos \angle CAB = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad AB = 2PC = \sqrt{6}, \quad PA = \sqrt{3}.$$



(1) 证明: $AC \perp$ 平面 PBM ;

(2) 设点 Q 为边 PB 的中点, 试判断三棱锥 $P-ACQ$ 的体积是否有最大值? 如果有, 请求出最大值; 如果没有, 请说明理由.

17. (15分) 近年来, 某大学为响应国家号召, 大力推行全民健身运动, 向全校学生开放了 A, B 两个健身中心, 要求全校学生每周都必须利用课外时间去健身中心进行适当的体育锻炼.

(1) 该校学生甲、乙、丙三人某周均从 A, B 两个健身中心中选择其中一个进行健身, 若甲、乙、丙该周选择 A 健身中心健身的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$, 求这三人中这一周恰好有一人选择 A 健身中心健身的概率;

(2) 该校学生丁每周六、日均去健身中心进行体育锻炼, 且这两天中每天只选择两个健身中心的其中一个, 其中周六选择 A 健身中心的概率为 $\frac{1}{2}$. 若丁周六选择 A 健身中心, 则周日仍选择 A 健身中心的概率为 $\frac{1}{4}$; 若周六选择 B 健身中心, 则周日选择 A 健身中心的概率为 $\frac{2}{3}$. 求丁周日选择 B 健身中心健身的概率;

(3) 现用健身指数 $k (k \in [0, 10])$ 来衡量各学生在一个月的健身运动后的健身效果, 并规定 k 值低于 1 分的学生为健身效果不佳的学生, 经统计发现从全校学生中随机抽取一人, 其 k 值低于 1 分的概率为 0.12. 现从全校学生中随机抽取一人, 如果抽取到的学生不是健身效果不佳的学生, 则继续抽取下一个, 直至抽取到一位健身效果不佳的学生为止, 但抽取的总次数不超过 n . 若抽取次数的期望值不超过 23, 求 n 的最大值.

参考数据： $0.98^{29} \approx 0.557, 0.98^{30} \approx 0.545, 0.98^{31} \approx 0.535$.

18. (17分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上下顶点分别为 B_1, B_2 ，左右顶点分别为 A_1, A_2 ，四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的面积为 $6\sqrt{5}$ ，若椭圆 C 上的点到右焦点距离的最大值和最小值之和为 6.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 过点 $(-1, 0)$ 且斜率不为 0 的直线 l 与 C 交于 P, Q (异于 A_1, A_2) 两点，设直线 A_2P 与直线 A_1Q 交于点 M ，证明：点 M 在定直线上.

19. (17分) 给定整数 $n \geq 3$ ，由 n 元实数集合 P 定义其随影数集

$Q = \{|x - y| \mid x, y \in P, x \neq y\}$. 若 $\min(Q) = 1$ ，则称集合 P 为一个 n 元理想数集，并定义 P 的理数 t 为其中所有元素的绝对值之和.

(1) 分别判断集合 $S = \{-2, -1, 2, 3\}, T = \{-0.3, -1.2, 2.1, 2.5\}$ 是不是理想数集；(结论不要求说明理由)

(2) 任取一个 5 元理想数集 P ，求证： $|\min(P)| + |\max(P)| \geq 4$ ；

(3) 当 $P = \{x_1, x_2, \dots, x_{2024}\}$ 取遍所有 2024 元理想数集时，求理数 t 的最小值.

注：由 n 个实数组成的集合叫做 n 元实数集合， $\max(P), \min(P)$ 分别表示数集 P 中的最大数与最小数.

2024 年高考考前逆袭卷（新高考新题型）01

数 学

（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

全国新高考卷的题型会有所调整，考试题型为 8（单选题）+3（多选题）+3（填空题）+5（解答题），其中最后一道试题是**新高考地区新增加的题型**，主要涉及集合、数列，导数等模块，以解答题的方式进行考查。

预测 2024 年新高考地区数列极有可能出现在概率与统计大题中，而结构不良型题型可能为集合或导数模块中的一个，出现在 19 题的可能性较大，难度中等偏上，例如本卷第 19 题。

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 已知样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{100} 的平均数和标准差均为 4，则数据 $-x_1 - 1, -x_2 - 1, \dots, -x_{100} - 1$ 的平均数与方差分别为（ ）

- A. -5, 4 B. -5, 16 C. 4, 16 D. 4, 4

【答案】B

【详解】由题意知样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{100} 的平均数和标准差均为 4，则 x_1, x_2, \dots, x_{100} 的方差为 16，

则 $-x_1, -x_2, \dots, -x_{100}$ 的平均数为 -4，方差为 $(-1)^2 \times 16 = 16$ ，

故 $-x_1 - 1, -x_2 - 1, \dots, -x_{100} - 1$ 的平均数为 $-4 - 1 = -5$ ，方差 16，

故选：B

2. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $|\vec{b}| = 3$ ， $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{17}$ ，则向量 \vec{a} 在向量 \vec{b} 上的投影向量的模长为（ ）

- A. 6 B. 3 C. 2 D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

【答案】C

【详解】因为 $\vec{a} = (1, 2)$ ，所以 $|\vec{a}| = \sqrt{5}$ ，

因为 $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{17}$ ，所以 $(\vec{a} - 2\vec{b})^2 = 17$ ，

所以 $\vec{a} \cdot \vec{a} - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b} \cdot \vec{b} = 17$ ，又 $|\vec{b}| = 3$ ，

所以 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ ，所以向量 \vec{a} 在向量 \vec{b} 上的投影向量的模的值为 $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} = \frac{6}{3} = 2$ ，

故选：C.

3. 已知在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $2a_2 + a_3 = 15$ ， $a_2 a_3 a_4 = 729$ ，则 $S_n - a_n = ()$

- A. $2 \times 3^{n-1} - 2$ B. $\frac{1}{2}(3^{n-1} - 1)$ C. $2 \times 3^n - n$ D. $5 \times 3^n - 3$

【答案】B

【详解】因为在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 a_3 a_4 = 729$ ，所以 $a_3^3 = 729$ ，解得 $a_3 = 9$ ，

又 $2a_2 + a_3 = 15$ ，解得 $a_2 = 3$ ，

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，则 $q = \frac{a_3}{a_2} = \frac{9}{3} = 3$ ，

所以 $a_1 = 1$ ，所以 $S_n - a_n = \frac{1-3^n}{1-3} - 3^{n-1} = \frac{1}{2}(3^{n-1} - 1)$ 。

故选：B.

4. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中， $AB = 6, AC = 3, BC = 3\sqrt{3}$ ，三棱锥 $A-BCD$ 的体积为

$\frac{21\sqrt{3}}{2}$ ，其外接球的体积为 $\frac{500}{3}\pi$ ，则线段 CD 长度的最大值为 ()

- A. 7 B. 8 C. $7\sqrt{2}$ D. 10

【答案】C

【详解】因为球的体积为 $\frac{500}{3}\pi$ ，所以球的半径 R 满足 $\frac{500}{3}\pi = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，可得 $R = 5$ ；

又 $AB = 6, AC = 3, BC = 3\sqrt{3}$ ，因此 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ，即 $\angle ACB = 90^\circ$ ，此时

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}；$$

设点 D 到平面 ABC 的距离为 h ，则 $\frac{1}{3}h \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{21\sqrt{3}}{2}$ ，可得 $h = 7$ ，

因为 D 在球的截面圆上，设截面圆所在的平面为 α ，当 α 与平面 ABC 平行时， DC 有最大值；

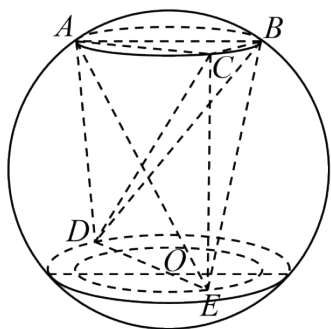
设球心到平面 ABC 的距离为 d ，而 $\triangle ABC$ 的外心即为 AB 的中点，外接圆的半径为

$$\frac{1}{2}AB = 3，$$

则 $d = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ，故球心到平面 α 的距离为 $7 - 4 = 3$ ，

可知截面圆半径为 $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ ；

设 C 在平面 α 上的射影为 E ，则 E 的轨迹为圆，如下图所示：



设该圆圆心为 O ，则当 D, O, E 三点共线时且点 O 在 D, E 中间时， DE 最长，

此时 $DE = 3 + 4 = 7$ ，故线段 CD 长度的最大值为 $7\sqrt{2}$ 。

故选：C

5. 一个信息设备装有一排六只发光电子元件，每个电子元件被点亮时可发出红色光、蓝色光、绿色光中的一种光。若每次恰有三个电子元件被点亮，但相邻的两个电子元件不能同时被点亮，根据这三个被点亮的电子元件的不同位置以及发出的不同颜色的光来表示不同的信息，则这排电子元件能表示的信息种数共有（ ）

- A. 60 种 B. 68 种 C. 82 种 D. 108 种

【答案】D

【详解】每次恰有三个电子元件被点亮，但相邻的两个电子元件不能同时被点亮，

所以需把 3 个亮的发光原件插入未点亮的元件中，有 $C_4^3 = 4$ 种方法，

且不同颜色数有 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 种，

所以这排电子元件能表示的信息种数共有 $4 \times 27 = 108$ 种。

故选：D

6. 已知 $a = 2^{-1.1}$ ， $b = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{3}$ ， $c = \log_2 3$ ，则（ ）

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

【答案】A

【详解】由指数函数与对数函数的性质可得， $a = 2^{-1.1} < 2^{-1} = \frac{1}{2}$ ，

$\frac{1}{2} = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} < b = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{3} < \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} = 1$ ， $c = \log_2 3 > \log_2 2 = 1$ ，

所以 $a < b < c$ ，

故选：A.

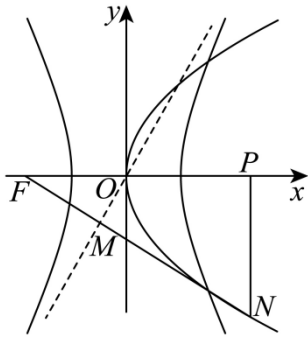
7. 纯电动汽车是以车载电源为动力，用电机驱动车轮行驶，符合道路交通、安全法规各项要求的车辆，它使用存储在电池中的电来发动。因其对环境影响较小，逐渐成为当今世界的乘用车的发展方向。研究发现电池的容量随放电电流的大小而改变，1898 年 Peukert 提出铅酸电池的容量 C 、放电时间 t 和放电电流 I 之间关系的经验公式：

由于 $P\left(\frac{4b^2}{c}-c, \frac{4ab}{c}\right)$ 在抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ 上, 所以即

$$\left(\frac{4ab}{c}\right)^2 = 2p\left(\frac{4b^2}{c}-c\right) \Rightarrow \left(\frac{4ab}{c}\right)^2 = 4c\left(\frac{4b^2}{c}-c\right),$$

$$4a^2b^2 = (4b^2 - c^2)c^2 \Rightarrow c^4 = 4b^2(c^2 - a^2) = 4b^4 \Rightarrow c^2 = 2b^2, \text{ 故 } c^2 = 2a^2,$$

故 $e = \sqrt{2}$. 故选: C.



二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 在复平面内, 下列说法正确的是 ()

A. 若复数 $z = \frac{1-i}{1+i}$ (i 为虚数单位), 则 $z^{74} = -1$

B. 若复数 z 满足 $z = \bar{z}$, 则 $z \in \mathbf{R}$

C. 若 $\overline{z_1 z_2} = 0$, 则 $\bar{z}_1 = 0$ 或 $\bar{z}_2 = 0$

D. 若复数 z 满足 $|z-1| + |z+1| = 2$, 则复数 z 对应点的集合是以坐标原点 O 为中心, 焦点在 x 轴上的椭圆

【答案】 ABC

【详解】解: 复数 $z = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = -\frac{2i}{2} = -i,$

因为 $i^4 = 1$, 所以 $z^{74} = (i^4)^{18} \cdot i^2 = -1$, 故选项 A 正确;

设 $z = a+bi (a, b \in \mathbf{R})$, 若复数 z 满足 $z = \bar{z}$,

则 $a+bi = a-bi$, 即 $b=0$, 所以 $z \in \mathbf{R}$, 故选项 B 正确;

设 $z_1 = m+ni (m, n \in \mathbf{R})$, $z_2 = c+di (c, d \in \mathbf{R})$,

则 $z_1 z_2 = (m+ni)(c+di) = mc - nd + (md + nc)i$.

因为 $\overline{z_1 z_2} = mc - nd - (md + nc)i$, 且 $\bar{z}_1 \bar{z}_2 = mc - nd - (md + nc)i$,

所以 $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$.

若 $\overline{z_1 z_2} = 0$, 则 $\overline{z_1} \overline{z_2} = 0$, 所以 $\overline{z_1} = 0$ 或 $\overline{z_2} = 0$, 故选项 C 正确;

由复数 z 满足 $|z-1|+|z+1|=2$, 则复数 z 对应点的集合是一条线段, 故选项 D 错误.

故选: ABC

10. 设直线系 $M: x \cos^m \theta + y \sin^n \theta = 1$ (其中 $0, m, n$ 均为参数, $0 \leq \theta \leq 2\pi$,

$m, n \in \{1, 2\}$), 则下列命题中是真命题的是 ()

- A. 当 $m=1, n=1$ 时, 存在一个圆与直线系 M 中所有直线都相切
- B. 存在 m, n , 使直线系 M 中所有直线恒过定点, 且不过第三象限
- C. 当 $m=n$ 时, 坐标原点到直线系 M 中所有直线的距离最大值为 1, 最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. 当 $m=2, n=1$ 时, 若存在一点 $A(a, 0)$, 使其到直线系 M 中所有直线的距离不小于 1, 则 $a \leq 0$

【答案】 ABD

【详解】 A 选项, 当 $m=1, n=1$ 时, $M: x \cos \theta + y \sin \theta = 1$,

设圆为 $x^2 + y^2 = 1$, 则圆心 $(0, 0)$ 到直线 $M: x \cos \theta + y \sin \theta = 1$ 的距离 $d = \frac{|1|}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}} = 1$,

故 $M: x \cos \theta + y \sin \theta = 1$ 与 $x^2 + y^2 = 1$ 总相切, A 正确;

B 选项, 当 $m=n=2$ 时, $M: x \cos^2 \theta + y \sin^2 \theta = 1$,

由于 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$, 故直线 $M: x \cos^2 \theta + y \sin^2 \theta = 1$ 恒过 $(1, 1)$,

若 $\sin \theta = 0$ 时, 直线为 $M: x = 1$,

若 $\sin \theta \neq 0$ 时, 直线 $M: x \cos^2 \theta + y \sin^2 \theta = 1$ 的斜率为 $-\frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \leq 0$,

故直线 $M: x \cos^2 \theta + y \sin^2 \theta = 1$ 不过第三象限,

所以存在 m, n , 使直线系 M 中所有直线恒过定点, 且不过第三象限, B 正确;

C 选项, 当 $m=n=1$ 时, $M: x \cos \theta + y \sin \theta = 1$,

坐标原点到直线系 M 的距离为 $d_1 = \frac{|1|}{\sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}} = 1$,

当当 $m=n=2$ 时, $M: x \cos^2 \theta + y \sin^2 \theta = 1$,

坐标原点到直线系 M 的距离为 $d_2 = \frac{|1|}{\sqrt{\cos^4 \theta + \sin^4 \theta}}$

其中 $\cos^4 \theta + \sin^4 \theta = \cos^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \theta < \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/816230155115011002>